

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО - ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Утверждено:
на заседании кафедры
дифференциальных уравнений
протокол № 9 от «22» апреля 2019 г.

зав. кафедрой  / Юмагулов М.Г.

Согласовано:
Председатель УМК ФТИ

 / Балапанов М.Х.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

дисциплина **Интегральные уравнения и вариационное исчисление**
(наименование дисциплины)

Базовая часть


(Цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору))

Программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)
03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки
Физика конденсированного состояния вещества

Квалификация
бакалавр

| | |
|--|---|
| <p>Разработчик (составитель) <u>доцент, к.ф.-м.н.</u> (должность, ученая степень, ученое звание)</p> | <p> / Сагитова А.Р. (подпись, Фамилия И.О.)</p> |
|--|---|

Для приема: 2019

Уфа 2019 г.

Составитель: к.ф.м.н, доцент Сагитова А.Р.

Список документов и материалов

| | |
|--|----|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций | 4 |
| 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы | 4 |
| 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) | 4 |
| 4. Фонд оценочных средств по дисциплине | |
| 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине. | 5 |
| 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине. | 6 |
| 4.3. Рейтинг-план дисциплины | 6 |
| 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины | |
| 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины | 22 |
| 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины | 22 |
| 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине | 24 |

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

| Категория (группа) компетенций ¹ (при наличии ОПК) | Формируемая компетенция (с указанием кода) | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине |
|---|---|--|---|
| | <p><i>ОПК-2 - способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.</i></p> | <p><i>ОПК–2.1</i></p> <p><i><u>Знать:</u> понятие дифференциального уравнения; поле направлений; решения, интегральные кривые; векторное поле; фазовые кривые; задача Коши; существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши; различные типы дифференциальных уравнений первого порядка; дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, линейные уравнения однородные и неоднородные; понятие линейной зависимости и независимости решений; фундаментальная система решений, определитель Вронского; линейные уравнения с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; системы обыкновенных дифференциальных уравнений; нормальные системы; автономные системы; формула Остроградского –</i></p> | <p><i><u>Знать:</u> понятие дифференциального уравнения; поле направлений; решения, интегральные кривые; векторное поле; фазовые кривые; задача Коши; существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши; различные типы дифференциальных уравнений первого порядка; дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, линейные уравнения однородные и неоднородные; понятие линейной зависимости и независимости решений; фундаментальная система решений, определитель Вронского; линейные уравнения с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; системы обыкновенных дифференциальных уравнений; нормальные системы; автономные системы; формула Остроградского – Лиувилля; краевая задача; функция Грина; понятие устойчивости по Ляпунову, асимптотической</i></p> |

¹ Указывается только для УК и ОПК (при наличии).

| | | | |
|--|--|---|--|
| | | <p>Ливуилля; краевая задача; функция Грина; понятие устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости и экспоненциальной устойчивости; функции Ляпунова; устойчивость по первому приближению; фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки: седло, узел, фокус, центр; Устойчивость по второму приближению, функция Ляпунова; Критерий Гурвица; критерий Михайлова.</p> | <p>устойчивости и экспоненциальной устойчивости; функции Ляпунова; устойчивость по первому приближению; фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки: седло, узел, фокус, центр; Устойчивость по второму приближению, функция Ляпунова; Критерий Гурвица; критерий Михайлова.</p> |
| | | <p>ОПК-2.2 <u>Уметь</u> решать различные дифференциальные уравнения первого порядка; делать математические постановки; решать дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка и линейные уравнения любого порядка, используя метод вариации произвольной постоянной и метод неопределенных коэффициентов для линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; решать краевые задачи; решать системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений методом исключения, интегрируемых комбинаций и с помощью матричной экспоненты; исследовать зависимость и независимость системы функций по определению и через определитель Вронского; исследовать устойчивости по Ляпунову решения линейной системы дифференциальных уравнений, не линейной системы по первому приближению и с помощью функции Ляпунова, критерий Гурвица; критерий Михайлова.</p> | <p><u>Уметь</u> решать различные дифференциальные уравнения первого порядка; делать математические постановки; решать дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка и линейные уравнения любого порядка, используя метод вариации произвольной постоянной и метод неопределенных коэффициентов для линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; решать краевые задачи; решать системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений методом исключения, интегрируемых комбинаций и с помощью матричной экспоненты; исследовать зависимость и независимость системы функций по определению и через определитель Вронского; исследовать устойчивости по Ляпунову решения линейной системы дифференциальных уравнений, не линейной системы по первому приближению и с помощью функции Ляпунова, критерий Гурвица; критерий Михайлова.</p> |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | <p>ОПК–2.3 <u>Владеть:</u> способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности.</p> | <p><u>Владеть:</u> способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности.</p> |
| | <p><i>ОПК-8 - способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости направление своей деятельности.</i></p> | <p>ОПК-8.1 <u>Знать:</u> принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий дифференциального уравнения и системы дифференциальных уравнений; общего решения и частного решения дифференциального уравнения; задачи Коши; краевой задачи; их корректной математической постановки; критерии оценки полученных результатов.</p> | <p><u>Знать:</u> принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий дифференциального уравнения и системы дифференциальных уравнений; общего решения и частного решения дифференциального уравнения; задачи Коши; краевой задачи; их корректной математической постановки; критерии оценки полученных результатов.</p> |
| | | <p>ОПК-8.2 <u>Уметь:</u> переосмысливать накопленный опыт решения дифференциальные уравнения различного порядка; математических постановок задач физики; решения краевых задачи; решения систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений различными методами; исследования устойчивости по Ляпунову решения систем дифференциальных уравнений различными методами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.</p> | <p><u>Уметь:</u> переосмысливать накопленный опыт решения дифференциальные уравнения различного порядка; математических постановок задач физики; решения краевых задачи; решения систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений различными методами; исследования устойчивости по Ляпунову решения систем дифференциальных уравнений различными методами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.</p> |
| | | <p>ОПК-8.3 <u>Владеть</u> навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности.</p> | <p><u>Владеть</u> навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности.</p> |

