ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО - ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Утверждено: на заседании кафедры дифференциальных уравнений протокол № 9 от «22» апреля 2019 г. зав. кафедрой _________/*Юмагулов М.Г.*	Согласовано: Председатель УМК ФТИ _____________ / *Балапанов М.Х.*

Рабочая программа дисциплины (модуля)

дисциплина **Интегральные уравнения и вариационное исчисление**
(наименование дисциплины)

Базовая часть
____
(Цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору)

Программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)
03.03.02 ***Физика***

Направленность (профиль) подготовки
Физика Земли и планет

Квалификация
бакалавр

Разработчик (составитель) доцент, к.ф.-м.н. (должность, ученая степень, ученое звание)	_________________ / Сагитова А.Р. (подпись, Фамилия И.О.)

Для приема: 2019

Уфа 2019 г.

Составитель: к.ф.м.н, доцент Сагитова А.Р.

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций 4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы 4
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) 4
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
   4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине. 5
   4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине. 6
   4.3. Рейтинг-план дисциплины 6
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
   5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 22
   5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины 22
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине 24

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций[1] (при наличии ОПК)	**Формируемая компетенция (с указанием кода)**	**Код и наименование индикатора достижения компетенции**	**Результаты обучения по дисциплине**
	ОПК-2 - способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.	*ОПК–2.1* *Знать: понятие дифференциального уравнения; поле направлений; решения, интегральные кривые; векторное поле; фазовые кривые; задача Коши; существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши; различные типы дифферениальных уравнений первого порядка; дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, линейные уравнения онородные и неоднородные; понятие линейной зависимости и независимости решений; фундаментальная система решений, определитель Вронского; линейные уравнения с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; системы обыкновенных дифференциальных уравнений; нормальные системы; автономные системы; формула Остроградского –*	*Знать: понятие дифференциального уравнения; поле направлений; решения, интегральные кривые; векторное поле; фазовые кривые; задача Коши; существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши; различные типы дифферениальных уравнений первого порядка; дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, линейные уравнения онородные и неоднородные; понятие линейной зависимости и независимости решений; фундаментальная система решений, определитель Вронского; линейные уравнения с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; системы обыкновенных дифференциальных уравнений; нормальные системы; автономные системы; формула Остроградского – Лиувилля; краевая задача; функция Грина; понятие устойчивости по Ляпунову, асимптотической*

---

[1] Указывается только для УК и ОПК (при наличии).

		Лиувилля; краевая задача; функция Грина; понятие устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости и экспоненциальной устойчивости; функции Ляпунова; устойчивость по первому приближению; фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки: седло, узел, фокус, центр; Устойчивость по второму приближению, функция Ляпунова; Критерий Гурвица; критерий Михайлова.	*устойчивости и экспоненциальной устойчивости; функции Ляпунова; устойчивость по первому приближению; фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки: седло, узел, фокус, центр; Устойчивость по второму приближению, функция Ляпунова; Критерий Гурвица; критерий Михайлова.*
		ОПК-2.2 *Уметь решать различные дифференциальные уравнения первого порядка; делать математические постановки; решать дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка и линейные уравнения любого порядка, используя метод вариации произвольной постоянной и метод неопределенных коэффициентов для линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; решать краевые задачи; решать системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений методом исключения, интегрируемых комбинаций и с помощью матричной экспоненты; исследовать зависимость и независимость системы функций по определению и через определитель Вронского; исследовать устойчивости по Ляпунову решения линейной системы дифференциальных уравнении, не линейной системы по первому приближению и с помощь функции Ляпунова, критерий Гурвица; критерий Михайлова.*	*Уметь решать различные дифференциальные уравнения первого порядка; делать математические постановки; решать дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка и линейные уравнения любого порядка, используя метод вариации произвольной постоянной и метод неопределенных коэффициентов для линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; решать краевые задачи; решать системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений методом исключения, интегрируемых комбинаций и с помощью матричной экспоненты; исследовать зависимость и независимость системы функций по определению и через определитель Вронского; исследовать устойчивости по Ляпунову решения линейной системы дифференциальных уравнении, не линейной системы по первому приближению и с помощь функции Ляпунова, критерий Гурвица; критерий Михайлова.*

		ОПК–2.3 *Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности.*	*Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности.*
	ОПК-8 - способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости направление своей деятельности.	*ОПК-8.1* *Знать: принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий дифференциального уравнения и системы дифференциальных уравнений; общего решения и частного решения дифференциального уравнении; задачи Коши; краевой задачи; их корректной математической постановки; критерии оценки полученных результатов.*	*Знать: принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий дифференциального уравнения и системы дифференциальных уравнений; общего решения и частного решения дифференциального уравнении; задачи Коши; краевой задачи; их корректной математической постановки; критерии оценки полученных результатов.*
		ОПК-8.2 *Уметь: переосмысливать накопленный опыт решения дифференциальные уравнения различного порядка; математических постановок задач физики; решения краевых задачи; решения систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений различными методами; исследования устойчивости по Ляпунову решения систем дифференциальных уравнении различными методами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.*	*Уметь: переосмысливать накопленный опыт решения дифференциальные уравнения различного порядка; математических постановок задач физики; решения краевых задачи; решения систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений различными методами; исследования устойчивости по Ляпунову решения систем дифференциальных уравнении различными методами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.*
		ОПК-8.3 *Владеть навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности.*	*Владеть навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности.*

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы .

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» является базовой дисциплиной Б1 Дисциплины (модули). Она изучается на 3 курсе в 5 семестре.

Целями освоения дисциплины (модуля) «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» являются:

-сформировать у будущих специалистов современные теоретические знания в области теории линейных интегральных операторов и линейных функционалов, практические навыки в решении и исследовании основных типов уравнений и краевых задач, связанных с ними,

-ознакомить студентов с соответствующими приложениями этой теории в математической физике.

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» логически и содержательно-методически тесно связана с такими дисциплинами как «Уравнения в частных производных», «Дифференциальные уравнения», «Линейные и нелинейные уравнения математической физики».

Изучение дисциплины является одним из необходимых элементов подготовки специалистов по данному направлению.

3.Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в *Приложение № 1.*

4.Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции **ОПК-2** способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	**Результаты обучения по дисциплине**	**Критерии оценивания результатов обучения**	
		«не зачтено»	«зачтено»
ОПК–2.1	<u>Знать:</u> понятие дифференциального уравнения; поле направлений; решения, интегральные кривые; векторное поле; фазовые кривые; задача Коши; существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши; различные типы	Не знает, имеет фрагментарное представление об основных понятиях и законах «Интегральных уравнении и	Знает об основных понятиях и законах «Интегральных уравнении и вариационного

	дифферениальных уравнений первого порядка; дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, линейные уравнения онородные и неоднородные; понятие линейной зависимости и независимости решений; фундаментальная система решений, определитель Вронского; линейные уравнения с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; системы обыкновенных дифференциальных уравнений; нормальные системы; автономные системы; формула Остроградского – Лиувилля; краевая задача; функция Грина; понятие устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости и экспоненциальной устойчивости; функции Ляпунова; устойчивость по первому приближению; фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки: седло, узел, фокус, центр; Устойчивость по второму приближению, функция Ляпунова; Критерий Гурвица; критерий Михайлова.	вариационного исчисления»»	исчисления»», возможно допускает незначительные ошибки.
ОПК–2.2	Уметь решать различные дифференциальные уравнения первого порядка; делать математические постановки; решать дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка и линейные уравнения любого порядка, используя метод вариации произвольной постоянной и метод неопределенных коэффициентов для линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; решать краевые задачи; решать системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений методом исключения, интегрируемых комбинаций и с помощью матричной экспоненты; исследовать зависимость и независимость системы функций по определению и через определитель Вронского; исследовать устойчивости по Ляпунову решения линейной системы дифференциальных уравнении, не линейной системы по первому приближению и с помощь функции Ляпунова, критерий Гурвица; критерий Михайлова.	Не показывает сформированные умения в решении задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»» Не умеет анализировать и применять физические законы для решения задач.	Показывает в целом успешное, использование методов решения задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление». Применяет физические законы для решения задач.
ОПК–2.3	Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности.	Не владеет или фрагментарно владеет навыкам и методами «Интегральных уравнении и вариационного исчисления».	Владеет в целом методами «Интегральных уравнении и вариационного исчисления».

Код и формулировка компетенции **ОПК-8 -** способность самостоятельно приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	**Результаты обучения по дисциплине**	**Критерии оценивания результатов обучения**	
		«не зачтено»	«зачтено»
ОПК–8.1	Знать: принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий дифференциального уравнения и системы дифференциальных уравнений; общего решения и частного решения дифференциального уравнении; задачи Коши; краевой задачи; их корректной математической постановки;	Не знает, имеет фрагментарное представление об основных понятиях и законах «Интегральных уравнении и вариационного исчисления»»	Знает об основных понятиях и законах «Интегральных уравнении и вариационного исчисления»», возможно допускает незначительные ошибки.
ОПК–8.2	Уметь: переосмысливать накопленный опыт решения дифференциальных уравнений различного порядка; математических постановок задач физики; решения краевых задачи; решения систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений различными методами; исследования устойчивости по Ляпунову решения систем дифференциальных уравнении различными методами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.	Не показывает сформированные умения в решении задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»» Не умеет анализировать и применять физические законы для решения задач.	Показывает в целом успешное, использование методов решения задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление». Применяет физические законы для решения задач.
ОПК–8.3	Владеть навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности.	Не владеет или фрагментарно владеет навыкам и методами «Интегральных уравнении и вариационного исчисления».	Владеет в целом методами «Интегральных уравнении и вариационного исчисления».

