

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры программирования и  
экономической информатики  
протокол от «26» января 2021 г. № 5/1

Согласовано:  
Председатель УМК факультета

Зав. кафедрой  / Р.С. Юлмухаметов

 / А.М. Ефимов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Дискретная математика

Обязательная часть

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки  
«Мобильные, облачные и интеллектуальные технологии»

Квалификация  
Бакалавр

Разработчик (составитель)  
Профессор, д.ф.-м.н., доцент

 / Кривошеева О.А.

Для приема: 2021 г.

Уфа 2021 г.

Составитель: Кривошеева О.А.

Рабочая программа дисциплины *утверждена* на заседании кафедры протокол от «26» января 2021 г. № 5/1

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры

на основании приказа Приказа Минобрнауки России от 26.11.2020 №1456 «О внесении изменений в федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования», Приказа БашГУ от 09.06.2021 №770 «О внесении изменений в образовательные программы высшего образования – программы бакалавриата, программы специалитета и программы магистратуры»,

протокол № 11 от «15» июня 2021 г.

Заведующий кафедрой



Р.С. Юлмухаметов

### Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
4.1. Перечень индикаторов достижения компетенций с указанием планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине
Приложение №1
Приложение №2

**2. 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

<b>Категория (группа) компетенций</b>	<b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики, формулировки и доказательства.
	математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Уметь применять фундаментальные знания в области дискретной математики при решении теоретических и прикладных задач.
		ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Владеть навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной деятельности.

## **2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «*Дискретная математика*» относится к обязательной части.

Дисциплина «*Дискретная математика*» изучается на 1 курсе в 1-2 семестрах.

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» являются: формирование математической культуры студента, фундаментальная подготовка по основным разделам дискретной математики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

## **3. 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## **4. Фонд оценочных средств по дисциплине**

### **4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Код и формулировка компетенции: ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики и математической логики, формулировки и доказательства	Отсутствие знаний или фрагментарные знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики, формулировок и доказательств	Неполные знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики, формулировок и доказательств	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики, формулировок и доказательств	Сформированные систематические знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики, формулировок и доказательств
ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Уметь применять фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных	Отсутствие умений или фрагментарные умения применять фундаментальные знания в области дискретной математики при решении теоретических и прикладных задач	В целом успешное, но не систематическое использование умения применять основные понятия и теоремы дискретной математики при решении теоретических и прикладных задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использования умения применять основные понятия и теоремы дискретной математики при решении теоретических и прикладных задач	Сформированное умение применять основные понятия и теоремы дискретной математики при решении теоретических и прикладных задач

	задач				
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Владеть навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности	Отсутствие владения или фрагментарное владение навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной деятельности	В целом успешное, но не систематическое навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной деятельности	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной деятельности	Успешное и систематическое навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной деятельности

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций.**

**Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине**

<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>	<b>Контролируемые действия по проверке знаний, умений и владений (Оценочные средства)</b>
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики, формулировки и доказательства	Лабораторные работы, курсовая работа, экзамен
ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	Уметь применять фундаментальные знания в области дискретной математики при решении теоретических и прикладных задач	Лабораторные работы, курсовая работа, экзамен
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Владеть навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной деятельности	Лабораторные работы, курсовая работа, экзамен



Критериями оценивания при *модульно–рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена*:

- от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;
- от 60 до 79 баллов – «хорошо»;
- от 80 баллов – «отлично».

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

### Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: 2 вопроса и 1 задача. Первый вопрос за 1 семестр, второй вопрос за 2 семестр.

Примерные вопросы для экзамена:

1. Операции над множествами и их свойства. Принцип двойственности. Декартово произведение множеств.
2. Элементы комбинаторики. Правила суммы и произведения. Число  $(k,n)$  – размещений с повторениями и без повторений. Число  $(k,n)$  – сочетаний с повторениями и без повторений.
3. Число упорядоченных разбиений множества. Число неупорядоченных разбиений множества.
4. Формула включений и исключений.
5. Бинарные отношения и их свойства. Отношение типа эквивалентности. Классы эквивалентности и их свойства. Отношение типа эквивалентности как разбиение множества.
6. Отображения множеств. Образы и прообразы элементов и множеств. Свойства образов и прообразов.
7. Свойства отображений, сюръективность, инъективность, биективность. Примеры. Обратное отображение, композиция отображений. Свойства биективных отображений.
8. Понятие эквивалентности множеств и свойства этого понятия. Конечные множества и их мощность.
9. Счетные множества. Примеры. Критерий счетности множества.
10. Подмножества счетного множества. Объединение счетного набора счетных множеств. Счетность множества рациональных чисел.
11. Декартово произведение счетных множеств. Совокупность многочленов с рациональными коэффициентами. Счетность множества алгебраических чисел.
12. Свойства бесконечных множеств. Определение Дедекинда бесконечного множества.
13. Несчетность множества  $(0;1)$ . Мощность континуума.

