



ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 8 от «17» апреля 2020 г.  
Зав. кафедрой  / Юмагулов М.Г.

Согласовано:  
Председатель УМК ФМиИТ  
 / Ефимов А.М.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Методы качественной теории в нелинейной динамике

Часть, формируемая участниками образовательных отношений

**программа магистратуры**


Направление подготовки (специальность)

01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки

«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Квалификация  
магистр

Разработчики (составители) зав.кафедрой, д.ф.-м.н., профессор	<u></u> / Юмагулов М.Г.
--	---

Дата приема: 2020  
Уфа 2020 г.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры дифференциальных уравнений протокол № 8 от «17»\_\_апреля\_\_2020 г.

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	5
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	7
4.3. Рейтинг-план дисциплины	7
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	11
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	11
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	12
<b>1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)</b>	

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК- 1 Способен продемонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук	ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	<b>Знать</b> фундаментальные основы, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и

		информационных технологий
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	<b>Уметь:</b> находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	<b>Владеть:</b> практическим опытом в научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий
ПК – 2 Способен проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-2.1. Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.	<b>Владеть:</b> современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации, навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.
	ПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	<b>Уметь:</b> решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	<b>Владеть:</b> навыками выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Динамические системы с дискретным временем» относится к части Дисциплины по выбору.

Дисциплина изучается на 1 курсе во 2 семестре.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения в частных производных», «Динамические системы». Изучение дисциплины «Динамические системы с дискретным временем» содействует формированию глубокого понимания теории динамических систем и ее приложений.

### 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

#### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

##### 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции

ПК-1: Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		«Не зачтено»	«Зачтено»
ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	<b>Знать</b> фундаментальные основы, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	Не знает совсем либо знает неудовлетворительно фундаментальные основы, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	Демонстрирует свободное и уверенное знание фундаментальные основы, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий
ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные	<b>Уметь:</b> находить, формулировать и решать стандартные	Отсутствие умений находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской	Сформированное умение находить, формулировать и решать

задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	деятельности в области программирования и информационных технологий	стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий
ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	<b>Владеть:</b> практическим опытом в научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	Отсутствие владений практическим опытом в научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	Успешные владения практическим опытом в научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий

ПК- 2 - Способен проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		«Не зачтено»	«Зачтено»
ПК-2.1. Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике	<b>Владеть:</b> современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации, навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых	Не владеет совсем современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации, навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на	Успешные владения современным и методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации, навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.

проводимых исследований на русском и английском языках.	исследований на русском и английском языках.	русском и английском языках.	
ПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	<b>Уметь:</b> решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	Отсутствие умений решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	Сформированное умение решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	<b>Владеть:</b> навыками выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	Отсутствие владений навыками выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	Успешные владения навыками выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются оценки (зачтено /не зачтено), которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения разделов дисциплины, а именно — оценивается выполнение контрольных работ, ответы на занятиях, выступление на семинарах.

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),  
не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	<b>Знать</b> фундаментальные основы, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	Лабораторная работа, доклад на семинаре
ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно- исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	<b>Уметь:</b> находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно- исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	Лабораторная работа, доклад на семинаре
ПК-1.3. Имеет практический опыт научно исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	<b>Владеть:</b> практическим опытом в научно исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	Лабораторная работа, доклад на семинаре
ПК-2.1. Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.	<b>Владеть:</b> современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации, навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.	Лабораторная работа, доклад на семинаре
ПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	<b>Уметь:</b> решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	Лабораторная работа, доклад на семинаре
ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	<b>Владеть:</b> навыками выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	Лабораторная работа, доклад на семинаре

Примерные вопросы для зачета:

1. Устойчивость неподвижных точек и циклов динамических систем. При-



знаки устойчивости.

2. Гиперболические и негиперболические точки равновесия и циклы.
3. Топологический тип точки равновесия и циклов.
4. Структурная устойчивость ДС. Понятие о бифуркациях динамических систем. Примеры.
5. Логистическое отображение и его точки бифуркации.
6. Основные сценарии локальных бифуркаций ДДС: бифуркации состояний равновесия, бифуркации удвоения периода, бифуркация q-циклов. Примеры.
7. Основные сценарии локальных бифуркаций НДС: бифуркации состояний равновесия, бифуркация Андронова-Хопфа. Примеры.
8. Нормальные формы для основных сценариев локальных бифуркаций.
9. Теорема о центральном многообразии. Приложения.
10. Понятие о динамическом хаосе. Сценарий Фейгенбаума.
11. Фракталы и хаос в динамических системах.

### **Примерный список тем на семинары**

1. Периодичность Шарковского.
2. Периодические неавтономные динамические системы.
3. Отображение Пуанкаре.
4. Топологическая классификация динамических систем.
5. Структурная устойчивость динамических систем.
6. Аттракторы динамических систем.
7. Модель Лоренца.
8. Консервативные и диссипативные системы.

#### **Критерии оценки (в баллах):**

- 10 баллов выставляется студенту за полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и при верно данных ответах на дополнительные вопросы.
- 5-9 баллов выставляется студенту в случае, если студент сделал полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и не ответил на 1-2 дополнительных вопроса, либо сделал неполный и/или нечеткий доклад, но при этом ответил на все дополнительные вопросы.
- 1-4 балла выставляется студенту в случае, если студент сделал неполный доклад на семинаре на заданную тему и не ответил ни на один дополнительный вопрос.
- 0 баллов выставляется студенту, если им не был сделан доклад на заданную тему.

