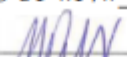



ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 8 от «17» апреля 2020 г.
Зав. кафедрой  / Юмагулов М.Г.

Согласовано:
Председатель УМК ФМиИТ
 / Ефимов А.М.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний

Обязательная часть

программа магистратуры

Направление подготовки (специальность)


01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки

«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Квалификация

магистр

| | |
|---|--|
| Разработчики (составители) зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор |  / Юмагулов М.Г. |
|---|--|

Дата приема: 2020
Уфа 2020 г.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры дифференциальных уравнений протокол № 8 от «17»__апреля__2020 г.

Список документов и материалов

| | |
|--|----|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы | 4 |
| 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы | 5 |
| 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) | 5 |
| 4. Фонд оценочных средств по дисциплине | |
| 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания | 5 |
| 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций | 7 |
| 4.3. Рейтинг-план дисциплины | 7 |
| 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины | |
| 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины | 11 |
| 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины | 11 |
| 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине | 12 |

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

| Код и наименование общепрофессиональной компетенции выпускника | Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции |
|--|---|
| ОПК-1. Способен формулировать | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области фундаментальной и прикладной |

| | |
|--|---|
| и решать актуальные и значимые проблемы математики | <p>математики.</p> <p>ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области фундаментальной и прикладной математики в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p> |
|--|---|

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «*Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*» относится к части *Вариативная*.

Дисциплина изучается на 2 курсе в 3 семестре.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения в частных производных», «Аналитическая геометрия». Изучение дисциплины «*Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*» содействует формированию глубокого понимания теории динамических систем и является серьезным толчком к изучению такой важной темы, как нелинейная динамика.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции

ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

| Этап (уровень) освоения компетенции | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного) | Критерии оценивания результатов обучения | | | |
|-------------------------------------|---|--|-------------------------|--------------|---------------|
| | | 2 («Не удовлетворительно») | 3 («Удовлетворительно») | 4 («Хорошо») | 5 («Отлично») |
| | | | | | |

| | | | | | |
|-----------------------|---|---------------------|--|--|--|
| | уровня освоения компетенций) | | | | |
| Первый этап (уровень) | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области фундаментальной и прикладной математики. | Отсутствие знаний | Частичные знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины | Полные и четкие, но отдельные пробелы знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины | Полные и четкие знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины |
| Второй этап (уровень) | ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области фундаментальной и прикладной математики в профессиональной деятельности. | Отсутствие умений | Фрагментарные умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету | В целом успешные, но отдельные пробелы умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету | Сформированное умение решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету |
| Третий этап (уровень) | ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. | Отсутствие владений | В целом успешные, но не систематические владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом | В целом успешные, но отдельные пробелы владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом | Успешные владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета |

| | | | | | |
|--|--|--|----------|----------|--|
| | | | предмета | предмета | |
|--|--|--|----------|----------|--|

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена*:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

| Этапы освоения | Результаты обучения | Компетенция | Оценочные средства |
|--------------------|--|---|--|
| 1-й этап Знания | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области фундаментальной и прикладной математики. | ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики | Контрольная работа, доклад на семинаре |

| | | | |
|------------------------------|--|---|--|
| 2-й этап Умения | ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области фундаментальной и прикладной математики в профессиональной деятельности. | ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики | Контрольная работа, доклад на семинаре |
| 3-й этап Владеть навыками | ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. | ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики | Контрольная работа, доклад на семинаре |

4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

Экзаменационные билеты

Примерные вопросы для экзамена:

1. Метод малого параметра в задаче приближенного построения решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений.
2. Критерий существования единственного решения периодической задачи для линейной системы дифференциальных уравнений (отсутствие резонанса).
3. Критерий существования единственного решения периодической задачи для линейной системы дифференциальных уравнений (резонанс).
4. Метод малого параметра в задаче приближенного построения решения периодической задачи для системы дифференциальных уравнений.
5. Метод малого параметра в задаче о вынужденных колебаниях автономной системы вблизи положения равновесия.
6. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными и периодическими коэффициентами. Теория Флоке.
7. Системы нелинейных дифференциальных уравнений. Дифференцируемость по начальным условиям и параметрам. Метод последовательных приближений.
8. Метод возмущений. Теорема Пуанкаре о разложении по параметрам. Метод малого параметра в задаче приближенного решения задачи Коши.

