

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 10 от «17» июня 2019г.  
Зав. кафедрой  / Болотнов А.М.

Согласовано:  
Председатель УМК факультета математики и  
информационных технологий  
 / Ефимов А.М.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Численные методы решения задач математической физики

Обязательная часть

**программа магистратуры**

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Квалификация  
магистр

Разработчики (составители) профессор, д.ф.-м.н., профессор	 / Лубышев Ф.В.
доцент, к.ф.-м.н., доцент	 / Файрузов М.Э.

Для приема: 2019

Уфа 2019 г.



Составители: доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры информационных технологий и компьютерной математики Лубышев Ф.В., кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры информационных технологий и компьютерной математики Файрузов М.Э.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол от 19.06.2019 г. №11.

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	6
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	6
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	8
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	10
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	14
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	16
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	17
Приложение №1	18

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-2: Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач.	ОПК-2.1. Обладает фундаментальными знаниями по математическим методам решения прикладных задач.	<i>Знать</i> основные концепции дисциплины «Численные методы решения задач математической физики», принципы и методы решения прикладных задач.
		ОПК-2.2. Умеет использовать аппарат математических методов решения прикладных задач в профессиональной деятельности.	<i>Уметь</i> использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.
		ОПК-2.3. Имеет навыки применения аппарата математических методов решения прикладных задач, его совершенствования и реализации новых методов при решении конкретных задач.	<i>Владеть</i> численными методами и их применением для решения задач прикладного характера.

## 2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Численные методы решения задач математической физики» входит в обязательную часть цикла Б1.О.12 дисциплины (модуля).

Дисциплина «Численные методы решения задач математической физики» изучается на 2 курсе в 1 семестре.

Целями освоения дисциплины «Численные методы решения задач математической физики» являются: выработать у студентов – магистрантов глубокие знания в области современной теории численных методов решения уравнений математической физики (УМФ)

и задач оптимизации для УМФ; выработать глубокие знания наиболее используемых на практике методов численного решения УМФ, задач оптимального управления, обратных задач, их вычислительных аспектов с приложением к решению классов задач для УМФ; выработать у студентов – магистрантов не только навыки самостоятельного изучения основных приемов и методик разработки методов, но и умение применять на практике полученные теоретические знания о широте возможностей численных методов для решения на ЭВМ различных (конкретных) классов математических задач, возникающих при решении конкретных проблем физики, техники, химии, биологии, экономики и т.д. на основе создания математических моделей процессов и их обоснования, разработки алгоритмов, а также создания программного обеспечения для решения этих задач.

### 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

#### 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции ОПК-2

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Неудовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-2.1. Обладает фундаментальными знаниями по математическим методам решения прикладных задач.	<i>Знать</i> основные концепции дисциплины «Численные методы решения задач математической физики», принципы и методы решения прикладных задач.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы решения задач математической физики», о принципах и методах обработки информации.	Неполные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы решения задач математической физики», о принципах и методах обработки информации.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы решения задач математической физики», о принципах и методах обработки информации.	Сформированные систематические представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы решения задач математической физики», о принципах и методах обработки информации.
ОПК-2.2. Умеет использовать	<i>Уметь</i> использовать на	Отсутствие умений или фрагментарные	В целом успешное, но не	В целом успешное, но содержащее	Сформированное умение использовать на

аппарат математических методов решения прикладных задач в профессиональной деятельности.	практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	умения использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	систематическое использование на практике знаний численных методов, не систематическое умение корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	отдельные пробелы в использовании на практике знаний численных методов, в умении корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.
ОПК-2.3. Имеет навыки применения аппарата математических методов решения прикладных задач, его совершенствования и реализации новых методов при решении конкретных задач.	<i>Владеть</i> численными методами и их применением для решения задач прикладного характера.	Отсутствие владения или фрагментарное владение численных методов и их применением для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но не систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применения численных методов и их применений для решения задач прикладного характера.	Успешное и систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.

Показатели сформированности компетенции. Шкалы оценивания: для экзамена:

«2» – «неудовлетворительно»;

«3» – «удовлетворительно»;

«4» – «хорошо»;

«5» – «отлично».

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>	<b>Оценочные средства</b>
ОПК-2.1. Обладает фундаментальными знаниями по математическим методам решения прикладных задач. ОПК-2.2. Умеет использовать	<i>Знать</i> основные концепции дисциплины «Численные методы решения задач математической физики», принципы и методы решения прикладных задач.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>

аппарат математических методов решения прикладных задач в профессиональной деятельности. ОПК-2.3. Имеет навыки применения аппарата математических методов решения прикладных задач, его совершенствования и реализации новых методов при решении конкретных задач.	<i>Уметь</i> использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	<i>Владеть</i> численными методами и их применением для решения задач прикладного характера.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>

### Экзаменационные билеты

Экзамен является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: 3 вопроса. Первый и второй вопросы – теоретический, третий вопрос – практический.