14. Мощность объединения не более чем счетной совокупности множеств мощности континуума. Мощность множества последовательностей из нулей и единиц.
15. Мощность множества последовательностей натуральных чисел.
16. Мощность декартового произведения множеств мощности континуума.
17. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна.
18. Мощность совокупности подмножеств данного множества.
19. Мощность совокупности подмножеств множества натуральных чисел.
20. Высказывания и операции над ними. Пропозициональные формы. Тавтологии и противоречия. Свойства тавтологий.
21. Существование пропозициональной формы, равносильной заданной и содержащей только связки
  - отрицания, конъюнкции и дизъюнкции;
  - отрицания и конъюнкции;
  - отрицания и дизъюнкции;
  - отрицания и импликации.
22. Связки Шеффера и Вебба и их свойства.
23. Элементарные конъюнкции и дизъюнкции, дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Существование дизъюнктивной и конъюнктивной нормальной формы.
24. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма, Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Существование и единственность пропозициональной формы в СДНФ, равносильной заданной. Существование и единственность пропозициональной формы в СКНФ, равносильной заданной.
25. Булевы функции и их связь с пропозициональными формами.
26. Суперпозиция булевых функций. Полная система булевых функций. Примеры полных систем.
27. Многочлены Жегалкина. Представимость булевых функций многочленом Жегалкина.
28. Функционально замкнутые классы булевых функций. Классы  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $S$ ,  $L$  и  $M$ .
29. Критерий полноты систем булевых функций (теорема Поста).
30. Понятие формальной теории. Исчисление высказываний как формальная теория. Выводимость.
31. Принцип дедукции.
32. Примеры теорем теории исчисления высказываний.
33. Полнота и непротиворечивость аксиом теории исчисления высказываний.
34. Независимость аксиом теории исчисления высказываний.

Тематика задач на экзамене:

- 1) Задача по теме «Операции над множествами».
- 2) Задача по теме «Комбинаторика».
- 3) Задача по теме «Бинарные отношения».
- 4) Задача по теме «Отображения».
- 5) Задача по теме «Мощность множеств».

- 6) Задача по теме «Исчисление высказываний».
- 7) Задача по теме «Нормальные формы».
- 8) Задача по теме «Булевы функции».
- 9) Задача по теме «Полнота систем булевых функций».
- 10) Задача по теме «Формальные теории».
- 11) Задача по теме «Исчисление предикатов».

Образец экзаменационного билета:

**ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»  
Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра программирования и экономической информатики**

**Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
дисциплина: «Дискретная математика», 2 сем.**

**Экзаменационный билет №1**

1. Операции над множествами и их свойства. Принцип двойственности. Декартово произведение множеств.
2. Суперпозиция булевых функций. Полная система булевых функций. Примеры полных систем.
3. Задача по теме «Комбинаторика».

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / И.О. Фамилия

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

**Критерии оценки (в баллах):**

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы и решил задачу.

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности, задача решена при помощи преподавателя.

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. При решении задачи у студента возникли существенные затруднения.

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос и не решил задачу.

## Лабораторные работы 1 семестр

Лабораторная работа №1. «Основы теории множеств».  
(типовой вариант)

**Задача №1.** Изобразить с помощью кругов Эйлера-Венна множество  $(A \Delta B) \cap \bar{C}$ .

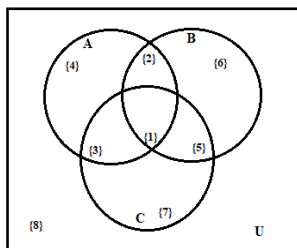
**Задача №2.** Дано универсальное множество  $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  и три его подмножества  $A = \{x: 3 \leq x < 7\}$ ,  $B = \{x: x - \text{четно}\}$ ,  $C = \{1, 4, 5, 9\}$ . Требуется:

- 1) записать характеристические функции множеств  $A, B$  и  $C$  в виде двоичных векторов;
- 2) пронумеровать каждую область диаграммы Эйлера-Венна двоичным кодом и указать на каждой из областей диаграммы элементы универсального множества, попавшие в эту область;
- 3) составить характеристическую функцию множества из Задачи № 1, записать список элементов этого множества.

