


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 8 от «17» апреля 2020 г.

Зав. кафедрой  / Юмагулов М.Г.

Согласовано:
Председатель УМК факультета математики и информационных технологий

 / Ефимов А.М.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Специальные функции математической физики

вариативная часть

программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)

01.03.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки

«Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление»

Квалификация

бакалавр

Разработчики (составители)
доцент, к.ф.-м.н.



/ Кучкарова А.Н.

Для приема: 2020

Уфа 2020 г.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры дифференциальных уравнений протокол от « 17 » апреля 2020 г. № 8

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	5
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	7
4.3. Рейтинг-план дисциплины	7
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	11
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	11
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	12

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	Знать: -постановки классических задач механики, математической физики; -постановки классических задач спектральной теории дифференциальных операторов;	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	

Умения	Уметь: -корректно ставить задачи механики, математической физики -применять известные методы решения задач механики, математической физики; - применять известные методы решения задач спектральной теории дифференциальных операторов	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	
Владения (навыки / опыт деятельности)	Владеть: -способностью математически корректно ставить естественнонаучные задач и владеть способностью оценивать корректность поставленных задач математики.	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «*Специальные функции математической физики*» относится к части *Дисциплины по выбору*. Дисциплина изучается на 4 курсе в 8 семестре.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения в частных производных», «Аналитическая геометрия». Изучение дисциплины «*Специальные функции математической физики*» содействует формированию глубокого понимания теории дифференциальных уравнений, теории динамических систем и их приложений.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции

ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.

Этап (уровень) освоения компетен ции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетвор ительно»)	3 («Удовлетвор ительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать: -постановки классических задач механики, математическо й физики; -постановки классических задач спектральной теории дифференциаль ных операторов;	Отсутствие знаний	Частичны е знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемо й дисциплины	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины	Полные и четкие знания содержания материала по предмету, основны х методов решения задач, основных теорем преподавае мой дисциплины
Второй этап (уровень)	Уметь: -корректно ставить задачи механики, математическо й физики -применять известные методы решения задач механики, математическо й физики; - применять известные методы решения задач спектральной теории дифференциаль ных операторов	Отсутствие умений	Фрагмент арные умения решать задачи по преподаваемо й дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	Сформи рованное умение решать задачи по преподавае мой дисциплине, определять корректност ь поставленно й задачи, применять на практике знания по предмету

Третий этап (уровень)	Владеть: -способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи и владеть способностью оценивать корректность поставленных задач математики.	Отсутствие владений	В целом успешные, но не систематические владения способностью корректно поставить задачу, классическими современным и методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	Успешные владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета
-----------------------	---	---------------------	--	---	--

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена*:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	Знать: -постановки классических задач механики, математической физики; -постановки	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок	Контрольная работа, доклад на семинаре

	классических задач спектральной теории дифференциальных операторов;	классических задач математики.	
2-й этап Умения	Уметь: -корректно ставить задачи механики, математической физики -применять известные методы решения задач механики, математической физики; - применять известные методы решения задач спектральной теории дифференциальных операторов	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	Контрольная работа, доклад на семинаре
3-й этап Владеть навыками	Владеть: -способностью математически корректно ставить естественнонаучные задач и владеть способностью оценивать корректность поставленных задач математики.	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	Контрольная работа, доклад на семинаре

4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

Экзаменационные билеты

Примерные вопросы для экзамена:

1. Определение гамма-функции. Интегральное представление гамма-функции. Область определения и полюсы.
2. Представление Ганкеля для гамма-функции в виде интеграла по петле.
3. Предельная форма Эйлера для представления гамма-функции.
4. Формула для произведения гамма-функций.
5. Регулярные и особые точки решений дифференциального уравнения второго порядка. Построение формального решения в окрестности регулярной точки в виде степенного ряда.
6. Построение формального решения дифференциального уравнения второго порядка в окрестности регулярной особой точки. Показатели особой точки.
7. Построение линейно независимых решений уравнения второго порядка в окрестности регулярной особой точки, когда показатели особой точки совпадают.