#### *Перечень вопросов для экзаменов*

1. Понятие о математическом моделировании и вычислительном эксперименте. Математическое моделирование процессов, описываемых уравнениями в частных производных. Постановка задач.
2. Стационарные физические процессы, протекающие в однородных и неоднородных, изотропных и анизотропных средах при наличии либо отсутствии внутренних источников субстанции. Уравнения эллиптического вида. Постановки основных краевых задач.
3. Нестационарные физические процессы. Уравнения параболического и гиперболического типов. Постановка основных начально-краевых задач.
4. Корректно и некорректно поставленные задачи математической физики. Классическое и обобщенное решения краевых и начально-краевых задач. Соболевские пространства.
5. Вариационные методы. Общие положения. Корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов; минимизирующие последовательности и их сходимость к непустому множеству. Постановка задач минимизации двух типов.
6. Операторные уравнения с положительными операторами в гильбертовом пространстве. Теоремы о единственности решений и о функционале энергии. Теорема о сходимости минимизирующей последовательности функционала энергии и оценка ее скорости сходимости для случая, когда оператор  $A$  уравнения  $Au = f$  положительно определен в  $H$ .
7. Классический метод Рунге построения минимизирующей последовательности; теорема о минимуме функционала энергии в конечномерном пространстве. Теорема о минимизирующей последовательности, ее сходимости и оценке приближения.
8. Понятие об энергетическом пространстве  $H_A$  положительно определенного оператора и его структуре. Теорема о минимуме функционала энергии в  $H_A$ ; обобщенное решение операторного уравнения  $Au = f$ . Метод Рунге в энергетическом пространстве, теорема о сходимости метода в  $H_A$  к обобщенному решению. Применение вариационного метода к решению краевых задач для эллиптических уравнений; постановка задач, формулы Грина для дифференциальных выражений, неравенство Фридрихса; сведение краевых задач к операторным уравнениям с положительно определенными операторами: метод Рунге и его сходимость.
9. Метод конечных элементов. вариационного типа. Метод минимальных невязок и

скорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.

### Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Факультет математики и информационных технологий  
магистры 2 год, 1 семестр, 2019/2020 учебный год

Дисциплина Численные методы решения задач математической физики  
Направление 01.04.02 – Прикладная математика и информатика

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Классический метод Рунге построения минимизирующей последовательности для функционала энергии.
2. Фундаментальная теорема А. А. Самарского о сходимости неявных стационарных методов простой итерации с параметром и методы Рундсона и релаксации.
3. Пусть  $u(x) \in C^{(1)}[a, b]$ , причем  $u(a) = u(b) = 0$ . Покажите, что справедливо неравенство Фридрихса

$$\int_a^b u^2(x) dx \leq c \int_a^b |u'(x)|^2(x) dx.$$

Зав. Кафедрой ИТ и КМ



А.М. Болотнов

### Критерии оценки:

- **«отлично»** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- **«хорошо»** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при

выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

**Примеры контрольных заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

**Пример контрольной работы.**

1. Рассмотрите дифференциальную задачу

$$\begin{cases} \frac{du}{dx} + a(x)u(x) = f(x), & x \in (0,1), \\ u(0) = 0, & a(x), f(x) \in C^{(4)}[0,1]. \end{cases}$$

Считая, что функции  $y_i$  и  $f_i$  определены в узлах  $x_i = ih$ ,  $h = 1/N$ ,  $i = 0, 1, \dots, N$ , определите порядок аппроксимации на решениях разностной схемы:

а)  $\frac{y_{i+1} - y_i}{h} + a_i y_i = f_i, \quad i = \overline{0, N-1}, y_0 = 0,$

б)  $\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + a_i y_i = f_i, \quad i = \overline{1, N-1}, y_0 = 0, y_1 = hf_0,$

где  $a_i = a(x_i)$ ,  $f_i = f(x_i)$ .

2. Дана краевая задача

$$\begin{aligned} -\frac{d^2u}{dx^2} + cu &= f(x), & x \in (0,1), \\ u(0) = u(1) &= 0, & c = \text{const}. \end{aligned}$$

При каких  $c$  для решения этой задачи можно применять метод Рунге?

3. Покажите, что для краевой задачи

$$\begin{aligned} Lu = -\frac{d}{dx} \left( k(x) \frac{du}{dx} \right) + q(x)u &= f(x), & 0 < x < 1, \\ u(0) = 0, & u(1) = 0, \end{aligned}$$

где  $0 < v \leq k(x) \leq v_1$ ,  $0 \leq q(x) \leq v_2$ , функционал энергии в методе Рунге имеет вид

$$J(u) = \int_0^1 \left[ k(x) \left( \frac{du}{dx} \right)^2 + q(x)u^2 - 2fu \right] dx.$$

4. Для краевой задачи

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dx} \left( (1+x^2) \frac{du}{dx} \right) + e^x u &= \cos x + x, & x \in (0,1), \\ u(0) = u(1) &= 0, \end{aligned}$$

на равномерной сетке постройте разностную схему методом аппроксимации функционала.

