

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 7 от «17» июня 2019 г.
Зав. кафедрой _____ / Ишкин Х.К.

Согласовано:
Председатель УМК факультета математики и
информационных технологий
_____ / Ефимов А.М.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Функциональный анализ

Обязательная часть

программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)

01.03.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки

«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Квалификация

бакалавр

Разработчики (составители) профессор, д.ф.-м.н., профессор	_____ / <u>Гайсин А.М.</u>
---	----------------------------

Для приема: 2019

Уфа 2019 г.

Составитель / составители: профессор, д.ф.-м.н., Гайсин А.М.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа протокол №7 от 17 июня 2019 года

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
4.3. Рейтинг-план дисциплины
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине
Приложение №1: Содержание рабочей программы
Приложение №2: Рейтинг-план дисциплины

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций ¹ (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 «способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности»	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать основные понятия и факты курса «Функциональный анализ»
		ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь использовать основные понятия и факты курса «Функциональный анализ» в профессиональной деятельности.

		ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Владеть навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний по дисциплине «Функциональный анализ»
--	--	---	--

2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к обязательной части.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5-6 семестрах.

Цели изучения дисциплины:

- ознакомить студентов с основами функционального анализа;
- подготовить их к самостоятельному изучению математической литературы, в которой используется аппарат функционального анализа.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Объем дисциплины «Функциональный анализ» составляет 9 ЗЕТ, или 324 академических часов, в том числе контактная работа с преподавателем 138,9 часов и самостоятельная работа студентов – 106,5 часа.

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине.

Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции: ОПК-1 «способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности»

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать основные понятия и факты курса «Функциональный анализ»	Фрагментарные представления об основных положениях дисциплины «Функциональный анализ».	Неполные представления об основных положениях дисциплины «Функциональный анализ»	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных положениях дисциплины «Функциональный анализ»	Сформированные систематические представления об основных положениях дисциплины «Функциональный анализ»
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности	Уметь использовать основные понятия и факты курса «Функциональный анализ» в	Фрагментарные представления об основных методах дисциплины «Функциональный анализ»	В целом успешное, но не систематическое использование основных методов дисциплины «Функциональный анализ»	В целом успешное, но содержащие отдельные пробелы использование основных методов дисциплины «Функциональный анализ»	Сформированное умение использовать основные методы дисциплины «Функциональный анализ»

	профессиональной деятельности.				
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеть навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний по дисциплине «Функциональный анализ»	Фрагментарные представления об основных методах дисциплины «Функциональный анализ»	В целом успешное, но не систематическое применение навыков применения основных методов дисциплины «Функциональный анализ»	В целом успешное, но содержащие отдельные пробелы применение навыков использования основных методов дисциплины «Функциональный анализ»	Полностью сформированные навыки использования основных методов дисциплины «Функциональный анализ»

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать основные понятия и факты курса «Функциональный анализ»	Опросы на практ. занятиях, экзамен, доклад на семинаре.
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь использовать основные понятия и факты курса «Функциональный анализ» в профессиональной деятельности.	Контрольные работы, экзамен
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеть навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний по дисциплине «Функциональный анализ»	Контрольные работы, экзамен

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

4.3 Рейтинг-план дисциплины

Представлен в Приложении 2.

Вопросы для подготовки к экзамену

V семестр

1. Системы множеств (полукольцо, кольцо)
2. Теорема о кольце, порожденном полукольцом.
3. Системы множеств (алгебра, σ -кольцо, σ -алгебра, δ -алгебра. Борелевские множества на прямой.
4. Определение меры. Продолжение меры с полукольца на порожденное кольцо.
5. σ -аддитивная мера и ее свойства.
6. Определение внешней меры и ее свойства.
7. Меры на прямой.
8. Свойства внешней меры на измеримых подмножествах.
9. Непрерывность внешней меры на измеримых подмножествах.
10. Лебеговское продолжение меры
11. Измеримые функции.
12. Сходимости по мере и почти всюду.
13. Определение интеграла Лебега для простых функций. Свойства. Определение интеграла Лебега.
14. Класс суммируемых функций
15. Предельный переход под знаком интеграла Лебега
16. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана
17. Интеграл Стильбеса
18. Теорема Радона – Никодима
19. Прямое произведение мер и теорема Фубини
20. Пространства L^1 , L^p ($p > 1$)

VI семестр

21. Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств; счетные множества и множества мощности континуума;
22. Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа;
23. Полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры.
24. Банаховы пространства: определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства;