**Задача № 3.** На диаграмме Эйлера-Венна обозначены множества и заданы их мощности:  $|\{1\}| = 2$ ,  $|\{2\}| = 5$ ,  $|\{3\}| = 4$ ,  $|\{4\}| = 6$ ,  $|\{5\}| = 2$ ,  $|\{6\}| = 5$ ,  $|\{7\}| = 7$ ,  $|\{8\}| = 30$ .

Выполнить следующее задание:

- 1) заштриховать на диаграмме множество, которое задается формулой  $\overline{(A \cup B) \setminus C}$ ;
- 2) определить мощность множества  $|\overline{(A \cup B) \setminus C}|$ .



**Задача № 4.** Доказать равенство  $(A \cap B) \cup (B \cap C) = B \cap \overline{(A \cup C)}$  двумя способами:

- 1) составив характеристические функции;
- 2) используя свойства операций над множествами.

**Задача №5.** Пусть  $A, B, C$  – множества точек плоскости, координаты которых удовлетворяют перечисленным условиям. Изобразите в системе координат  $xOy$  множество  $D = A \setminus (B \Delta C)$ , где

$$A = \{(x, y): x + 2 \leq y\}, B = \{(x, y): x^2 + y^2 \leq 4\}, \\ C = \{(x, y): |x| \leq 2, |y| \leq 2\}.$$

**Задача №6.** Изобразите в системе координат  $xOy$  множество  $(3, 4] \times ([3, 4] \cup \{5\})$

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №1

- 14 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 10 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 7 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №2. «Отношения на множествах».*  
(типовой вариант)

**Задача № 1.** Задано бинарное отношение  $S$  на множестве  $X = \{1,2,3,4,5\}$ . Требуется:

- 1) перечислить элементы множества  $S$ ;
- 2) составить матрицу бинарного отношения;
- 3) составить граф бинарного отношения;
- 4) определить, является ли данное бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным? Для отношений типа эквивалентности найти  $X/\varphi$ . Для отношений частичной упорядоченности построить диаграмму Хассе, если  $x\varphi y \Leftrightarrow x \leq y$ .

**Задача № 2.** Бинарные отношения  $S_1$  и  $S_2$  на множестве  $X = \{1,2,3,4\}$  заданы характеристическими свойствами  $x\varphi_1 y \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 10$  и  $x\varphi_2 y \Leftrightarrow x^2 - y^2 \leq 0$ . Требуется:

- 1) записать матрицы бинарных отношений;
- 2) найти композиции  $\varphi_1 \circ \varphi_2$  и  $\varphi_2 \circ \varphi_1$ ;
- 3) найти  $M_{\varphi_1^{-1}}$ ,  $M_{\varphi_2^{-1}}$ .

**Задача № 3.** На множестве  $\mathbb{N}$  задано бинарное отношение  $\varphi: m\varphi n \Leftrightarrow (2m + n) : 3$ . определить, является ли данное бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным, отношением типа эквивалентности, отношением частичной упорядоченности?

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №2

- 7 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 5 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 3 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №3. «Отображения множеств».*  
(типовой вариант)

**Задача № 1.** Отображение  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  по правилу  $f(x) = x^2 - 4x + 5$ . Найти образ отрезка  $[1,4]$ .

**Задача № 2.** Отображение  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  по правилу  $f(x) = x^2 - 4x + 5$ . Найти прообраз  $[-1;2]$ .

**Задача № 3.** Проверить, является ли отображение  $f: X \rightarrow Y$ , заданное по правилу  $f(x) = \sin x$ , инъективным, сюръективным, биективным? В каждом из случаев отрицательного ответа укажите как нужно изменить  $X$  и (или)  $Y$ , чтобы  $f$  стало отображением, сюръекцией, биекцией, если  $X = Y = \mathbb{R}$ .

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №3

- 7 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 5 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 3 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №4. «Элементы комбинаторики».*  
(типовой вариант)

**Задача № 1.** Сколько способов раскрасить клетки таблицы  $2 \times 2$ , семью цветами радуги?

**Задача № 2.** Сколько способов выложить в ряд 5 одинаковых вилок, 3 одинаковых ножа и 2 одинаковые ложки?

**Задача № 3.** Решить уравнение:  $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$ .

**Задача № 4.** Определите наименьшее  $z$  из условия, что разность между членами разложения  $(z + \sqrt{5})^6$ , содержащими соответственно  $z^2$  и  $z^4$ , равна 300.