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для зачета:* текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания

результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-2.1	Знать: понятие интегрального уравнения, классификация; задача Абеля; существование и единственность решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра 2 го рода; понятие резольвенты; уравнение Фредгольма с вырожденным ядром; характеристические числа и собственные функции, их свойства; вполне непрерывные операторы; оператор Фредгольма; альтернатива Фредгольма; уравнения Фредгольма с симметричным ядром; теорема о конечно спектре; теорема Гильбарта- Шмидта; понятие линейного функционала; вариация функционала; понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; вариационной задачи с различного вида границами.	Контрольная №1. Домашняя контрольная работа №1.
ОПК-8.1	Знать: принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий интегрального уравнения, ядра, резольвенты; характистичекого числа и собственных функций; вполне непрерывных операторов, понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; линейного функционала, вариационной задачи с различного вида границами.	Контрольная №1. Домашняя контрольная работа №1.
ОПК-2.2	Уметь: решать уравнения Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решать уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом последовательных приближений и методом итерированных ядер; решать уравнения Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решать уравнения Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма- Лиувилля; находить вариацию линейного функционала; исследовать на наличие сильного и слабого экстремума функционалы; решать вариационную задачу с различного вида границами.	Контрольная №2. Домашняя контрольная №2.
ОПК-8.2	Уметь: переосмысливать накопленный опыт решения уравнений Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решения уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом последовательных приближений и методом итерированных ядер; решения уравнений Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решения уравнений Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма- Лиувилля; нахождения вариации линейного функционала; исследования на наличие сильного и слабого экстремума функционалов; решения вариационной задачи с различного вида границами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.	Контрольная №2. Домашняя контрольная №2.

ОПК-2.3	Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности.	Тест
ОПК-8.3	Владеть навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности.	Тест

Текущая, промежуточная и итоговая аттестация проводится по модульно-рейтинговой системе согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов.

Текущий контроль – это контроль над всеми видами аудиторной и внеаудиторной работы студентов по данному дисциплинарному модулю, результаты которой оцениваются до рубежного контроля.

Рубежный контроль – проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом.

Рубежный контроль проводится в форме контрольной работы.

По результатам суммарного текущего контроля по всем видам учебной деятельности и рубежного контроля выставляется промежуточный контроль.

Итоговый контроль – форма контроля, проводимая по завершении изучения дисциплины в семестре.

Итоговый контроль проводится в форме теста.

СПИСОК ВОПРОСОВ .

1. Интегральные уравнения, определение. Классификация. Линейные интегральные уравнения.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача Абеля. Задача о колебаниях струны.
3. Уравнения Вольтерра 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями. Метод последовательных приближений. Решение с помощью резольвенты методом итерированных ядер.
4. Метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнения Фредгольма 2-го рода.
5. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения. Определитель Фредгольма. Альтернатива Фредгольма.
6. Элементы функционального анализа. Вполне непрерывные операторы в гильбертовых пространствах. Уравнения Фредгольма 2-го рода с симметричным ядром. Свойства собственных функций и характеристических чисел. Теорема о конечном спектре. Теорема Гильберта-Шмидта. Разложение резольвенты по собственным функциям ядра. Разложение итерированных ядер в ряд по собственным функциям.

7. Линейный функционал. Вариация линейного функционала. Понятие близости кривых k-го порядка. Сильный и слабый экстремум функционала. Необходимое и достаточное условие. Уравнение Эйлера, экстремали.
8. Простейшая вариационная задача.

Контрольно-оценочные материалы.

Контрольная работа № 1. Интегральные уравнения

1.Решить интегральное уравнение, сведя его к дифференциальному

$$y(x) = e^x + \int_0^x (-2x + 2t + 3)\, y(t)\, dt$$

2.Методом последовательных приближений решить

$$y(x) = x - \int_0^x (x - t)\, y(t)\, dt \qquad y_0(x) = 0$$

3.Методом итерированных ядер построить резольвенту и выписать решение

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 e^{x+t} y(t)\, dt$$

4.Решить уравнение с вырожденным ядром для любых значений параметра

$$y(x) - \lambda \int_{-1}^1 (x + t)\, y(t)\, dt = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}x$$

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 20 баллов.

Контрольная работа № 2. Вариационное исчисление

1. Найти вариацию функционала

$$V[y] = \int_a^b (x + y)dx;$$

2. Найти экстремали функционала

$V[y] = \int_a^b (y^2 - y'^2)dx$ с условиями $y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 10 баллов.