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы .

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» является базовой дисциплиной Б1 Дисциплины (модуля). Она изучается на 3 курсе в 5 семестре.

Целями освоения дисциплины (модуля) «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» являются:

- сформировать у будущих специалистов современные теоретические знания в области теории линейных интегральных операторов и линейных функционалов, практические навыки в решении и исследовании основных типов уравнений и краевых задач, связанных с ними,
- ознакомить студентов с соответствующими приложениями этой теории в математической физике.

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» логически и содержательно-методически тесно связана с такими дисциплинами как «Уравнения в частных производных», «Дифференциальные уравнения», «Линейные и нелинейные уравнения математической физики».

Изучение дисциплины является одним из необходимых элементов подготовки специалистов по данному направлению.

3.Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в *Приложение № 1*.

4.Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции **ОПК-2** способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине | Критерии оценивания результатов обучения | |
|--|---|--|--|
| | | «не зачтено» | «зачтено» |
| ОПК–2.1 | Знать: понятие дифференциального уравнения; поле направлений; решения, интегральные кривые; векторное поле; фазовые кривые; задача Коши; существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши; различные типы | Не знает, имеет фрагментарное представление об основных понятиях и законах «Интегральных уравнений и | Знает об основных понятиях и законах «Интегральных уравнений и вариационного |

| | | | |
|---------|---|---|---|
| | дифференциальных уравнений первого порядка; дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, линейные уравнения однородные и неоднородные; понятие линейной зависимости и независимости решений; фундаментальная система решений, определитель Вронского; линейные уравнения с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; системы обыкновенных дифференциальных уравнений; нормальные системы; автономные системы; формула Остроградского – Лиувилля; краевая задача; функция Грина; понятие устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости и экспоненциальной устойчивости; функции Ляпунова; устойчивость по первому приближению; фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки: седло, узел, фокус, центр; Устойчивость по второму приближению, функция Ляпунова; Критерий Гурвица; критерий Михайлова. | вариационного исчисления»» | исчисления»», возможно допускает незначительные ошибки. |
| ОПК–2.2 | <u>Уметь</u> решать различные дифференциальные уравнения первого порядка; делать математические постановки; решать дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка и линейные уравнения любого порядка, используя метод вариации произвольной постоянной и метод неопределенных коэффициентов для линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида; решать краевые задачи; решать системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений методом исключения, интегрируемых комбинаций и с помощью матричной экспоненты; исследовать зависимость и независимость системы функций по определению и через определитель Вронского; исследовать устойчивости по Ляпунову решения линейной системы дифференциальных уравнений, не линейной системы по первому приближению и с помощью функции Ляпунова, критерий Гурвица; критерий Михайлова. | Не показывает сформированные умения в решении задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»» Не умеет анализировать и применять физические законы для решения задач. | Показывает в целом успешное, использование методов решения задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление». Применяет физические законы для решения задач. |
| ОПК–2.3 | <u>Владеть:</u> способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности. | Не владеет или фрагментарно владеет навыками и методами «Интегральных уравнений и вариационного исчисления». | Владеет в целом методами «Интегральных уравнений и вариационного исчисления». |

Код и формулировка компетенции **ОПК-8** - способность самостоятельно приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии.