**Задача № 5.** Компания, состоящая из 8 супружеских пар, разбивается на 4 группы по 4 человека для лодочной прогулки. Сколькими способами можно разбить их так, чтобы в каждой лодке оказались 2 мужчины и 2 женщины?

**Задача № 6.** В объединении множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$  20 элементов. Множество  $A$  содержит 12 элементов, множество  $B$  – 13 элементов, множество  $C$  – 14 элементов. В пересечении множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$  – 4 элемента. Сколько элементов содержится ровно в двух множествах?

**Задача № 7.** Пусть дано множество  $\{1,2,3,4,5\}$ . Сколько существует сочетаний из четырех элементов данного множества (четырёхэлементных множеств)? С помощью алгоритма сделать перебор всевозможных сочетаний.

**Задача № 8.** Для данных из задачи № 7 составить 3 возможных пути на прямоугольной решетке.

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №4

- 18 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 14 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 7 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №5. «Логика высказываний».*  
(типовой вариант)

**Задача № 1.** Определите логическое значение последнего высказывания, исходя из логических значений всех предыдущих высказываний:  $\lambda(A \Rightarrow B) = 1$ ,  $\lambda(A \Leftrightarrow B) = 0$ ,  $\lambda(B \Rightarrow A) = ?$

**Задача № 2.** Проверить, является ли данная пропорциональная форма тавтологией, противоречием?

$$(\neg P \vee Q) \Rightarrow (P \Rightarrow \neg(Q \wedge \neg R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

**Задача № 3.** Для пропозициональных форм  $A$  и  $B$  выберите верное утверждение:

- а)  $A$  является логическим следствием  $B$ , но  $B$  не является логическим следствием  $A$ ;
- б)  $B$  является логическим следствием  $A$ , но  $A$  не является логическим следствием  $B$ ;
- в)  $A$  и  $B$  эквивалентны;
- г)  $A$  не является логическим следствием  $B$ , и  $B$  не является логическим следствием  $A$ .

$$A = (P \vee Q), B = (\neg P \wedge (Q \Rightarrow \neg Q)).$$

**Задача № 4.** Верны ли рассуждения? Если я поеду автобусом (А), а автобус опоздает (В), то я пропущу назначенное свидание (С). Если я пропущу назначенное свидание и начну огорчаться (D), то мне не следует ехать домой (Е). Если я не получу эту работу (Р), то я начну огорчаться и мне следует поехать домой. Следует ли тогда, что если я поеду домой автобусом и автобус опоздает, то я получу эту работу?

**Задача №5.** Привести пропозициональную форму к СДНФ и СКНФ:  $(X \vee \bar{Y}) \Rightarrow (\bar{Z} + \bar{X})$ .

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №5

- 12 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 9 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 6 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №6. «Булевы функции».*  
(типовой вариант)

**Задача № 1.** Построить многочлен Жегалкина для данной булевой функции  $f$ . Ввести последовательно без запятых коэффициенты многочлена  $a_0 a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7$ :  $a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_4 xy + a_5 xz + a_6 yz + a_7 xyz$ .

$$f(x, y, z) = \bar{y} \wedge ((x \vee z) | (\bar{y} | \bar{z})).$$

**Задача № 2.** Проверить, является ли функция  $f(x, y, z) = \bar{y} \wedge ((x \vee z) | (\bar{y} | \bar{z}))$  линейной, самодвойственной, сохраняющей 0, сохраняющей 1, монотонной.

**Задача № 3.** Упростить СДНФ с помощью карты Карно и таблицы Куайна (1110110100011001) – столбец значений функции  $f$  в ее таблице.

**Задача № 4.** С помощью теоремы Поста исследовать на полноту систему булевых функций:  $\{x \wedge y \vee \bar{y} \wedge z, 1\}$ .

**Задача №5.** Выяснить, является ли базисом следующая система булевых функций:  $\{x + y + z, xy, 0, 1\}$ .

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №6

- 12 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 9 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 6 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.



## Лабораторные работы 2 семестр

### Лабораторная работа №1. «Логика предикатов». (типовой вариант)

**Задача № 1.** Задан одноместный предикат  $P(x)$ : « $x^2 > 9$  тогда и только тогда, когда  $x > 3$ »,  $x \in \mathbb{R}$ . Показать на числовой оси множество истинности предиката.