Домашняя контрольная №1

1. Дано интегральное уравнение Фредгольма II-го рода:

$$\phi(x) = \lambda \int_{-1}^{1} [(a_1x^2 + b_1x)y^2 + c_1y^2 + (d_1x + e_1)y]\phi(y)dy + f(x).$$

A) Решить уравнение в случае, если $f(x) = f_1x^2 + g_1x + r_1$;
B) Найти собственные функции и собственные значения ядра;
C) Найти резольвенту, дать решение уравнения для произвольной функции $f(x)$ через резольвенту.

2. Дано интегральное уравнение Вольтерра II-го рода:

$$\phi(x) = \lambda \int_0^x [a_2x + b_2y + c_2]\phi(x)dy + f(x)$$

A) Найти точное решение интегрального уравнения в случае $f(x) = d_2x^2 + c_2x + f_2$.

B) Построить 3 последовательных приближения для решения уравнения.

C) Найти выражение для резольвенты и написать решение для произвольной функции $f(x)$ через резольвенту.

3. Дано интегральное уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром:

$$\phi(x) = \lambda \int_0^{b_3} K(x,y)\phi(y)dy,$$

где

$$K(x,y) = \begin{cases} (a_3 + x)(b_3 - y), 0 \le x \le y \le b_3 \\ (a_3 + y)(b_3 - x), 0 \le y \le x \le b_3 \end{cases}$$

A) Найти собственные значения и собственные функции ядра

B) Найти собственные значения и собственные функции для n-й итерации ядра.

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 15 баллов.

Домашняя контрольная №2

Дан функционал:

$J[y(x)] = \int_0^2 [a_1 y'^2 + a_2yy' - 9a_1y^2 + a_1c_1y(x^2 + d_1x)]dx.$ *(1)*

1. Проверить линейность функционала (1). Обосновать ответ.
2. Найти приращение функционала (1).
3. Найти вариацию функционала (1) по первому и второму определениям.
4. Решить вариационную задачу с закрепленными границами для функционала (1) при условиях $y(0) = b_1, y(2) = b_2$.
5. Решить вариационную задачу с одним закрепленным концом для функционала (1) при условиях $y(2) = b_1$, первый конец перемещается по прямой $x = 0$.

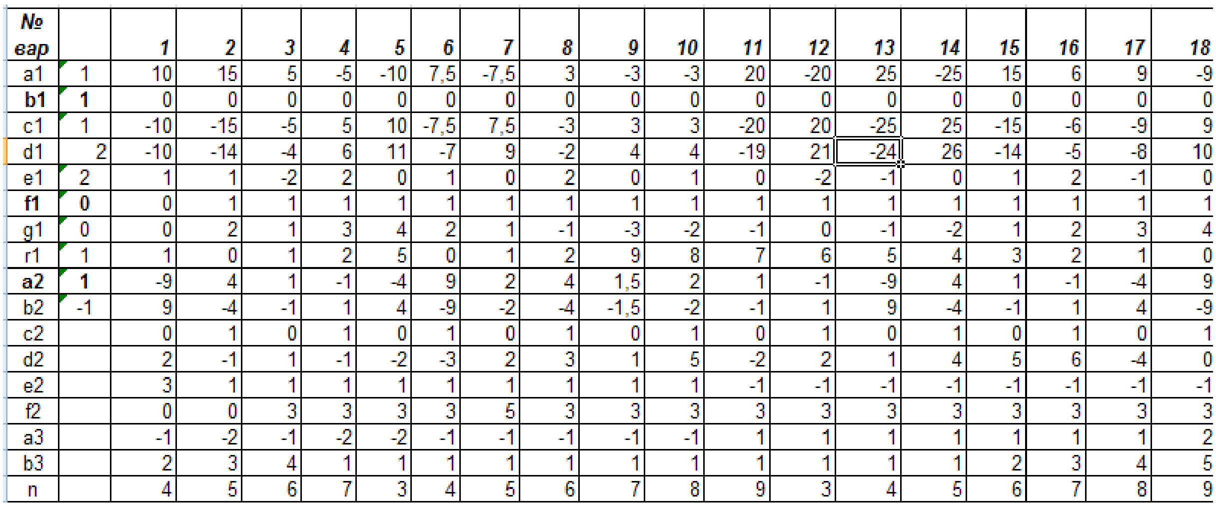
*значения констант $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, c_1, f_1, d_1$ приведены в таблице для расчетной работы №1.

*номер варианта сохраняется с расчетной работы №1.

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 25 баллов.