25. Сопряженное пространство, его полнота.
26. Теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала
27. Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах
28. Линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности;
29. Обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе.
30. Компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе; теорема Фредгольма; примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма – Лиувилля)
31. Гильбертовы пространства: скалярное произведение; неравенство Коши – Буняковского – Шварца; ортогональные системы
32. Неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение
33. Неравенства Гельдера и Минковского
34. Пространство $L^2(a,b)$
35. Общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы
36. Спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах; функциональное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию
37. Спектральная теорема; неограниченные самосопряженные операторы; примеры
38. Линейные топологические пространства и обобщенные функции: полинормированные пространства; функционал Минковского
39. Нормируемость и метризуемость;
40. Топологии в сопряженном пространстве; слабая компактность шара в сопряженном пространстве.
41. Основные пространства гладких функций; пространства обобщенных функций; операции над обобщенными функциями: умножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена переменных, преобразование Фурье.

Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Экзаменационный билет № 1

по курсу «Функциональный анализ»

1. Системы множеств (полукольцо, кольцо) (15 баллов)
2. Теорема Радона – Никодима (15 баллов)

Зав. кафедрой Ишкин Х.К. /_____/

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании

основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

*- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.*

Список тем для докладов:

1. Меры на прямой.
2. Свойства внешней меры на измеримых подмножествах.
3. Непрерывность внешней меры на измеримых подмножествах.
4. Лебеговское продолжение меры
5. Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа;
6. Полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры.
7. Топологии в сопряженном пространстве; слабая компактность шара в сопряженном пространстве.
8. Спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах; функциональное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию
9. Нормированные пространства
10. Гильбертовы пространства

Критерии оценки (в баллах):

- 3 балла выставляется студенту за полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и при верно данных ответах на дополнительные вопросы.

- 2 балла выставляется студенту в случае, если студент сделал полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и не ответил на 1-2 дополнительных вопроса, либо сделал неполный и/или нечеткий доклад, но при этом ответил на все дополнительные вопросы.

- 1 балл выставляется студенту в случае, если студент сделал неполный доклад на семинаре на заданную тему и не ответил ни на один дополнительный вопрос.

- 0 баллов выставляется студенту, если им не был сделан доклад на заданную тему.

Задания для контрольной работы

Описание контрольной работы:

В каждом семестре студенту представляется две контрольные работы. Каждая контрольная работа состоит из четырех объемных заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение. Каждое задание оценивается в 3 балла. В случае, если студент не справляется с более 50% заданий по обоим контрольным, он не допускается к сдаче экзамена. У каждого студента есть возможность пересдать контрольную работу.

Пример варианта контрольной работы:

Контрольная работа №1 (5 семестр)

Типовой вариант

1. Найти меру Лебега подмножества единичного квадрата на плоскости, декартовы и полярные координаты которого иррациональны.

Вычислить интеграл по мере Лебега функции:

2. $f(x) = e^{-[x]}$ по отрезку $[0, \infty)$
3. $f(x) = e^{-[x+1]}$ по отрезку $[0, 10)$
4. Пусть множество E на прямой имеет Лебегову меру нуль, должно ли его замыкание иметь меру нуль?

Контрольная работа №2 (5 семестр)

Типовой вариант

Какие из нижеприведенных формул определяют метрику в X :

1. $\rho(x, y) = \cos^2(x - y)$, $X = R^1$
2. $\rho(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} (\alpha_k - \beta_k)$, $X = l^{\infty}$

Выяснить, сходится ли в метрическом пространстве заданная последовательность.

Если сходится, найти предел

3. $X = C[0, 1]$, $x_n = t^n$
4. $X = l^2$, $x_n = (1, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{n-1}, \frac{1}{n}, 0, \dots)$

Контрольная работа №3 (6 семестр)

Типовой вариант

1. Доказать, что $l^p C l^q$ при $p < q$

Можно ли в $C^{(1)}[0, 1]$ ввести нормы следующим образом:

2. $\|x\| = \max|x'(t)|$ на отрезке $[0, 1]$
3. $\|x\| = \max|x'(t)| + x(a)$
4. $\|x\| = |x(b) - x(a)| + \max|x'(t)|$
5. Доказать, что пространство $C[0, \pi]$ не является гильбертовым

Контрольная работа №4 (6 семестр)

Типовой вариант

Проверить являются ли данные функционалы линейными и непрерывными, если да, то найти их нормы.