9. Метод малого параметра (ММП) в периодических задачах. ММП для построения периодических решений квазилинейных систем.
10. ММП в задаче о вынужденных колебаниях динамических систем.
11. ММП в задаче о периодических решениях автономных систем.
12. Метод малого параметра в задачах с сингулярными возмущениями. Уравнения с малым параметром при старшей производной.
13. Бифуркации малых ненулевых решений операторных уравнений. Случай простого собственного значения 1. Типы бифуркаций: транскритическая и типа вилки.
14. Асимптотические формулы для бифурцирующих решений. Метод малого параметра их построения.

Образец экзаменационного билета:

Билет №1

1. Метод малого параметра в задаче приближенного построения решения периодической задачи для системы дифференциальных уравнений. (20 баллов).
2. Критерий существования единственного решения периодической задачи для линейной системы дифференциальных уравнений (отсутствие резонанса). (10 баллов).

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене:

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных

понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Примерный список тем на семинары

1. Метод возмущений. Теорема Пуанкаре о разложении по параметрам. Метод малого параметра в задаче приближенного решения задачи Коши.
2. Метод малого параметра (ММП) в периодических задачах. ММП для построения периодических решений квазилинейных систем.
3. ММП в задаче о вынужденных колебаниях динамических систем.
4. ММП в задаче о периодических решениях автономных систем.
5. Метод малого параметра в задачах с сингулярными возмущениями.
6. Уравнения с малым параметром при старшей производной.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется студенту за полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и при верно данных ответах на дополнительные вопросы.
- 5-9 баллов выставляется студенту в случае, если студент сделал полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и не ответил на 1-2 дополнительных вопроса, либо сделал неполный и/или нечеткий доклад, но при этом ответил на все дополнительные вопросы.
- 1-4 балла выставляется студенту в случае, если студент сделал неполный доклад на семинаре на заданную тему и не ответил ни на один дополнительный вопрос.
- 0 баллов выставляется студенту, если им не был сделан доклад на заданную тему.

Задания для контрольной работы

Описание контрольной работы:

В семестре студенту представляется две контрольные работы. Каждая контрольная работа состоит из четырех объемных заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение. Каждое задание оценивается в 3 балла. В случае, если студент не справляется с более 50% заданий по

обеим контрольным, он не допускается к сдаче экзамена. У каждого студента есть возможность пересдать контрольную работу.

Пример варианта контрольной работы:

Контрольная работа №1.

1. Найти с точностью до ε^2 периодическое решение $x(t, \varepsilon)$ уравнения.

{Варианты:}

$$x'' + 3x = 2 \sin t + \varepsilon x^2.$$

2. Найти с точностью до ε^2 периодические решения уравнения, близкие к положениям равновесия.

{Варианты:}

$$x'' + 2x' + x^2 - 25 = \varepsilon \sin t.$$

3. Найти приближенное представление решения $x(t, \varepsilon)$ задачи Коши по степеням малого параметра до ε^2 включительно.

{Варианты:}

$$x' = -x^2 + 4\varepsilon t, \quad x(1) = 1 + \varepsilon.$$

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах)

12 баллов выставляется студенту, если все задачи решены верно;

9 баллов выставляется студенту, если 3 задачи решены верно;

6 баллов выставляется студенту, если 2 задачи решены верно;

3 балла выставляется студенту, если 1 задача решена верно.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Ильин А. М. Асимптотические методы в анализе / А. М. Ильин, А. Р. Данилин - М.: Физматлит, 2009 - 248 с.

2. Маслов В.П. Асимптотические методы и теория возмущений / В. П. Маслов.— М. : Наука, 1988 .— 308 с.

Дополнительная литература:

3. Олвер Ф. Введение в асимптотические методы и специальные функции. — М.: Наука, 1978. — 376 с.
4. Де Брейн Н.Г. Асимптотические методы в анализе. — М.: Мир, 1966. — 248 с.
5. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. (Электронный ресурс) — М.: КомКнига, 2009. 240 с.
6. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: ФАЗИС; Наука; Ч.II. - 1984, 640с.
7. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 2010. 588 с.
8. Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 2003.