Таблица выбора констант для расчетной работы №1



№ *вар*		***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***	***11***	***12***	***13***	***14***	***15***	***16***	***17***	***18***
a1	1	10	15	5	-5	-10	7,5	-7,5	3	-3	-3	20	-20	25	-25	15	6	9	-9
b1	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c1	1	-10	-15	-5	5	10	-7,5	7,5	-3	3	3	-20	20	-25	25	-15	-6	-9	9
d1	2	-10	-14	-4	6	11	-7	9	-2	4	4	-19	21	-24	26	-14	-5	-8	10
e1	2	1	1	-2	2	0	1	0	2	0	1	0	-2	-1	0	1	2	-1	0
f1	**0**	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g1	0	0	2	1	3	4	2	1	-1	-3	-2	-1	0	-1	-2	1	2	3	4
r1	1	1	0	1	2	5	0	1	2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
a2	**1**	-9	4	1	-1	-4	9	2	4	1,5	2	1	-1	-9	4	1	-1	-4	9
b2	-1	9	-4	-1	1	4	-9	-2	-4	-1,5	-2	-1	1	9	-4	-1	1	4	-9
c2		0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
d2		2	-1	1	-1	-2	-3	2	3	1	5	-2	2	1	4	5	6	-4	0
e2		3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
f2		0	0	3	3	3	3	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
a3		-1	-2	-1	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	2
b3		2	3	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5
n		4	5	6	7	3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9

ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ

1. Уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_0^x(-2x+2t+3)\,y(t)\,dt+e^x$ является уравнением

   A) Фредгольма 2-го рода

   B) Вольтерра 1-го рода

   C) Фредгольма 1-го рода

   D) Вольтерра 2-го рода

2. Интегральным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестную под знаком

   A) Дифференциала

   B) Производной

   C) Интеграла

   D) Суммы

3. Характеристическими числами ядра $K(x,t)$ называются значения параметра λ при которых

   A) Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$ имеет только нулевые решения

   B) Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$ имеет ненулевые решения

   C) однородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет ненулевые решения

   D) однородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевые решения

4. Интегральное уравнение $y(x)=\int\limits_0^x e^{x-t}y(t)\,dt+e^x$ имеет решение

   A) $y(x)=e^{2x}$

B) $y(x) = xe^{x^2/3}$

C) $y(x) = e^{-x}\left(x^2/2\right)+1$

D) $y(x) = e^x + 1$

5. Уравнение $y(x) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{\pi} y(t)\,dt + \sin x$ является уравнением

A) Фредгольма 2-го рода

B) Вольтерра 1-го рода

C) Фредгольма 1-го рода

D) Вольтерра 2-го рода

6. Формулы $y_0 = f(x)$, $y_n(x) = f(x) + \lambda\int\limits_0^x K(x,t)\,y_{n-1}(t)\,dt, n = \square$, $y(x) = \lim\limits_{x\to\infty} y_n(x)$ описывают метод

A) Последовательных приближений для уравнения Фредгольма 2-го рода

B) Последовательных приближений для уравнения Вольтерра 2-го рода

C) Итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2-го рода

D) Итерированных ядер для уравнений Вольтерра 2-го рода

7. Собственная функция $y(x) = (1+2x)$ является решением уравнения

A) $y(x) - \lambda\int\limits_0^1 (1+2x)\,ty(t)\,dt = 0$

B) $y(x) - \lambda\int\limits_0^x (1+2x)\,ty(t)\,dt = \sin x$

C) $y(x) - \lambda\int\limits_0^x (1+2x)\,ty(t)\,dt = 0$

D) $y(x) - \lambda\int\limits_0^{\pi} (1+2x)\,ty(t)\,dt = \sin x$

8. Ядро $K(x,t) = t\sin x + x^2t^3$

A) Симметричное,

B) Ортогональное,

C) Вырожденное,

D) Сингулярное.

9. Собственными функциями ядра $K(x,t)$ называются

A) Нулевые решения $y(x) = \lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt + f(x)$.

B) Ненулевые решения $y(x) = \lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt + f(x)$.

C) Нулевые решения $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$.

D) Ненулевые решения $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$.

10. Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$, (где $K(x,t)$ - непрерывное, вырожденное, вещественное ядро) имеет бесконечно много решений или не имеет ни одного

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда сопряженное однородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(t,x)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

11. Ядро $K(x,t)=\begin{cases} t(x+1), 0\le x\le t\le 1, \\ (t+1)x, 0\le t\le x\le 1. \end{cases}$

A) Симметричное,

B) Ортогональное,

C) Вырожденное,

D) Сингулярное.

12. Уравнение $\int\limits_0^1 e^{x-t}y(t)\,dt=e^x$ является интегральным уравнением

A) Неоднородным Фредгольма 1-го рода

B) Однородным Вольтерра 1-го рода

C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода

D) Неоднородным Вольтерра 1-го рода

13. Характеристические числа интегрального оператора Фредгольма с непрерывным, симметричным, вырожденным, неравным тождественно нулю ядром могут образовывать последовательность

A) $|\lambda_1|\le|\lambda_2|\le\ldots\le|\lambda_n|\le\ldots$, причем $\lim\limits_{x\to\infty}\lambda_n=\infty$;

B) $|\lambda_1|\le|\lambda_2|\le\ldots\le|\lambda_n|$;

C) $|\lambda_1|\ge|\lambda_2|\ge\ldots\ge|\lambda_n|\ge\ldots$;

D) $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \ldots \geq |\lambda_n|$.