8. Построение линейно независимых решений гипергеометрического уравнения в окрестности точки $z = \square$.
9. Уравнение Бесселя. Особые точки уравнения Бесселя. Степенной ряд для функции Бесселя.
10. Разностное уравнение для функций Бесселя разных порядков.
11. Вывод формулы для интегрального представления функции Бесселя.
12. Функция Эйри. Представление в виде ряда и в виде интеграла.
13. Построение асимптотики интеграла методом Лапласа.
14. Асимптотика решения уравнения Бесселя при большом значении аргумента.
15. Асимптотика функции Эйри $z^{\square-\square}$ и $z^{\square\square}$.
16. Уравнение параболического цилиндра. Функция параболического цилиндра. представление в виде ряда.
17. Интегральное представление для функции параболического цилиндра. Асимптотики функции параболического цилиндра.
18. Уравнение для функции Вейерштрасса. Представление решения в виде интеграла. Двойкопериодичность.
19. Представление функции Вейерштрасса в виде ряда. Свойства четности, нечетности. Связь между коэффициентами уравнения и периодами.
20. Положение и порядок полюсов и нулей функции Вейерштрасса.
21. Теорема Лиувилля для эллиптических функций. Следствия.
22. Уравнения математического маятника и функция синус амплитуды.
23. Выражение для периодов функции синус амплитуды. Нули и полюсы функции синус амплитуды.
24. Эллиптические функции Якоби. Система дифференциальных уравнений. Свойства четности и периодичность.
25. Разложение функции синус амплитуды в окрестности нуля аргумента.
26. Уравнение Матье и функции Матье. Построение функций Матье.
27. Уравнение Ламе в стандартной форме и в форме Вейерштрасса.

Образец экзаменационного билета:

Билет №1

1. Уравнение Бесселя. Особые точки уравнения Бесселя. Степенной ряд для функции Бесселя. (20 баллов).
2. Асимптотика функции Эйри. (10 баллов).

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене:

Критерии оценки (в баллах):

- 25-30 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание

функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Примерный список тем на семинары

1. Регулярные и особые точки решений дифференциального уравнения второго порядка. Построение формального решения в окрестности регулярной точки в виде степенного ряда.
2. Построение формального решения дифференциального уравнения второго порядка в окрестности регулярной особой точки. Показатели особой точки.
3. Построение линейно независимых решений уравнения второго порядка в окрестности регулярной особой точки, когда показатели особой точки совпадают.
4. Построение линейно независимых решений гипергеометрического уравнения в окрестности точки $z = \square$.
5. Уравнение Бесселя. Особые точки уравнения Бесселя. Степенной ряд для функции Бесселя.
6. Разностное уравнение для функций Бесселя разных порядков.
7. Функция Эйри. Представление в виде ряда и в виде интеграла.
8. Асимптотика решения уравнения Бесселя при большом значении аргумента.
9. Уравнение параболического цилиндра. Функция параболического цилиндра. представление в виде ряда.
10. Интегральное представление для функции параболического цилиндра. Асимптотики функции параболического цилиндра.
11. Уравнение для функции Вейерштрасса. Представление решения в виде интеграла. Двоякопериодичность.
12. Представление функции Вейерштрасса в виде ряда. Свойства четности, нечетности. Связь между коэффициентами уравнения и периодами.
13. Положение и порядок полюсов и нулей функции Вейерштрасса.
14. Теорема Лиувилля для эллиптических функций. Следствия.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется студенту за полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и при верно данных ответах на дополнительные вопросы.

- 5-9 баллов выставляется студенту в случае, если студент сделал полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и не ответил на 1-2 дополнительных вопроса, либо сделал неполный и/или нечеткий доклад, но при этом ответил на все дополнительные вопросы.
- 1-4 балла выставляется студенту в случае, если студент сделал неполный доклад на семинаре на заданную тему и не ответил ни на один дополнительный вопрос.
- 0 баллов выставляется студенту, если им не был сделан доклад на заданную тему.

Задания для контрольной работы

Описание контрольной работы:

В семестре студенту представляется две контрольные работы. Каждая контрольная работа состоит из четырех объемных заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение. Каждое задание оценивается в 3 балла. В случае, если студент не справляется с более 50% заданий по обеим контрольным, он не допускается к сдаче экзамена. У каждого студента есть возможность пересдать контрольную работу.