Дополнительная литература:

3. Де Брейн Н. Г. Асимптотические методы в анализе. — М.: Мир, 2000. — 247 с. (Имеется в ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - <https://biblioclub.ru/>)
4. Вазов, В. Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений / Пер. с англ. В.Ф. Бутузова; Под ред. Васильевой А.Б. — М.: Мир, 1968. — 462 с. (Имеется в ЭБС «ЭБ БашГУ» - <https://elib.bashedu.ru/>)
5. Ильин А. М. Асимптотические методы в анализе / А. М. Ильин, А. Р. Данилин - М.: Физматлит, 2009 - 248 с. (Имеется в ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - <https://biblioclub.ru/>)
6. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. (Электронный ресурс) — М.: КомКнига, 2009. 240 с. (Имеется в ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - <https://biblioclub.ru/>)

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. «Электронная библиотека БашГУ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
3. ЭБС «ЛАНЬ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| Наименование специализированных аудиторий, кабинеты | Вид занятий | Наименование оборудования, программного обеспечения |
|---|-------------|---|
|---|-------------|---|

| | | |
|-------------------------|------------------------------|---|
| тов, лабораторий | | |
| 1 | 2 | 3 |
| Аудитория 523 | Лекции, практические занятия | Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска. |

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний

(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Рабочую программу осуществляют:

Лекции: д.ф.-м.н., профессор Юмагулов М.Г.
(должность, уч. степень, ф.и.о.)

Практические занятия: д.ф.-м.н., профессор Юмагулов М.Г.
(должность, уч. степень, ф.и.о.)

| Вид работы | Объем дисциплины |
|--|---------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов) | 4/144 |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем: | |
| лекций | 26 |
| практических/ семинарских | |

| | |
|---|------|
| лабораторных | 40 |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) | 1,7 |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету | 76,3 |

Формы контроля:

Экзамен 3 семестр

| № п/п | Тема и содержание | Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах) | | | | | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка) | Задания по самостоятельной работе студентов | Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.) |
|----------|---|---|----|--------|----|-----|--|--|---|
| | | Всего | ЛК | ПР/СЕМ | ЛР | СРС | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1. | <p>Метод малого параметра в задаче приближенного построения решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений.</p> <p>Критерий существования единственного решения периодической задачи для линейной системы дифференциальных уравнений (отсутствие резонанса).</p> <p>Критерий существования единственного решения периодической задачи для линейной системы дифференциальных уравнений (резонанс).</p> | 27 | 6 | | 6 | 15 | [1]-[4] | [1]-[2] | Контрольная работа, доклад на семинаре |
| 2. | <p>Метод малого параметра в задаче приближенного построения решения периодической задачи для системы дифференциальных уравнений.</p> <p>Метод малого параметра в задаче о вынужденных</p> | 27 | 6 | | 6 | 15 | [1]-[4] | [1]-[2] | Контрольная работа, доклад на семинаре |

| | | | | | | | | | |
|----|--|------|---|--|---|------|---------|---------|--|
| | колебаниях автономной системы вблизи положения равновесия. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными и периодическими коэффициентами. Теория Флоке. | | | | | | | | |
| 3. | Системы нелинейных дифференциальных уравнений. Дифференцируемость по начальным условиям и параметрам. Метод последовательных приближений. Метод возмущений. Теорема Пуанкаре о разложении по параметрам. Метод малого параметра в задаче приближенного решения задачи Коши. | 31 | 8 | | 8 | 15 | [1]-[4] | [1]-[2] | Доклад на семинаре |
| 4. | Метод малого параметра (ММП) в периодических задачах. ММП для построения периодических решений квазилинейных систем. ММП в задаче о вынужденных колебаниях динамических систем. ММП в задаче о периодических решениях автономных систем. | 32,3 | 8 | | 8 | 16,3 | [1]-[4] | [1]-[2] | Контрольная работа, доклад на семинаре |

| | | | | | | | | | |
|---------------------|--|-------|----|----|---|------|---------|---------|--|
| 5. | <p>Метод малого параметра в задачах с сингулярными возмущениями. Уравнения с малым параметром при старшей производной.</p> <p>Бифуркации малых ненулевых решений операторных уравнений. Случай простого собственного значения 1. Типы бифуркаций: транскритическая и типа вилки.</p> <p>Асимптотические формулы для бифурцирующих решений. Метод малого параметра их построения.</p> | 31 | 8 | | 8 | 15 | [1]-[4] | [1]-[2] | Контрольная работа, доклад на семинаре |
| Всего часов: | | 142,3 | 26 | 40 | | 76,3 | | | |