14. Для ядра $K(x,t) = xt$ уравнения $y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 xty(t)\,dt$ повторными будут ядра

A) $K_1(x,t) = x, K_2(x,t) = \frac{x}{3}, K_3(x,t) = \frac{x}{9}, \ldots K_n(x,t) = \frac{x}{3^{n-1}}$;

B) $K_1(x,t) = xt, K_2(x,t) = \frac{xt}{3}, K_3(x,t) = \frac{xt}{9}, \ldots K_n(x,t) = \frac{xt}{3^{n-1}}$;

C) $K_1(x,t) = xt, K_2(x,t) = \frac{xt}{2}, K_3(x,t) = \frac{xt}{4}, \ldots K_n(x,t) = \frac{xt}{2^{n-1}}$;

D) $K_1(x,t) = t, K_2(x,t) = \frac{t}{3}, K_3(x,t) = \frac{t}{9}, \ldots K_n(x,t) = \frac{t}{3^{n-1}}$.

15. Собственные функции оператора Фредгольма, соответствующие различным характеристическим числам

A) Пропорциональны;

B) Линейно зависимы;

C) Ортогональны;

D) Комплексно сопряженные.

16. Неоднородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt + f(x)$, (где $K(x,t)$ - непрерывное, вырожденное ядро) имеет единственное решение

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет бесконечно много решений;

17. Уравнение $y(x) = \lambda \int_0^x (x+2t)y(t)\,dt$ является уравнением

A) Однородным Фредгольма 2-го рода

B) Однородным Вольтерра 1-го рода

C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода

D) Однородным Вольтерра 2-го рода

18. Уравнение $y(x) = \lambda \int\limits_0^x (x+2t)\,y(t)\,dt$ является

- A) линейным уравнением Вольтерра;
- B) нелинейным уравнением Фредгольма;
- C) нелинейным уравнением Вольтерра;
- D) линейным уравнением Фредгольма.

19. **Экстремалью** функционала называется кривая

- A) интегральная для уравнения Эйлера
- B) на которой достигается абсолютный экстремум функционала
- C) на которой достигается относительный экстремум функционала
- D) на которой вторая вариация функционала обращается в нуль

20. Установить соответствие. Если функционал $I(y) = \int\limits_a^b f(x, y, y')dx$ достигает экстремума на кривой $y_0(x)$, то она удовлетворяет уравнению

A) $F'_y - \frac{d}{dx}F'_{y'} = 0$, B) $\begin{cases} F_y - \frac{d}{dx}F_{y'} = 0, \\ F_z - \frac{d}{dx}F_{z'} = 0. \end{cases}$, C) $F_y - \frac{d}{dx}F_{y'} + \frac{d^2}{dx^2}F_{y''} + \ldots + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n}F_{y^{(n)}} = 0$

D) $F'_y + \frac{d}{dx}F'_{y'} = 0$.

21. **Функционалом** называется отображение

A) – со значениями в R.

B) – определённое на пространстве функций со значениями в R.

C) – линейное.

D) – представимое в виде интеграла от переменной функции

22. Функция называется **допустимой** для функционала в вариационной задаче, если

A) – она входит в его естественную область определения.

B) – она входит в область его задания.
C) – её носитель компактен.
D) – она не является нулём функционала.

23. Вариацией функционала называется
A) линейная часть его приращения
B) нелинейная часть его приращения
C) квадрат его приращения
D) модуль его приращения

24. Функционал $F(y)$ достигает на кривой $y = y_0(x)$ сильного максимума, если значения функционала $F(y)$ не больше $F(y_0)$ на любой близкой к $y = y_0(x)$

A) в смысле близости 0-го порядка;
B) в смысле близости 1-го порядка;

C) в смысле близости 2-го порядка;

D) в смысле близости 3-го порядка.

25. Выбери правильное утверждение необходимого условия экстремума функционала

A) Дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$, если при $y = y_0(x)$ вариация $\delta F = 0$.

B) Дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$, тогда и только тогда при $y = y_0(x)$ вариация $\delta F = 0$.

C) Если дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$, то при $y = y_0(x)$ вариация $\delta F = 0$.

D) Когда вариация $\delta F = 0$ при $y = y_0(x)$, тогда дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$.

26. Простейшая задача вариационного исчисления ставится так

A) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a,b]$) и удовлетворяющих условиям $y(a) = A, y(b) = B$, найти ту, которая доставляет экстремум функционалу $F(y) = \int\limits_a^b F(x, y, y')dx$.

B) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a,b]$) и удовлетворяющих условиям $y(a) = A$, найти ту, которая доставляет экстремум функционалу $F(y) = \int\limits_a^b F(x, y, y', y'')dx$.

C) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a,b]$) и удовлетворяющих условиям $y(a) = A, y(b) = B$, найти ту, которая доставляет экстремум функционалу $F(y) = \int\limits_a^b F(x, y, z, y', z')dx$.

D) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a,b]$), найти ту, которая доставляет экстремум функционалу $F(y) = \int\limits_a^b F(x, y, y')dx$.

27. Функционал $F(y)$ достигает на кривой $y = y_0(x)$ слабого минимума, если значения функционала $F(y)$ не меньше $F(y_0)$ на любой близкой к $y = y_0(x)$

A) в смысле близости 0-го порядка;

B) в смысле близости 1-го порядка;

C) в смысле близости 2-го порядка;

D) в смысле близости 3-го порядка.

28. Установить соответствие. Если функционал $I(y)=\int_a^b f(x,y,z,y',z')dx$ достигает экстремума на кривой $y_0(x)$, то она удовлетворяет уравнению

A) $F'_y-\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$, B) $\begin{cases} F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}=0, \\ F_z-\frac{d}{dx}F_{z'}=0. \end{cases}$, C) $F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}+\frac{d^2}{dx^2}F_{y''}+\ldots+(-1)^n\frac{d^n}{dx^n}F_{y^{(n)}}=0$

D) $F'_y+\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$.

29. Уравнение $y(x)=\lambda\int_0^1\frac{y(t)+1}{y^2(t)}dt$ является

A) линейным уравнением Вольтерра;

B) нелинейным уравнением Фредгольма;

C) нелинейным уравнением Вольтерра;

D) линейным уравнением Фредгольма

30. Установить соответствие. Если функционал $I(y)=\int_a^b f\left(x,y,y',y'',\ldots,y^{(n)}\right)dx$ достигает экстремума на кривой $y_0(x)$, то она удовлетворяет уравнению

A) $F'_y-\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$, B) $\begin{cases} F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}=0, \\ F_z-\frac{d}{dx}F_{z'}=0. \end{cases}$, C) $F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}+\frac{d^2}{dx^2}F_{y''}+\ldots+(-1)^n\frac{d^n}{dx^n}F_{y^{(n)}}=0$

D) $F'_y+\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$.

Критерии оценки

За каждое задание - 1 балл, всего 30 баллов.

Критерии оценки итогового контроля

Устанавливается следующая градация перевода оценки из многобалльной в четырехбалльную:

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

В случае, если студент сдает какое-либо из контрольных мероприятий позже установленного срока, преподаватель может снизить максимально возможное количество баллов за данный вид контроля на 5% за каждую неделю просрочки.

Посещение лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий оценивается в суммах до 6 и 10 баллов соответственно, однако эти баллы являются штрафными и вычитаются преподавателем из набранных студентами баллов в ходе текущего и рубежного контроля по следующей схеме:

– за пропуски лекционных занятий

за 25 % пропусков вычитается 1 балл
за 50 % пропусков вычитается 4 балла
за 75 % пропусков вычитается 6 баллов
за 100 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний

– за пропуски практических (семинарских, лабораторных) занятий

за 20 % пропусков вычитается 2 балла
за 40 % пропусков вычитается 5 баллов
за 50 % пропусков вычитается 7 баллов
за 75 % пропусков вычитается 10 баллов
более 75 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний.

Студент, набравший по итогам текущего и рубежного контроля менее 60 возможных баллов или пропустивший более 75 % практических (семинарских, лабораторных) зачета не получает. В этом случае, он изучает неосвоенные им темы, выполняет соответствующие задания на платной основе в сроки, установленные деканатом для ликвидации задолженностей. Баллы, полученные таким образом, прибавляются к количеству баллов, набранных студентом в семестре.

4.3.Рейтинг–план дисциплины.

Интегральные уравнения и вариационное исчисление

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление_подготовки ***[03.03.02] Физика***
курс ___3__, семестр____5___

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Интегральные уравнения.				
Текущий контроль			**0**	**15**
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе №1.	0-5	3	0	15
Рубежный контроль			**0**	**20**
1. Контрольная работа №1	0-5	4	0	20
Модуль 2. Вариационное ислчисление.				
Текущий контроль			**0**	**35**

1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней расчетной работе №2	0-5	5	0	25
1. Контрольная работа №2	0-5	2	0	10
Рубежный контроль			**0**	**30**
2. Тест	0-1	30	0	30
Посещаемость				
1. Посещение лекционных занятий			-6	0
2. Посещение практических занятий			-10	0
Поощрительные баллы				
1. Своевременное выполнение заданий и активная работа у доски.			0	**10**
Итоговый контроль				
1. Зачет			60	**110**

5.Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

В библиотеке Башкирского государственного университета имеются в наличии следующие издания:

Основная литература:

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения : учебное пособие / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2003. - 78 с. - ISBN 5-9221-0275-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68122
2. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123
3. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений / И.Г. Петровский. - 3-е изд., испр. - Москва : Изд-во "Наука", 1965. - 126 с. - ISBN 978-5-4458-5092-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222214