$$1. F(x) = \int_{-2}^2 (t^2 - 1)x(t)dt - x(0); F: C[-2; 2] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$2. F(x) = \int_{-2}^2 (t - 1) \left(t - \frac{3}{2}\right) tx(t)dt; F: L^3(-2; 2) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$3. F(x) = \xi_1 - 3\xi_2 + 4\xi_3; F: l^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$4. F(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\xi_k}{2^k}; F: l^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

12 баллов выставляется студенту, если все задачи решены верно;

9 баллов выставляется студенту, если 3 задачи решены верно;

6 баллов выставляется студенту, если 2 задачи решены верно;

3 балла выставляется студенту, если 1 задача решена верно

Задание для РГР

В семестре студенты выполняют РГР

При каких λ применим принцип сжимающих отображений в пространствах $L^2(a, b)$ и $C[a, b]$ к уравнению Фредгольма 2-го рода

$$x(t) = \lambda \int_a^b K(t, s)x(s)ds + y(t)?$$

Найти точное решение уравнения. Найти номер итерации N , обеспечивающий точность 0,01 в метрике $C[a, b]$, когда за первое приближение берется $x_0(t) \equiv y(t)$. Заметим, что N определяется из неравенства

$$\frac{\alpha^{N-1}}{1 - \alpha} \rho(x_0, x_1) < 0,01,$$

где α - коэффициент сжатия.

Исходные данные для каждого варианта берутся из следующей таблицы

№№	$K(t, s)$	$y(t)$	a	b	λ	n
1.	$t^2 s$	$\cos 3t$	0	1	1	8
2.	$t^2 s$	$\cos 3t$	0	1	1	10
3.	ts	e^t	-1	1	0,5	10
4.	ts	e^t	0,5	1,5	0,5	10
5.	$t^2 s^2$	$\frac{\sin t}{t}$	0,3	1,2	0,6	9
6.	e^{t-s}	1	0,1	0,9	0,5	8
7.	e^{t-s}	t	0,1	0,8	0,5	7
8.	$\cos \pi(t - s)$	1	0	1	0,5	10
9.	$\cos t \sin s$	1	0	2	0,25	10
10.	$\sin t \cos s$	1	-0,5	0,5	0,25	5
11.	$e^{2t} \cos s$	$\sin t$	0	0,5	0,6	5
12.	$e^{2t} \sin s$	$\cos t$	0	0,5	0,4	10
13.	$e^t \cos s$	$2 \sin t$	0	0,9	0,5	8
14.	$e^t \sin s$	$2 \cos t$	0	0,8	0,5	8
15.	$t \sin s$	e^t	0,2	0,8	0,4	6
16.	$t \cos s$	e^{-t}	0,1	0,9	0,3	8
17.	$t^2 e^s$	t	-2	-1	2	6

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

Основная:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа*. 7-е изд.

М.: Физматлит, 2012. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82563&sr=1

2. Башмаков Р.А., Махота А.А., Юлмухаметов Р.С. Мера и интеграл. Курс лекций /Изд-во БашГУ/- Уфа, 2012. -58с. https://elib.bashedu.ru/dl/corp/BashmakovMera_iIntegralKursLekcii.2012.pdf

3. Гопенгауз И. Е. Высшая математика: Функциональный анализ: Учеб. Пособие. Изд. МИСиС. 2008 <https://e.lanbook.com/book/116486>

4. Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев - СПб: Лань, 2009 - 270, [1] с. <https://e.lanbook.com/book/245>

5. Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П. — Сборник задач по функциональному анализу. СПб: Лань, 2012 <https://e.lanbook.com/book/3175>

Дополнительная:

1. Башмаков Р.А., Айткужина Н.Н., Махота А.А. Лабораторные работы по функциональному анализу. БашГУ, Уфа, 2017

https://elib.bashedu.ru/dl/local/Bashmakov_Aitkuzhina_Mahota_sost_Funkcionalnyj_analiz_mu_2017.pdf

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

А. Ресурсы «Интернет»

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	https://elib.bashedu.ru /
2	Электронно-библиотечная	Полнотекстовая учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	http://www.biblioclub.ru
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети	http://e.lanbook.com