Пример варианта контрольной работы:

Контрольная работа №1.

Задание 1. Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в круге: $\Delta u + u = 0$, $0 \leq r < 2$, $u|_{r=2} = 2 \cos 3\phi - \sin 3\phi + \sin \phi$.

Задание 2. Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в шаре: $\Delta u + 2u = 0$, $0 \leq r < 2$, $u|_{r=2} = 3 + 2 \cos \vartheta + 6 \cos 2 \vartheta$.

Задание 3. Решить краевую задачу для уравнения Лапласа внутри прямого кругового цилиндра $0 \leq r \leq a$, $0 \leq z \leq h$ со следующими граничными условиями: $u|_{r=a} = \cos 2\phi$, $u|_{z=0} = u|_{z=h} = 0$.

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах)

12 баллов выставляется студенту, если все задачи решены верно;

9 баллов выставляется студенту, если 2 задачи решены верно;

6 баллов выставляется студенту, если 1 задача решена верно, а две другие частично элементами правильного решения;

3 балла выставляется студенту, если 1 задача решена верно, а остальные не решались или при их решении отсутствуют элементы правильного решения.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для

ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Холодова, С.Е. Специальные функции в задачах математической физики [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.Е. Холодова, С.И. Перегудин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : НИУ ИТМО, 2012. — 72 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/43459>.
2. Киселев О. Зоопарк чудовищ или знакомство со специальными функциями Изд-во БашГУ, 2000, открытый эл.ресурс: <http://padabum.com/d.php?id=29296>

Дополнительная литература:

3. Хеннер, В.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.К. Хеннер, Т.С. Белозерова, М.В. Хеннер. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96873>.
4. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Специальные функции математической физики. М., Наука, 2007 (Имеется в ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - <https://biblioclub.ru/>).

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. «Электронная библиотека БашГУ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
3. ЭБС «ЛАНЬ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Аудитория 523	Лекции, практические занятия	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины

Специальные функции математической физики

(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Рабочую программу осуществляют:

Лекции: к.ф.-м.н., доцент Кучкарова А.Н.

(должность, уч. степень, ф.и.о.)

Практические занятия: к.ф.-м.н., доцент Кучкарова А.Н.

(должность, уч. степень, ф.и.о.)

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
Лекций	18
практических/ семинарских	
лабораторных	18
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	106,8

Формы контроля:

экзамен 8 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)					Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Всего	ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	Линейные уравнения. Гамма-функция.	32	6		6	20	[1]- [5]	[1]-[3]	Контрольная работа, доклад на семинаре
2.	Функция Эйри. Функция Бесселя.	32	6		6	20	[1]-[5]	[1]-[3]	Контрольная работа, доклад на семинаре
3.	Эллиптические функции.	38	8		8	22	[1] -[5]	[1]-[3]	Доклад на семинаре
4.	Функция Вейерштрасса. Функция Якоби.	38,8	8		8	22,8	[1]-[5]	[1]-[3]	Контрольная работа, доклад на семинаре
5.	Функции Матъе и Ламе.	38	8		8	22	[1]-[5]	[1]-[3]	Контрольная работа, доклад на семинаре
	Всего часов:	142,8	18	18		106,8			

Рейтинг – план дисциплины

Специальные функции математической физики

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки 01.03.01 Математика

курс 4, семестр 1 Кафедра: дифференциальных уравнений

Рейтинг-план (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1.				
Текущий контроль			0	25
1. Аудиторная работа, работа на семинаре				9
2. Домашняя работа	0,5	8		4
Рубежный контроль				
Контрольная работа	3	4		12
Модуль 2.				
Текущий контроль				20
1. Аудиторная работа				6
2. Домашняя работа	0,5	8		4
Рубежный контроль				
Выступление на семинаре				10
Модуль 3.				
Текущий контроль				25
1. Аудиторная работа, работа на семинаре				9
2. Домашняя работа	0,5	8		4
Рубежный контроль				
Контрольная работа	3	4		12
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
Экзамен			0	30
Итого			45	100