Дополнительная литература:

4. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / В.С. Владимиров, А.А. Вашарин, Х.Х. Каримова и др. - 3-е изд., исправл. - Москва : Физматлит, 2001. - 287 с. - ISBN 5-9221-0072-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68127

5. Интегральные уравнения и вариационное исчисление [Электронный ресурс]: учеб. пособие / БашГУ; сост.: Э. А. Назирова, А. Н. Кучкарова. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:**https://elib.bashedu.ru/dl/read/NazirovaIntegr.Uravnen. i variant.Ischesl.UchPos.2012.pdf**>.
6. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. - б.м. : б.и., б.г.. - 425 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455165
7. Жибер, А. В. Дифференциальные уравнения математической физики и методы их решения [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. В. Жибер, Г. З. Мухаметова, Н. А. Сидельникова; БашГУ. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2010. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:https://elib.bashedu.ru/dl/read/ZhiberDifUravnMetemFiziki.pdf>.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»,необходимых для освоения дисциплины

1. «Электронный читальный зал» (http://www.bashlib.ru/echitzal/).
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» (http://www.biblioclub.ru/)/ .
3. Издательство «Лань» (http://e.lanbook.com/) .
4. http://yagola.professorjournal.ru/integral_equation - лекции по интегральным уравнениям и вариационному исчислению
5. www.gpntb.ru/— Государственная публичная научно-техническая библиотека.
6. www.nlr.ru/ — Российская национальная библиотека.
7. www.nns.ru/ — Национальная электронная библиотека.
8. www.rsl.ru/— Российская государственная библиотека.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения лекционных и практических занятий используется аудиторный фонд физико-технического института.

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	**2**	**3**
Большая физическая аудитория 02	Лекции	Доска, компьютер, мультимедийный проектор, экран Программное обеспечение:

		1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Лицензия OLP NL Academic Edition, бессрочная. Договор № 104 от 17.06.2013 г. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Лицензия OLP NL Academic Edition, бессрочная. Договор № 114 от 12.11.2014 г.
учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитории № 322 или № 324 или № 318 (физмат корпус)	Практические занятия	Доска, мел, сборники задач, калькулятор
Читальный зал №1 (главный корпус, 1 этаж)	Самостоятельная работа	Научный и учебный фонд, научная периодика, ПК (моноблок) - 3 шт, Wi-Fi доступ для мобильных устройств, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 76.
Читальный зал №2 (корпус физмата, 2 этаж)	Самостоятельная работа	Научный и учебный фонд, научная периодика, Wi-Fi доступ для мобильных устройств, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 50.
Читальный зал №4 (корпус биофака, 4 этаж)	Самостоятельная работа	Научный и учебный фонд, научная периодика, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 60.

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплины ***Интегральные уравнения и вариационное исчисление*** на 5 семестр

Очная
форма обучения

Вид работы	**Объем дисциплины**
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	36,2
лекций	18
практических/ семинарских	18
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)(ФКР)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

№ п.п.	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов (СРС)	Форма текущего контроля успеваемости
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Модуль 1. Интегральные уравнения.								
1	Линейные операторы и их приложения в математической физике. Понятие интегрального уравнения. Линейные интегральные уравнения. Классификация. Задача Абеля. Уравнение Фредгольма как пример некорректно поставленной задачи. Метод регуляризации А.Н. Тихонова	2	2		4	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №1.	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях,
2	Уравнения Вольтера 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями. Метод последовательных приближений, метод итерированных ядер для уравнений Вольтерра и Фредгольма 2- го рода. Уравнения Фредгольма с вырожденным ядром. Метод определителей Фредгольма. Резольвента.	4	4		8	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №1.	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, Контр №1
3	Вполне непрерывные операторы. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричными ядрами. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Альтернатива Фредгольма. Теорема Гильберта-Шмидта. Функция Грина. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению.	4	4		8	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №1.	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях,

	Теорема о конечном спектре. Применение преобразований Лаплпаса и Фурье для решения уравнений							
Модуль 2. Вариационное исчисление.								
4	Элементы вариационного исчисления. Введение. Примеры, приводящие к постановке вариационных задач. Понятие функционала. Расстояние между кривыми. Приращение функционала. Вариация функционала.	4	4		8	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №2	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, домашняя контрольная работа №2.
5	Наибольшее значение функционала. Необходимые и достаточные условия наличия экстремума. Типы вариационных задач. Вывод уравнения Эйлера для простейшей вариационной задачи с закрепленными границами. Уравнение Остроградского	4	4		7,8	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №2	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, Контрольная работа 2,
	Всего часов:	**18**	**18**		**35,8**			

Примечание 1. В таблицу не включено 0.2 часа ФКР (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности во время семестра, подразумевающие контактную работу обучающихся с преподавателем).