В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор №104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
Аудитория № 501, № 530	Лекции	<p>№501: Учебная мебель, доска, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, ПрезентерLogitechWirelessPresenterR400 (21013400003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304</p> <p>№530: Учебная мебель, доска</p>	<p>1.Windows8Russian.WindowsProfessional 8RussianUpgrade.Договор№104от 17.06.2013г.Лицензиибессрочные.</p> <p>2.MicrosoftOfficeStandard2013Russian. Договор№114от12.11.2014г.Лицензии бессрочные.</p>
Аудитория № 517, №527	Лабораторные занятия	<p>№517: Учебная мебель, доска, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, экран настенный ProjectaSlimScreen 200*200 cmMatteWhite, потолочное крепление для проектора, доска аудитор.ДА32</p> <p>№527: Учебная мебель, доска</p>	<p>Ст1.Windows8Russian.WindowsProfessional 8RussianUpgrade.Договор№104от 17.06.2013г.Лицензиибессрочные.</p> <p>2.MicrosoftOfficeStandard2013Russian. Договор№114от12.11.2014г.Лицензии бессрочные.ндартные приложения Windows</p>
Аудитория № 517, №527	Групповые и индивидуальные консультации	<p>№517: Учебная мебель, доска, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, экран настенный ProjectaSlimScreen 200*200 cmMatteWhite, потолочное крепление для проектора, доска аудитор.ДА32</p> <p>№527: Учебная мебель, доска</p>	<p>1.Windows8Russian.WindowsProfessional 8RussianUpgrade.Договор№104от 17.06.2013г.Лицензиибессрочные.</p> <p>2.MicrosoftOfficeStandard2013Russian. Договор№114от12.11.2014г.Лицензии бессрочные.</p>
Аудитория № 517, №527	учебная	<p>№517: Учебная мебель, доска, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг,</p>	<p>1.Windows8Russian.WindowsProfessional</p>

	аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации	экран настенный ProjectaSlimScreen 200*200 смMatteWhite, потолочное крепление для проектора, доска аудитор.ДА32 №527: Учебная мебель, доска	8RussianUpgrade.Договор№104от 17.06.2013г.Лицензиибессрочные. 2.MicrosoftOfficeStandard2013Russian. Договор№114от12.11.2014г.Лицензии бессрочные.
Читальный зал №2 (физико-математический корпус)	Самостоятельная работа, выполнение РГР	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 5 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	1.Windows8Russian.WindowsProfessional 8RussianUpgrade.Договор№104от 17.06.2013г.Лицензиибессрочные. 2.MicrosoftOfficeStandard2013Russian. Договор№114от12.11.2014г.Лицензии бессрочные.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины функциональный анализ на 5 семестр
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Рабочую программу осуществляют:

д.ф.-м.н., профессор Гайсин А.М.

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	73,7
лекций	36
практических/ семинарских	0
лабораторных	36
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1,7
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	35,5
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34,8

Форма(ы) контроля: экзамен 5 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Введение: возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики; современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики	2		2		1-6		Проверка д/р, к/р, экз
2.	Системы множеств (полукольцо, кольцо)	1		1	4	1-3,6	(2), § 1, К.в. 1-2 №1-4, (7), II § 1	Проверка д/р, к/р, экз
3.	Теорема о кольце, порожденном полукольцом.	2		2	5,5	1,2,6	(2), § 1, К.в. 3-4 № 4-8	Проверка д/р, к/р, экз
4.	Системы множеств (алгебра, σ -кольцо, σ -алгебра, δ - алгебра. Борелевские множества на прямой.	2		2	2	1,2,6	(2), § 1 № 10-13	Проверка д/р, к/р, экз

5	Определение меры. Продолжение меры с полукольца на порожденное кольцо.	2		2	2	1,2,6	(2), § 2, К.в. 1-2, №1-3,8 (7), II, § 1	Проверка д/р, к/р, экз
6	σ -аддитивная мера и ее свойства.	2		2		1,2,6		Проверка д/р, к/р, экз
7	Определение внешней меры и ее свойства.	1		1	2	1,2,6	(2) § 2, №13-17	Проверка д/р, к/р, экз
8	Меры на прямой.	2		2	2	1,2,6	(2) § 2, №13-18	Проверка д/р, к/р, экз
9	Мера в R^n .	1		1	2	1,2,6	(4) V, § 1	Проверка д/р, к/р, экз
10	Свойства внешней меры на измеримых подмножествах.	1		1		1,2,6		Проверка д/р, к/р, экз
11	Непрерывность внешней меры на измеримых подмножествах.	2		2	2	1,2,6	(3) § 4, К.в.1	Проверка д/р, к/р, экз
12	Лебеговское продолжение меры	2		2		1,2,6		Проверка д/р, к/р, экз
13	Измеримые функции.	2		2	2	1,2,6	(2) §4, № 1-5	Проверка д/р, к/р, экз
14	Сходимости по мере и почти всюду.	1		1	2	1,2,6	(2) § 4, №6-8 К.в. 2-3	Проверка д/р, к/р, экз
15	Определение интеграла Лебега для простых функций.	2		2	2	1,2,6	(2) § 5, К.в. 1-2, № 1,2	Проверка д/р, к/р, экз