**Задача № 2.** Множества истинности предикатов  $P(x)$ ,  $Q(x)$  и  $R(x)$  равны соответственно  $P^+$ ,  $Q^+$  и  $R^+$ . Найти множество истинности предиката

$$\left( (\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \wedge R(x) \right) \vee (\neg R(x) \wedge \neg P(x)).$$

**Задача № 3.** Какими должны быть множества  $P^+$  и  $Q^+$  истинности предикатов  $P(x)$  и  $Q(x)$  соответственно, заданных над непустым множеством  $M$ , если известно, что следующее высказывание истинно:

$$(\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x)(\neg P(x) \wedge Q(x)).$$

**Задача № 4.** Предайте следующей формуле указанную интерпретацию и определите истинностное значение получившегося высказывания:  $(\forall x)(P(x) \Rightarrow P(y))$ ,  $M = \{\text{Пётр, Павел}\}$ ,  $P(x)$ : "Имя  $x$  состоит из 5 букв",  $y = \text{Пётр}$ .

**Задача № 5.** Для формулы  $(\exists x)(\forall y)(Q(x, x) \wedge \neg Q(x, y))$  выберите верный ответ:

- а) тавтология;
- б) выполняема, но не является тавтологией;
- в) является противоречием.

**Задача № 6.** Проанализируйте следующее рассуждение на предмет его правильности. Для этого выявите логическую схему, на которой оно основано, и выясните, справедливо ли оно: «Все люди смертны. Сократ - человек. Следовательно, Сократ смертен.»

**Задача № 7.** Привести к ПНФ формулу логики предикатов  $(\forall x)(P(x) \Rightarrow (\exists y)Q(y))$ .

Описание методики оценивания:

#### Критерии оценки (в баллах):

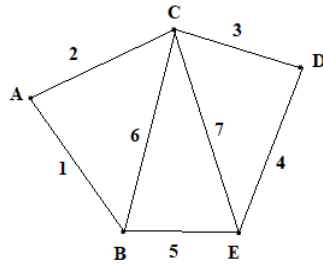
За отчёт по лабораторной работе №1

- 14 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 10 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 5 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

### Лабораторная работа №2. «Элементы теории графов». (типовой вариант)

**Задача № 1.** Из пункта А в пункт В выехали пять машин одной марки разного цвета: белая, черная, красная, синяя, зеленая. Черная едет впереди синей, зеленая – впереди белой, но позади синей, красная впереди черной. Какая машина едет первой и какая последней?

**Задача № 2.** Для неориентированного графа, изображенного на рисунке, постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности



**Задача № 3.** Даны графы  $G_1(X, E)$  и  $G_2(Y, E)$ . Установите, являются ли эти графы изоморфными.

**Задача № 4.** Дано множество  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . На этом множестве задано отношение  $\varphi: x < y$ . Постройте орграф данного отношения.

**Задача № 5.** Граф  $G$  задан матрицей инцидентий

$$M_G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Требуется:

- построить граф  $G$ ;
- найти степень каждой из его вершин;
- записать матрицу смежности графа;
- записать список ребер графа.

**Задача № 6.** Пусть заданы два графа  $G_1(V_1, E_1)$  и  $G_2(V_2, E_2)$ . Изобразите геометрически объединение графов  $G_1 \cup G_2$ ; пересечение графов  $G_1 \cap G_2$  и сумму по модулю два  $G_1 \oplus G_2$ .

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №2

- 13 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 8 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 4 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №3. «Элементы теории алгоритмов».*

*(типовой вариант)*

**Задача №1.** Найти функцию  $f(x, y)$ , полученную из функций  $g(x) = x^2$  и  $h(x, y, z) = xz$  по схеме примитивной рекурсии.

**Задача №2.** Найти функции, построенные из данной числовой функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  с помощью операции минимизации по каждой её переменной.

**Задача № 3.** Построить машину Тьюринга, применимую ко всем словам  $x_1x_2 \dots x_n$  в алфавите  $\{ab\}$  и переводящую их в слово  $x_1x_2 \dots x_n a^n$ . Проверить работу построенной машины над некоторыми словами.

**Задача № 4.** Построить машину Тьюринга, вычисляющую функцию  $f(x, y, z) = x + z$ . Проверить работу построенной машины над некоторыми наборами значений переменных.

**Задача № 5.** Написать формулу для функции  $f(x_1, x_2, x_3)$ , вычисляемой машиной Тьюринга с множеством внутренних состояний  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , где 0 – заключительное, а 1 – начальное состояние, если машина задана своей программой:

№	n	A \ S	1	2	3	4	5	6
1	4	$\lambda$	1П2	1П3	$\lambda$ П4	$\lambda$ Л5	$\lambda$ Л5	$\lambda$ Н0
		1	$\lambda$ П1	1П2	1П3	$\lambda$ П4	$\lambda$ Л6	$\lambda$ Л0

Проверить работу машины над некоторыми наборами значений переменных.