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине | Критерии оценивания результатов обучения | |
|--|---|---|---|
| | | «не зачтено» | «зачтено» |
| ОПК–8.1 | <u>Знать:</u> принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий дифференциального уравнения и системы дифференциальных уравнений; общего решения и частного решения дифференциального уравнения; задачи Коши; краевой задачи; их корректной математической постановки; | Не знает, имеет фрагментарное представление об основных понятиях и законах «Интегральных уравнения и вариационного исчисления»» | Знает об основных понятиях и законах «Интегральных уравнения и вариационного исчисления»», возможно допускает незначительные ошибки. |
| ОПК–8.2 | <u>Уметь:</u> переосмысливать накопленный опыт решения дифференциальных уравнений различного порядка; математических постановок задач физики; решения краевых задачи; решения систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений различными методами; исследования устойчивости по Ляпунову решения систем дифференциальных уравнений различными методами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов. | Не показывает сформированные умения в решении задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»» Не умеет анализировать и применять физические законы для решения задач. | Показывает в целом успешное, использование методов решения задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление». Применяет физические законы для решения задач. |
| ОПК–8.3 | <u>Владеть</u> навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности. | Не владеет или фрагментарно владеет навыкам и методами «Интегральных уравнения и вариационного исчисления». | Владеет в целом методами «Интегральных уравнения и вариационного исчисления». |

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания

результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине | Оценочные средства |
|--|--|---|
| ОПК-2.1 | <p><u>Знать:</u> понятие интегрального уравнения, классификация; задача Абеля; существование и единственность решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра 2 го рода; понятие резольвенты; уравнение Фредгольма с вырожденным ядром; характеристические числа и собственные функции, их свойства; вполне непрерывные операторы; оператор Фредгольма; альтернатива Фредгольма; уравнения Фредгольма с симметричным ядром; теорема о конечно спектре; теорема Гильбарта- Шмидта; понятие линейного функционала; вариация функционала; понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; вариационной задачи с различного вида границами.</p> | <p align="center">Контрольная №1. Домашняя контрольная работа №1.</p> |
| ОПК-8.1 | <p><u>Знать:</u> принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий интегрального уравнения, ядра, резольвенты; характеристического числа и собственных функций; вполне непрерывных операторов, понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; линейного функционала, вариационной задачи с различного вида границами.</p> | <p align="center">Контрольная №1. Домашняя контрольная работа №1.</p> |
| ОПК-2.2 | <p><u>Уметь:</u> решать уравнения Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решать уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом последовательных приближений и методом итерированных ядер; решать уравнения Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решать уравнения Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма- Лиувилля; находить вариацию линейного функционала; исследовать на наличие сильного и слабого экстремума функционалы; решать вариационную задачу с различного вида границами.</p> | <p align="center">Контрольная №2. Домашняя контрольная №2.</p> |
| ОПК-8.2 | <p><u>Уметь:</u> переосмысливать накопленный опыт решения уравнений Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решения уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом последовательных приближений и методом итерированных ядер; решения уравнений Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решения уравнений Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма- Лиувилля; нахождения вариации линейного функционала; исследования на наличие сильного и слабого экстремума функционалов; решения вариационной задачи с различного вида границами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.</p> | <p align="center">Контрольная №2. Домашняя контрольная №2.</p> |

| | | |
|---------|---|------|
| ОПК-2.3 | <u>Владеть</u> : способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности. | Тест |
| ОПК-8.3 | <u>Владеть</u> навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности. | Тест |

Текущая, промежуточная и итоговая аттестация проводится по модульно-рейтинговой системе согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов.

Текущий контроль – это контроль над всеми видами аудиторной и внеаудиторной работы студентов по данному дисциплинарному модулю, результаты которой оцениваются до рубежного контроля.

Рубежный контроль – проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом.

Рубежный контроль проводится в форме контрольной работы.

По результатам суммарного текущего контроля по всем видам учебной деятельности и рубежного контроля выставляется промежуточный контроль.

Итоговый контроль – форма контроля, проводимая по завершении изучения дисциплины в семестре.

Итоговый контроль проводится в форме теста.

СПИСОК ВОПРОСОВ .

1. Интегральные уравнения, определение. Классификация. Линейные интегральные уравнения.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача Абеля. Задача о колебаниях струны.
3. Уравнения Вольтерра 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями. Метод последовательных приближений. Решение с помощью резольвенты методом итерированных ядер.
4. Метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнения Фредгольма 2-го рода.
5. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения. Определитель Фредгольма. Альтернатива Фредгольма.
6. Элементы функционального анализа. Вполне непрерывные операторы в гильбертовых пространствах. Уравнения Фредгольма 2-го рода с симметричным ядром. Свойства собственных функций и характеристических чисел. Теорема о конечном спектре. Теорема Гильберта-Шмидта. Разложение резольвенты по собственным функциям ядра. Разложение итерированных ядер в ряд по собственным функциям.

7. Линейный функционал. Вариация линейного функционала. Понятие близости кривых к-го порядка. Сильный и слабый экстремум функционала. Необходимое и достаточное условие. Уравнение Эйлера, экстремали.
8. Простейшая вариационная задача.

Контрольно-оценочные материалы.