5. Для краевой задачи

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dx} \left( (1+e^x) \frac{du}{dx} \right) + (1+x^2)u &= \sin x + x, & x \in (0,1), \\ u(0) = u(1) &= 0, \end{aligned}$$

на равномерной сетке постройте схему второго порядка аппроксимации методом сумматорного тождества.

### Примеры лабораторных заданий

1. Для двумерного уравнения Пуассона  $-\Delta u = f$  в шаровом слое  $R_1 \leq r \leq R_2$  с краевыми условиями  $u = 0$  при  $r = R_1$ ,  $r = R_2$  построить разностную схему второго порядка аппроксимации и решить полученную систему сеточных уравнений методом Рундсона.

2. Для начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( (\cos^2 x + 0,1) \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad 0 < x < 1, 0 < t \leq T = 1,$$

$$u(x,0) = 1 - x, \quad u(0,t) = \cos t, \quad u(1,t) = 0,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации по  $h$  и  $\tau$  (где  $h$  и  $\tau$  – шаги пространственной и временной сеток). Найдите численное решение этой задачи.

3. Для краевой задачи

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( (1 + x^2 y) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( (1 + xy^2) \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (x, y) \in (0,1) \times (0,1),$$

$$u(x, y) = \mu(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации. Найдите численное решение этой задачи.

### Самостоятельная работа

Самостоятельная работа студентов заключается в подготовке к занятиям и выполнении зачетных заданий с использованием рекомендованной учебно-методической литературы. В качестве дополнительных заданий предлагаются темы докладов.

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Самарский, А.А. Математическое моделирование / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - Москва : Физматлит, 2005. - 160 с. - ISBN 978-5-9221-0120-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68976>.
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941>.
3. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук ; ред. Е.В. Шишкина. - Москва : Наука, 1977. - 458 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457019>.

#### Дополнительная литература:

4. Лебедев, В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учебное пособие / В.И. Лебедев. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 294 с. - ISBN 5-9221-0092-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68363> (05.11.2018).

5. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебник / Ф.П. Васильев. - Изд. нов., перераб. и доп. - Москва : МЦНМО, 2011. - Ч. 1. Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. - 620 с. - ISBN 978-5-94057-707-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313>

## 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. [www.gpntb.ru/](http://www.gpntb.ru/)— Государственная публичная научно-техническая библиотека.
2. [www.nlr.ru/](http://www.nlr.ru/) — Российская национальная библиотека.
3. [www.nns.ru/](http://www.nns.ru/) — Национальная электронная библиотека.
4. [www.rsl.ru/](http://www.rsl.ru/)— Российская государственная библиотека.
5. [www.microinform.ru/](http://www.microinform.ru/) — Учебный центр компьютерных технологий

Официальный интернет сайт Российской государственной библиотеки, содержащий обширный электронный каталог печатных изданий и предоставляющий доступ к оцифрованным изданиям [www.rsl.ru](http://www.rsl.ru)

Официальный интернет сайт библиотеки Башкирского государственного университета, содержащий электронный каталог печатных изданий и предоставляющий доступ к оцифрованным изданиям [www.bashlib.ru](http://www.bashlib.ru)

Электронная библиотечная система, специализирующаяся на образовательной и научной литературе, а также электронных их изданиях [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru).

Электронная библиотечная система издательства «Юрайт», специализирующаяся на образовательной и научной литературе, а также электронных их изданиях [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru).

## 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	2	3
<p>1. <i>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</i> аудитория № 515 (физико-математический корпус - учебное).</p> <p>2. <i>Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</i> аудитория № 515 (физико-математический корпус - учебное).</p>	<p>Аудитория № 515. Учебная мебель, доска.</p> <p>Аудитория № 426 Учебная мебель, доска, персональные компьютеры LenovoThinkCentreA70zIntelPentiumE 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., шкаф TLKTWP-065442-G-GY</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade; лицензии бессрочные, договор №104 от 17.06.2013 г.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Лицензии бессрочные, договор №114 от 12.11.2014 г.</p> <p>3. Среда разработки Microsoft Visual Studio Community 2017 (Условия лицензии на программное обеспечение Microsoft Visual Studio Community 2017, ссвободное программное обеспечение).</p> <p>4. AcademicEdition Networked Volume Licenses RAD Studio XE3 Professional Concurrent AppWaveEnglish; договор №263</p>