	Свойства.Определение интеграла Лебега.							
16	Класс суммируемых функций	1		1	4	1,2,6	(2), § 5, № 3-6 (4), VII	Проверка д/р, к/р, экз
17	Предельный переход под знаком интеграла Лебега	2		2	4	1,6	(2), § 5, № 5	Проверка д/р, к/р, экз
18	Связь интеграла Лебега с интегралом Римана	1		1		1,6		Проверка д/р, к/р, экз
19	Интеграл Стильеса	2		2		1-6		Проверка д/р, к/р, экз
20	Теорема Радона – Никодима	1		1		1,6		Проверка д/р, к/р, экз
21	Прямое произведение мер и теорема Фубини	2		2		1,6		Проверка д/р, к/р, экз
22	Пространства L_1, L_p ($p>1$)	2		2		1,6		Проверка д/р, к/р, экз
	Итого	36		36	35.5			

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)	Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)
----------	-------------------	--	--

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины функциональный анализ на 6 семестр
(наименование дисциплины)
очная
форма обучения

Рабочую программу осуществляют:

д.ф.-м.н., профессор Гайсин А.М.

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	5/180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	65,2
лекций	32
практических/ семинарских	0
лабораторных	32
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	71
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	43,8

Форма(ы) контроля:

экзамен 6 семестр

		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР	
1	2	3	4	5	6	7
	6 семестр					
1.	Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств; счетные множества и множества мощности континуума;	2		2	6	1-6
2	Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа;	2		2	4	1-6
3	Полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры.	2		2	10	1-6
4	Банаховы пространства: определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства;	1		1	6	1-6
5	Сопряженное пространство, его полнота.	1		1	4	1-6
6	Теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала	2		2	6	1-6

7	Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах	1		1	4	1-6
8	Линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности;	2		2	6	1-6
9	Обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе.	1		1	4	1-6
10	Компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе; теорема Фредгольма; примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма – Лиувилля)	2		2		1-6
11	Гильбертовы пространства: скалярное произведение; неравенство Коши – Буняковского – Шварца; ортогональные системы	2		2		1-6
12	Неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение	1		1		1-6
13	Неравенства Гельдера и Минковского	1		1	10	1-6
14	Пространство $L_2(a,b)$	1		1		1-6

15	Общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы	2		2		1-6
16	Спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах; функциональное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию	2		2	5	1-6
17	Спектральная теорема; неограниченные самосопряженные операторы; примеры	1		1		1-6
18	Линейные топологические пространства и обобщенные функции: полинормированные пространства; функционал Минковского	2		2	2	1-6
19	Нормируемость и метризуемость;	1		1	4	1-6
20	Топологии в сопряженном пространстве; слабая компактность шара в сопряженном пространстве.	1		1		1-6
21	Основные пространства гладких функций; пространства обобщенных функций; операции над обобщенными функциями: умножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена переменных,	2		2		2,6

	преобразование Фурье.					
	РГР					
	Итого	32		32	71	

4.3 Рейтинг-план дисциплины функциональный анализ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление 01.03.01 Математика
курс 3, семестр 5

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Теория меры. Интеграл Лебега				
Текущий контроль			0	20
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы			0	5
Рубежный контроль			0	15
1. Письменная контрольная работа	3	4	0	12
2. Выступление с докладом	3	1	0	3
Модуль 2. Метрические пространства				
Текущий контроль			0	20
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы			0	3
Рубежный контроль			0	15
1. Письменная контрольная работа	3	4	0	12
2. Выступление с докладом			0	3
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
2. Экзамен	15	2	0	30
Итого			0	110

**Рейтинг-план дисциплины
функциональный анализ**

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление 01.03.01 Математика
курс 3, семестр 6

Рейтинг-план №1 (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Нормированные и гильбертовы пространства				
Текущий контроль			0	20
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы			0	5
Рубежный контроль			0	15
1. Письменная контрольная работа	3	4	0	12
3. Выступление с докладом	3	1	0	3
Модуль 2. Линейные функционалы и операторы в гильбертовых пространствах				
Текущий контроль			0	20
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы			0	3
Рубежный контроль			0	15
1. Письменная контрольная работа	3	4	0	12
2. Выступление с докладом			0	3
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
3. Посещение лекционных занятий			0	-6
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
2. Экзамен	15	2	0	30
Итого			0	110