Контрольная работа № 1. Интегральные уравнения

1. Решить интегральное уравнение, сведя его к дифференциальному

$$y(x) = e^x + \int_0^x (-2x + 2t + 3) y(t) dt$$

2. Методом последовательных приближений решить

$$y(x) = x - \int_0^x (x-t) y(t) dt \quad y_0(x) = 0$$

3. Методом итерированных ядер построить резольвенту и выписать решение

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 e^{x+t} y(t) dt$$

4. Решить уравнение с вырожденным ядром для любых значений параметра

$$y(x) - \lambda \int_{-1}^1 (x+t) y(t) dt = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} x$$

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 20 баллов.

Контрольная работа № 2. Вариационное исчисление

1. Найти вариацию функционала

$$V[y] = \int_a^b (x + y) dx;$$

2. Найти экстремали функционала

$$V[y] = \int_a^b (y^2 - y'^2) dx \text{ с условиями } y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 10 баллов.

Домашняя контрольная №1

1. Дано интегральное уравнение Фредгольма II-го рода:

$$\phi(x) = \lambda \int_{-1}^1 [(a_1 x^2 + b_1 x) y^2 + c_1 y^2 + (d_1 x + e_1) y] \phi(y) dy + f(x).$$

- A) Решить уравнение в случае, если $f(x) = f_1x^2 + g_1x + r_1$;
 B) Найти собственные функции и собственные значения ядра;
 C) Найти резольвенту, дать решение уравнения для произвольной функции $f(x)$ через резольвенту.
2. Дано интегральное уравнение Вольтерра II-го рода:

$$\phi(x) = \lambda \int_0^x [a_2x + b_2y + c_2]\phi(y)dy + f(x)$$

- A) Найти точное решение интегрального уравнения в случае $f(x) = d_2x^2 + c_2x + f_2$.
 B) Построить 3 последовательных приближения для решения уравнения.
 C) Найти выражение для резольвенты и написать решение для произвольной функции $f(x)$ через резольвенту.

3. Дано интегральное уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром:

$$\phi(x) = \lambda \int_0^{b_3} K(x, y)\phi(y)dy,$$

где

$$K(x, y) = \begin{cases} (a_3 + x)(b_3 - y), & 0 \leq x \leq y \leq b_3 \\ (a_3 + y)(b_3 - x), & 0 \leq y \leq x \leq b_3 \end{cases}$$

- A) Найти собственные значения и собственные функции ядра
 B) Найти собственные значения и собственные функции для n-й итерации ядра.

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 15 баллов.

Домашняя контрольная №2

Дан функционал:

$$J[y(x)] = \int_0^2 [a_1 y'^2 + a_2 y y' - 9a_1 y^2 + a_1 c_1 y(x^2 + d_1 x)] dx. (1)$$

1. Проверить линейность функционала (1). Обосновать ответ.
2. Найти приращение функционала (1).
3. Найти вариацию функционала (1) по первому и второму определениям.
4. Решить вариационную задачу с закрепленными границами для функционала (1) при условиях $y(0) = b_1, y(2) = b_2$.
5. Решить вариационную задачу с одним закрепленным концом для функционала (1) при условиях $y(2) = b_1$, первый конец перемещается по прямой $x = 0$.

*значения констант $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, c_1, f_1, d_1$ приведены в таблице для расчетной работы №1.

*номер варианта сохраняется с расчетной работы №1.

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 25 баллов.

Таблица выбора констант для расчетной работы №1

| № еар | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | |
|-------|----|-----|-----|----|----|-----|------|------|----|------|----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|
| a1 | 1 | 10 | 15 | 5 | -5 | -10 | 7,5 | -7,5 | 3 | -3 | -3 | 20 | -20 | 25 | -25 | 15 | 6 | 9 | -9 |
| b1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| c1 | 1 | -10 | -15 | -5 | 5 | 10 | -7,5 | 7,5 | -3 | 3 | 3 | -20 | 20 | -25 | 25 | -15 | -6 | -9 | 9 |
| d1 | 2 | -10 | -14 | -4 | 6 | 11 | -7 | 9 | -2 | 4 | 4 | -19 | 21 | -24 | 26 | -14 | -5 | -8 | 10 |
| e1 | 2 | 1 | 1 | -2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | -1 | 0 |
| f1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| g1 | 0 | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 | 2 | 1 | -1 | -3 | -2 | -1 | 0 | -1 | -2 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| r1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 5 | 0 | 1 | 2 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| a2 | 1 | -9 | 4 | 1 | -1 | -4 | 9 | 2 | 4 | 1,5 | 2 | 1 | -1 | -9 | 4 | 1 | -1 | -4 | 9 |
| b2 | -1 | 9 | -4 | -1 | 1 | 4 | -9 | -2 | -4 | -1,5 | -2 | -1 | 1 | 9 | -4 | -1 | 1 | 4 | -9 |
| c2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| d2 | 2 | -1 | 1 | -1 | -2 | -3 | 2 | 3 | 1 | 5 | -2 | 2 | 1 | 4 | 5 | 6 | -4 | 0 | |
| e2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | |
| f2 | 0 | 0 | 3 | 3 | 3 | 3 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | |
| a3 | -1 | -2 | -1 | -2 | -2 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| b3 | 2 | 3 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| n | 4 | 5 | 6 | 7 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |

ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ

- Уравнение $y(x) = \lambda \int_0^x (-2x + 2t + 3) y(t) dt + e^x$ является уравнением
 - Фредгольма 2-го рода
 - Вольтерра 1-го рода
 - Фредгольма 1-го рода
 - Вольтерра 2-го рода
- Интегральным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестную под знаком
 - Дифференциала
 - Производной
 - Интеграла
 - Суммы
- Характеристическими числами ядра $K(x, t)$ называются значения параметра λ при которых
 - Неоднородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt + f(x)$ имеет только нулевые решения
 - Неоднородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt + f(x)$ имеет ненулевые решения
 - однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$ имеет ненулевые решения
 - однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$ имеет только нулевые решения
- Интегральное уравнение $y(x) = \int_0^x e^{x-t} y(t) dt + e^x$ имеет решение
 - $y(x) = e^{2x}$

B) $y(x) = xe^{x^2/3}$

C) $y(x) = e^{-x}(x^2/2) + 1$

D) $y(x) = e^x + 1$

5. Уравнение $y(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi y(t) dt + \sin x$ является уравнением

A) Фредгольма 2-го рода

B) Вольтерра 1-го рода

C) Фредгольма 1-го рода

D) Вольтерра 2-го рода

6. Формулы $y_0 = f(x)$, $y_n(x) = f(x) + \lambda \int_0^x K(x,t)y_{n-1}(t)dt, n = \square$, $y(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} y_n(x)$ описывают метод

A) Последовательных приближений для уравнения Фредгольма 2-го рода

B) Последовательных приближений для уравнения Вольтерра 2-го рода

C) Итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2-го рода

D) Итерированных ядер для уравнений Вольтерра 2-го рода

7. Собственная функция $y(x) = (1 + 2x)$ является решением уравнения

A) $y(x) - \lambda \int_0^1 (1 + 2x)ty(t)dt = 0$

B) $y(x) - \lambda \int_0^x (1 + 2x)ty(t)dt = \sin x$

C) $y(x) - \lambda \int_0^x (1 + 2x)ty(t)dt = 0$

D) $y(x) - \lambda \int_0^\pi (1 + 2x)ty(t)dt = \sin x$

8. Ядро $K(x,t) = t \sin x + x^2t^3$

A) Симметричное,

B) Ортогональное,

C) Вырожденное,

D) Сингулярное.

9. Собственными функциями ядра $K(x,t)$ называются

A) Нулевые решения $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt + f(x)$.

B) Ненулевые решения $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt + f(x)$.

C) Нулевые решения $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$.

D) Ненулевые решения $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$.

10. Неоднородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt + f(x)$, (где $K(x,t)$ - непрерывное, вырожденное, вещественное ядро) имеет бесконечно много решений или не имеет ни одного

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$ имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$ имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда сопряженное однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(t,x)y(t)dt$ имеет только нулевое решение;

11. Ядро $K(x,t) = \begin{cases} t(x+1), 0 \leq x \leq t \leq 1, \\ (t+1)x, 0 \leq t \leq x \leq 1. \end{cases}$

- A) Симметричное,
- B) Ортогональное,
- C) Вырожденное,
- D) Сингулярное.

12. Уравнение $\int_0^1 e^{x-t} y(t)dt = e^x$ является интегральным уравнением

- A) Неоднородным Фредгольма 1-го рода
- B) Однородным Вольтерра 1-го рода
- C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода
- D) Неоднородным Вольтерра 1-го рода

13. Характеристические числа интегрального оператора Фредгольма с непрерывным, симметричным, вырожденным, неравным тождественно нулю ядром могут образовывать последовательность

A) $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq \dots \leq |\lambda_n| \leq \dots$, причем $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = \infty$;

B) $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq \dots \leq |\lambda_n|$;

C) $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n| \geq \dots$;

D) $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n|$.

14. Для ядра $K(x, t) = xt$ уравнения $y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 xty(t) dt$ повторными будут ядра

A) $K_1(x, t) = x, K_2(x, t) = \frac{x}{3}, K_3(x, t) = \frac{x}{9}, \dots, K_n(x, t) = \frac{x}{3^{n-1}}$;

B) $K_1(x, t) = xt, K_2(x, t) = \frac{xt}{3}, K_3(x, t) = \frac{xt}{9}, \dots, K_n(x, t) = \frac{xt}{3^{n-1}}$;

C) $K_1(x, t) = xt, K_2(x, t) = \frac{xt}{2}, K_3(x, t) = \frac{xt}{4}, \dots, K_n(x, t) = \frac{xt}{2^{n-1}}$;

D) $K_1(x, t) = t, K_2(x, t) = \frac{t}{3}, K_3(x, t) = \frac{t}{9}, \dots, K_n(x, t) = \frac{t}{3^{n-1}}$.

15. Собственные функции оператора Фредгольма, соответствующие различным характеристическим числам

A) Пропорциональны;

B) Линейно зависимы;

C) Ортогональны;

D) Комплексно сопряженные.

16. Неоднородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt + f(x)$, (где $K(x, t)$ - непрерывное, вырожденное ядро) имеет единственное решение

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$ имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$ имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$ имеет бесконечно много решений;

17. Уравнение $y(x) = \lambda \int_0^x (x+2t) y(t) dt$ является уравнением

A) Однородным Фредгольма 2-го рода

B) Однородным Вольтерра 1-го рода

C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода

D) Однородным Вольтерра 2-го рода

18. Уравнение $y(x) = \lambda \int_0^x (x+2t)y(t)dt$ является

- A) линейным уравнением Вольтерра;
- B) нелинейным уравнением Фредгольма;
- C) нелинейным уравнением Вольтерра;
- D) линейным уравнением Фредгольма.

19. Экстремалью функционала называется кривая

- A) интегральная для уравнения Эйлера
- B) на которой достигается абсолютный экстремум функционала
- C) на которой достигается относительный экстремум функционала
- D) на которой вторая вариация функционала обращается в нуль

20. Установить соответствие. Если функционал $I(y) = \int_a^b f(x, y, y')dx$ достигает экстремума на кривой $y_0(x)$, то она удовлетворяет уравнению

$$\text{A) } F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0, \text{ B) } \begin{cases} F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0, \\ F'_z - \frac{d}{dx} F'_z = 0. \end{cases}, \text{ C) } F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} + \frac{d^2}{dx^2} F'_{y''} + \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} F'_{y^{(n)}} = 0$$

$$\text{D) } F'_y + \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0.$$

21. Функционалом называется отображение

- A) – со значениями в \mathbb{R} .
- B) – определённое на пространстве функций со значениями в \mathbb{R} .
- C) – линейное.
- D) – представимое в виде интеграла от переменной функции

22. Функция называется допустимой для функционала в вариационной задаче, если

- A) – она входит в его естественную область определения.
- B) – она входит в область его задания.
- C) – её носитель компактен.
- D) – она не является нулём функционала.

23. Вариацией функционала называется

- A) линейная часть его приращения
- B) нелинейная часть его приращения
- C) квадрат его приращения
- D) модуль его приращения

24. Функционал $F(y)$ достигает на кривой $y = y_0(x)$ сильного максимума, если значения функционала $F(y)$ не больше $F(y_0)$ на любой близкой к $y = y_0(x)$

- А) в смысле близости 0-го порядка;
- В) в смысле близости 1-го порядка;

С) в смысле близости 2-го порядка;

Д) в смысле близости 3-го порядка.

25. Выбери правильное утверждение необходимого условия экстремума функционала

А) Дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$, если при $y = y_0(x)$ вариация $\delta F = 0$.

В) Дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$, тогда и только тогда при $y = y_0(x)$ вариация $\delta F = 0$.

С) Если дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$, то при $y = y_0(x)$ вариация $\delta F = 0$.

Д) Когда вариация $\delta F = 0$ при $y = y_0(x)$, тогда дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$.

26. Простейшая задача вариационного исчисления ставится так

А) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a, b]$) и удовлетворяющих условиям $y(a) = A, y(b) = B$, найти ту, которая доставляет экстремум

функционалу $F(y) = \int_a^b F(x, y, y') dx$.

В) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a, b]$) и удовлетворяющих условиям $y(a) = A$, найти ту, которая доставляет экстремум функционалу

$F(y) = \int_a^b F(x, y, y', y'') dx$.

С) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a, b]$) и удовлетворяющих условиям $y(a) = A, y(b) = B$, найти ту, которая доставляет экстремум

функционалу $F(y) = \int_a^b F(x, y, z, y', z') dx$.

Д) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a, b]$), найти ту, которая доставляет экстремум функционалу $F(y) = \int_a^b F(x, y, y') dx$.

27. Функционал $F(y)$ достигает на кривой $y = y_0(x)$ слабого минимума, если значения функционала $F(y)$ не меньше $F(y_0)$ на любой близкой к $y = y_0(x)$

- А) в смысле близости 0-го порядка;

В) в смысле близости 1-го порядка;

С) в смысле близости 2-го порядка;

Д) в смысле близости 3-го порядка.

28. Установить соответствие. Если функционал $I(y) = \int_a^b f(x, y, z, y', z') dx$ достигает экстремума на кривой $y_0(x)$, то она удовлетворяет уравнению

А) $F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0$, В) $\begin{cases} F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0, \\ F'_z - \frac{d}{dx} F'_z = 0. \end{cases}$, С) $F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} + \frac{d^2}{dx^2} F'_{y''} + \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} F'_{y^{(n)}} = 0$

Д) $F'_y + \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0$.