### **Задания для контрольной работы**

### Описание контрольной работы:

В семестре студенту представляется две контрольные работы. Каждая контрольная работа состоит из четырех объемных заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение. Каждое задание оценивается в 3 балла. В случае, если студент не справляется с более 50% заданий по обоим контрольным, он не допускается к сдаче экзамена. У каждого студента есть возможность пересдать контрольную работу.

### Пример варианта контрольной работы:

#### Контрольная работа №1.

1. Определить топологический тип нулевой точки равновесия системы  $x'=f(x)$ . Найти ненулевую точку равновесия системы (если таких точек несколько, оставить одну из них) и определить ее топологический тип.

Варианты:

```
\left{\nbegin{array}{l}x_{1}' = 2x_1x_2 - 4x_2^2, \\x_{2}' = 4x_2^2 - x_1^2,\end{array}\right.
```

\$

2. Найти точки бифуркации и указать их сценарий для систем  $x'=A_1(\mu)x + \varphi_1(x, \mu)$  и  $x'=A_2(\mu)x + \varphi_2(x, \mu)$ , где линейности  $\varphi_1(x, \mu)$  и  $\varphi_2(x, \mu)$  содержит слагаемые второй и более высокой степени по  $x$ , а  $A_1(\mu)$  и  $A_2(\mu)$  -- это матрицы:

Варианты:

```
A_1 = \left[ \begin{array}{cc} -4\mu & 3 \\ -2 & 1 \end{array} \right], \quad A_2 = \left[ \begin{array}{cc} 3 & 8 - 2\mu \\ -1 & -\mu \end{array} \right],
```

3. Перейти от дифференциального уравнения второго порядка  $y'' + f(y, y', \mu) + g(y) = 0$  автономной системе  $x' = F(x, \mu)$  ( $x \in \mathbb{R}^2$ ) на основе замены  $x_1 = y$ ,  $x_2 = y'$ . Определить (в зависимости от значений параметра  $\mu$ ) топологический тип нулевой точки равновесия полученной системы. Найти точки бифуркации и указать их сценарий.

Варианты:

$y'' - \frac{(\mu - y^2)y'}{2} + y = 0$ ,

### Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах)

12 баллов выставляется студенту, если все задачи решены верно;  
9 баллов выставляется студенту, если 3 задачи решены верно;  
6 баллов выставляется студенту, если 2 задачи решены верно;  
3 балла выставляется студенту, если 1 задача решена верно.

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Шильников Л.П., Шильников А.Л., Тураев Д.В., Чуа Л. Методы качественной теории в нелинейной динамике. Часть 1. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 416 с. &Часть 2. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2009. 548 с.
2. Юмагулов, М.Г. Введение в теорию динамических систем [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.Г. Юмагулов. — Электрон.дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56177>. Доступ возможен и через Электронную библиотеку БашГУ .

#### Дополнительная литература:

3. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е. Лекции по нелинейной динамике: уч. пособие для вузов. – М.- Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. – 516 с.
4. Ахромеева, Т.С. Структуры и хаос в нелинейных средах [Электронный ресурс] / Ахромеева Т. С. — М. :Физматлит, 2007 .— 483 с. — Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему «Университетская библиотека online» .— ISBN 978-5-9221-0887-4 .— <URL:<http://www.biblioclub.ru/book/67298/>>
5. Киселев О. М., Введение в теорию нелинейных колебаний. Баш.гос. ун-т, Уфа, 2006, 140 с.

### 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. «Электронная библиотека БашГУ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
3. ЭБС «ЛАНЬ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>

**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Наименование специализированных аудиторий, кабине-	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
--	-------------	---

<b>тов, лабораторий</b>		
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
Аудитория 523	Лекции, практические занятия	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Методы качественной теории в нелинейной динамике  
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Рабочую программу осуществляют:

Лекции: д.ф.-м.н., профессор Юмагулов М.Г.  
(должность, уч. степень, ф.и.о.)

Практические занятия: д.ф.-м.н., профессор Юмагулов М.Г.  
(должность, уч. степень, ф.и.о.)

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
Лекций	16
практических/ семинарских	
лабораторных	16
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	39,8

**Формы контроля:**

зачет 2 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)	Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы,
----------	-------------------	---	---	---	---

		Всего	ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	<b>Введению в нелинейную динамику.</b> Динамические системы и их классификация.	32	6		6	20	[1]- [5]	[1]-[3]	Контрольная работа, доклад на семинаре
2.	<b>Точки равновесия и циклы динамических систем.</b> Основные виды траекторий. Неподвижные точки и циклы. Фазовые портреты линейных систем, паутиная диаграмма. Устойчивость неподвижных точек и циклов.	32	6		6	20	[1]-[5]	[1]-[3]	Контрольная работа, доклад на семинаре
3.	<b>Непрерывные динамические системы.</b> Основные виды траекторий. Неподвижные точки и циклы. Фазовые портреты линейных	38	8		8	22	[1] -[5]	[1]-[3]	Доклад на семинаре

	систем. Устойчивость неподвижных точек и циклов.								
4.	<p><b>Качественное исследование нелинейных динамических систем.</b></p> <p>Топологические типы точек равновесия и циклов ДС. Гиперболические точки равновесия и циклы. Построение точек равновесия и циклов. Фазовые портреты.</p>	38,8	8		8	22,8	[1]-[5]	[1]-[3]	Контрольная работа, доклад на семинаре
5.	<p><b>Бифуркации и хаос в динамических системах.</b></p> <p>Структурная устойчивость динамических систем. Динамические системы, зависящие от параметров. Основные сценарии локальных бифуркаций ДС. Сценарии перехода к хаосу. Исследование основных моделей ДС.</p>	38	8		8	22	[1]-[5]	[1]-[3]	Контрольная работа, доклад на семинаре

	<b>Всего часов:</b>	71,8	16	16		39,8			