<p><b>3. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> аудитория № 515 (физико-математический корпус - учебное).</p> <p><b>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитория № 515 (физико-математический корпус - учебное).</p> <p><b>5. Помещения для самостоятельной работы:</b> читальный зал № 2 (физико-математический корпус), аудитория № 426 компьютерный класс (физико-математический корпус – учебное).</p>		<p>от 07.12.2012 г.</p> <p>5. Python 3.7 (лицензия Python SoftwareFoundationLicense, ссвободное программное обеспечение)</p> <p>6. Язык программирования Go (лицензия BSD, свободное программное обеспечение).</p> <p>7. Язык программирования PHP (The PHP License, version 3.01, ссвободное программное обеспечение).</p> <p>8. СУБД MySQL (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение).</p> <p>9. Web-сервер Apache (Apache License, свободное программное обеспечение).</p> <p>10. Lazarus (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение).</p> <p>11. Браузер Google Chrome (лицензия BSD, свободное программное обеспечение).</p> <p>12. Архиватор 7-Zip. (лицензия GNU LGPL, свободное программное обеспечение).</p> <p>13. Текстовый редактор Notepad++. (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение).</p> <p>14. Simply Linux x86_64 (лицензионный договор на программное обеспечение Simply Linux 8.2.0 и включенные для него программы для ЭВМ, свободное программное обеспечение).</p>
---	--	--

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

*дисциплины – «Численные методы решения задач математической физики» на 3 семестр*

*очная форма обучения*

Рабочую программу осуществляют:

Лекции: профессор каф. ИТиКМ, д.ф.-м.н. Лубышев Ф.В.

Лабораторные работы: профессор каф. ИТиКМ, д.ф.-м.н. Лубышев Ф.В.

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (з.е. / часов)	5/180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	65.7
лекций	26
практических/ семинарских	
лабораторных	38
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1.7
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	79.5
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

Формы контроля:

экзамен 3 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕ М	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	3-й семестр							
1	<b>Часть I.</b> Понятие о математическом моделировании и вычислительном эксперименте. Математическое моделирование процессов, описываемых уравнениями в частных производных. Постановка задач.	2		2	10	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе
2	Стационарные физические процессы, протекающие в однородных и неоднородных, изотропных и анизотропных средах при наличии либо отсутствии внутренних источников субстанции. Уравнения эллиптического вида. Постановки основных краевых задач.	2		4	10	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе
3	Нестационарные физические процессы. Уравнения параболического и	2		4	6	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе

	гиперболического типов. Постановка основных начально-краевых задач.							
4.	Корректно и некорректно поставленные задачи математической физики. Классическое и обобщенное решения краевых и начально-краевых задач. Соболевские пространства.	2	4	6	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе, РГР	
5.	Вариационные методы. Общие положения. Корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов; минимизирующие последовательности и их сходимость к непустому множеству. Постановка задач минимизации двух типов.	2	4	6	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе, РГР	
6.	Операторные уравнения с положительными операторами в гильбертовом пространстве. Теоремы о единственности решений и о функционале энергии. Теорема о сходимости минимизирующей последовательности функционала энергии и оценка ее скорости сходимости для случая, когда оператор $A$ уравнения $Au = f$ положительно определен	2	4	6	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе, РГР	

	в $H$ .							
7.	Классический метод Ритца построения минимизирующей последовательности; теорема о минимуме функционала энергии в конечномерном пространстве. Теорема о минимизирующей последовательности, ее сходимости и оценке приближения.	2		4	6	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе, РГР
8.	Понятие об энергетическом пространстве $H_A$ положительно определенного оператора и его структуре. Теорема о минимуме функционала энергии в $H_A$ ; обобщенное решение операторного уравнения $Au = f$ . Метод Ритца в энергетическом пространстве, теорема о сходимости метода в $H_A$ к обобщенному решению. Вопросы устойчивости решения системы Ритца, оценки погрешности приближения.	4		4	6	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе, РГР
9.	Основные понятия теории разностных схем; сетки и сеточные функции, пространство сеточных функций, сеточные нормы; разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов,	4		4	6	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе, РГР

	локальная и на сетке погрешности разностных аппроксимаций, погрешности аппроксимации с заданным порядком; постановка разностной задачи (разностных схем), погрешность разностной схемы, сходимость, порядки точности и аппроксимации разностной схемы, корректность, связь между устойчивостью, аппроксимацией и сходимостью.							
10	Методы построения разностных схем: интегро-интерполяционный метод (метод баланса); метод аппроксимации квадратичного функционала; метод аппроксимации интегрального тождества (метод сумматорных тождеств); методы Рунге и Бунднова-Галеркина (вариационно-разностный метод или метод конечных элементов).	4	4	11.5	1-2, 3-4	1	отчет по лабораторной работе, РГР	
	<b>Всего часов:</b>	26	38	65.5				