29. Уравнение $y(x) = \lambda \int_0^1 \frac{y(t)+1}{y^2(t)} dt$ является

А) линейным уравнением Вольтерра;

В) нелинейным уравнением Фредгольма;

С) нелинейным уравнением Вольтерра;

Д) линейным уравнением Фредгольма

30. Установить соответствие. Если функционал $I(y) = \int_a^b f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) dx$ достигает экстремума на кривой $y_0(x)$, то она удовлетворяет уравнению

А) $F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0$, В) $\begin{cases} F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0, \\ F'_z - \frac{d}{dx} F'_z = 0. \end{cases}$, С) $F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} + \frac{d^2}{dx^2} F'_{y''} + \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} F'_{y^{(n)}} = 0$

Д) $F'_y + \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0$.

Критерии оценки

За каждое задание - 1 балл, всего 30 баллов.

Критерии оценки итогового контроля

Устанавливается следующая градация перевода оценки из многобалльной в четырехбалльную:

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

В случае, если студент сдает какое-либо из контрольных мероприятий позже установленного срока, преподаватель может снизить максимально возможное количество баллов за данный вид контроля на 5% за каждую неделю просрочки.

Посещение лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий оценивается в суммах до 6 и 10 баллов соответственно, однако эти баллы являются штрафными и вычитаются преподавателем из набранных студентами баллов в ходе текущего и рубежного контроля по следующей схеме:

- за пропуски лекционных занятий
 - за 25 % пропусков вычитается 1 балл
 - за 50 % пропусков вычитается 4 балла
 - за 75 % пропусков вычитается 6 баллов
 - за 100 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний
- за пропуски практических (семинарских, лабораторных) занятий
 - за 20 % пропусков вычитается 2 балла
 - за 40 % пропусков вычитается 5 баллов
 - за 50 % пропусков вычитается 7 баллов
 - за 75 % пропусков вычитается 10 баллов
 - более 75 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний.

Студент, набравший по итогам текущего и рубежного контроля менее 60 возможных баллов или пропустивший более 75 % практических (семинарских, лабораторных) зачета не получает. В этом случае, он изучает неосвоенные им темы, выполняет соответствующие задания на платной основе в сроки, установленные деканатом для ликвидации задолженностей. Баллы, полученные таким образом, прибавляются к количеству баллов, набранных студентом в семестре.

4.3. Рейтинг–план дисциплины.

Интегральные уравнения и вариационное исчисление

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление_подготовки [03.03.02] Физика

курс 3, семестр 5

| Виды учебной деятельности студентов | Балл за конкретное задание | Число заданий за семестр | Баллы | |
|---|----------------------------|--------------------------|-------------|--------------|
| | | | Минимальный | Максимальный |
| Модуль 1. Интегральные уравнения. | | | | |
| Текущий контроль | | | 0 | 15 |
| 1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе №1. | 0-5 | 3 | 0 | 15 |
| Рубежный контроль | | | 0 | 20 |
| 1. Контрольная работа №1 | 0-5 | 4 | 0 | 20 |
| Модуль 2. Вариационное исчисление. | | | | |
| Текущий контроль | | | 0 | 35 |

| | | | | |
|--|-----|----|----------|------------|
| 1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней расчетной работе №2 | 0-5 | 5 | 0 | 25 |
| 1. Контрольная работа №2 | 0-5 | 2 | 0 | 10 |
| Рубежный контроль | | | 0 | 30 |
| 2. Тест | 0-1 | 30 | 0 | 30 |
| Посещаемость | | | | |
| 1. Посещение лекционных занятий | | | -6 | 0 |
| 2. Посещение практических занятий | | | -10 | 0 |
| Поощрительные баллы | | | | |
| 1. Своевременное выполнение заданий и активная работа у доски. | | | 0 | 10 |
| Итоговый контроль | | | | |
| 1. Зачет | | | 60 | 110 |

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

В библиотеке Башкирского государственного университета имеются в наличии следующие издания:

Основная литература:

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения : учебное пособие / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2003. - 78 с. - ISBN 5-9221-0275-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68122>
2. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123>
3. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений / И.Г. Петровский. - 3-е изд., испр. - Москва : Изд-во "Наука", 1965. - 126 с. - ISBN 978-5-4458-5092-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222214>

Дополнительная литература:

4. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / В.С. Владимиров, А.А. Вашарин, Х.Х. Каримова и др. - 3-е изд., исправл. - Москва : Физматлит, 2001. - 287 с. - ISBN 5-9221-0072-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68127>

5. Интегральные уравнения и вариационное исчисление [Электронный ресурс]: учеб. пособие / БашГУ; сост.: Э. А. Назирова, А. Н. Кучкарова. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:<https://elib.bashedu.ru/dl/read/NazirovaIntegr.Uravnenn.i.variant.Ischesl.UchPos.2012.pdf>>.
6. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. - б.м. : б.и., б.г.. - 425 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455165>
7. Жибер, А. В. Дифференциальные уравнения математической физики и методы их решения [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. В. Жибер, Г. З. Мухаметова, Н. А. Сидельникова; БашГУ. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2010. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:<https://elib.bashedu.ru/dl/read/ZhiberDifUravnMetemFiziki.pdf>>.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. «Электронный читальный зал» (<http://www.bashlib.ru/echitzal/>).
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» (<http://www.biblioclub.ru/>).
3. Издательство «Лань» (<http://e.lanbook.com/>).
4. http://yagola.professorjournal.ru/integral_equation - лекции по интегральным уравнениям и вариационному исчислению
5. www.gpntb.ru/— Государственная публичная научно-техническая библиотека.
6. www.nlr.ru/ — Российская национальная библиотека.
7. www.nns.ru/ — Национальная электронная библиотека.
8. www.rsl.ru/— Российская государственная библиотека.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения лекционных и практических занятий используется аудиторный фонд физико-технического института.

| Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий | Вид занятий | Наименование оборудования, программного обеспечения |
|---|-------------|--|
| 1 | 2 | 3 |
| Большая физическая аудитория 02 | Лекции | Доска, компьютер, мультимедийный проектор, экран Программное обеспечение: |

| | | |
|---|------------------------|--|
| | | <p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Лицензия OLP NL Academic Edition, бессрочная. Договор № 104 от 17.06.2013 г.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Лицензия OLP NL Academic Edition, бессрочная. Договор № 114 от 12.11.2014 г.</p> |
| <p>учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитории № 322 или № 324 или № 318 (физмат корпус)</p> | Практические занятия | Доска, мел, сборники задач, калькулятор |
| Читальный зал №1 (главный корпус, 1 этаж) | Самостоятельная работа | Научный и учебный фонд, научная периодика, ПК (моноблок) - 3 шт, Wi-Fi доступ для мобильных устройств, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 76. |
| Читальный зал №2 (корпус физмата, 2 этаж) | Самостоятельная работа | Научный и учебный фонд, научная периодика, Wi-Fi доступ для мобильных устройств, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 50. |
| Читальный зал №4 (корпус биофака, 4 этаж) | Самостоятельная работа | Научный и учебный фонд, научная периодика, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 60. |

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплины **Интегральные уравнения и вариационное исчисление** на 5 семестр

Очная

форма обучения

| Вид работы | Объем дисциплины |
|--|-------------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов) | 2/72 |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем: | 36,2 |
| лекций | 18 |
| практических/ семинарских лабораторных | 18 |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)(ФКР) | 0,2 |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР) | 35,8 |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль) | |

| № п.п. | Тема и содержание | Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах) | | | | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка) | Задания по самостоятельной работе студентов (СРС) | Форма текущего контроля успеваемости |
|--|--|--|--------|----|----|--|---|--|
| | | ЛК | ПР/СЕМ | ЛР | СР | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Модуль 1. Интегральные уравнения. | | | | | | | | |
| 1 | Линейные операторы и их приложения в математической физике. Понятие интегрального уравнения. Линейные интегральные уравнения. Классификация. Задача Абеля. Уравнение Фредгольма как пример некорректно поставленной задачи. Метод регуляризации А.Н. Тихонова | 2 | 2 | | 4 | Осн.1-2, доп. 5-8 | Решение домашней контрольной №1. | Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, |
| 2 | Уравнения Вольтера 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями. Метод последовательных приближений, метод итерированных ядер для уравнений Вольтерра и Фредгольма 2-го рода. Уравнения Фредгольма с вырожденным ядром. Метод определителей Фредгольма. Резольвента. | 4 | 4 | | 8 | Осн.1-2, доп. 5-8 | Решение домашней контрольной №1. | Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, Контр №1 |
| 3 | Вполне непрерывные операторы. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричными ядрами. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Альтернатива Фредгольма. Теорема Гильберта-Шмидта. Функция Грина. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению. | 4 | 4 | | 8 | Осн.1-2, доп. 5-8 | Решение домашней контрольной №1. | Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, |

| | | | | | | | | |
|---|---|-----------|-----------|--|-------------|-------------------|---------------------------------|---|
| | Теорема о конечном спектре. Применение преобразований Лапласа и Фурье для решения уравнений | | | | | | | |
| Модуль 2. Вариационное исчисление. | | | | | | | | |
| 4 | Элементы вариационного исчисления. Введение. Примеры, приводящие к постановке вариационных задач. Понятие функционала. Расстояние между кривыми. Приращение функционала. Вариация функционала. | 4 | 4 | | 8 | Осн.1-2, доп. 5-8 | Решение домашней контрольной №2 | Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, домашняя контрольная работа №2. |
| 5 | Наибольшее значение функционала. Необходимые и достаточные условия наличия экстремума. Типы вариационных задач. Вывод уравнения Эйлера для простейшей вариационной задачи с закрепленными границами. Уравнение Остроградского | 4 | 4 | | 7,8 | Осн.1-2, доп. 5-8 | Решение домашней контрольной №2 | Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, Контрольная работа 2, |
| | Всего часов: | 18 | 18 | | 35,8 | | | |

Примечание 1. В таблицу не включено 0.2 часа ФКР (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности во время семестра, подразумевающие контактную работу обучающихся с преподавателем).