**Задача № 6.** Восстановить программу машины Тьюринга по данному коду  $N(T)$ . Выяснить, является ли машина  $T$  самоприменимой или несамоприменимой.

При составлении  $N(T)$  использована следующая кодировка:

$\text{П} — 1, \text{Л} — 1^2, \text{Н} — 1^3, \lambda — 1^4, 1 — 1^5, * — 1^6,$   
 $s_0 — 1^7, s_1 — 1^8, s_2 — 1^9.$

$N(T)$	
$18*14*15*1*19**18*15*16*1*18**18*16*14*12*18**$	$19*$
$14*14*13*19**19*15*15*1*19**19*16*14*1*18$	

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №3

- 14 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 8 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 4 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №4. «Элементы теории автоматов».*  
*(типовой вариант)*

**Задача № 1.** Для автомата, заданного таблицей, постройте диаграмму Мура. Задайте этот автомат системой булевых функций.

$q \backslash \alpha$	0	1	2	3
0	(1,1)	(3,0)	(2,0)	(2,0)
1	(2,1)	(2,0)	(3,0)	(3,0)

**Задача № 2.** Для автомата, заданного диаграммой Мура, выпишите соответствующую таблицу и систему булевых функций.

**Задача № 3.** Для автомате, заданного каноническими уравнениями, постройте диаграмму Мура

$$\begin{cases} z(t+1) = \bar{x}_1(t) \wedge \bar{z}(t) \vee \bar{x}_2(t) \wedge z(t), \\ y(t) = \bar{x}_2(t) \wedge z(t) \vee x_1(t) \wedge x_2(t). \end{cases}$$

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №4

- 9 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 6 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 3 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

**5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

**Основная литература:**

1. Юлмухаметов, Р.С. Дискретная математика: Курс лекций / Р. С. Юлмухаметов, В. И. Луценко, Н. Ф. Абузярова ; Министерство образования РФ; Башкирский государственный университет .— Уфа : РИО БГУ, 2002 .— 262 с. – 92 экз.
2. Юлмухаметов, Р.С. Дискретная математика: учеб. пособие / Р. С. Юлмухаметов, К. П. Исаев, К. В. Трунов ; БашГУ .— Уфа : РИО БашГУ, 2005 .— 172 с. - 86 экз.
3. Исаев, К.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]. Ч.1: учеб. пособие / К.П. Исаев, О.А. Кривошеева, Р.С. Юлмухаметов; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. —  
<URL:[https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivosheeva,Yulmuhametov\\_Diskretnaya\\_matem\\_Uch.pos\\_ch1\\_2014.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivosheeva,Yulmuhametov_Diskretnaya_matem_Uch.pos_ch1_2014.pdf)>.
4. Исаев, К.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]. Ч.2: учеб. пособие / К.П. Исаев, О.А. Кривошеева, Р.С. Юлмухаметов; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. —  
<URL:[https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivoshenka,Uylmuhametov\\_Diskretnaya\\_matem\\_Uch.pos\\_ch2\\_2014.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivoshenka,Uylmuhametov_Diskretnaya_matem_Uch.pos_ch2_2014.pdf)>.
5. Практикум по дискретной математике [Электронный ресурс] / Башкирский государственный университет; сост. К.П. Исаев; О. А. Кривошеева; Р.С. Юлмухаметов .— Уфа : РИЦ БашГУ, 2014 .— Электрон. версия печ. публикации .— Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ .—  
<URL:[https://elib.bashedu.ru/dl/local/Isaev\\_Krivosheeva\\_Yulmuhametov\\_sost\\_Praktikum\\_po\\_discretnoy\\_matematik\\_e\\_2014.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/local/Isaev_Krivosheeva_Yulmuhametov_sost_Praktikum_po_discretnoy_matematik_e_2014.pdf)>.

**Дополнительная литература:**

6. Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию [Электронный ресурс] / П. С. Александров .— 2-е изд. стер. — СПб. : Лань, 2010 .— 368 с. — Библиогр.: с. 346-347 .— Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-

библиотечную систему издательства "Лань" .— ISBN 978-5-8114-0981-5 .—

<URL:[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=530](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=530)>.

7. Акимов О.Е. Дискретная математика. Логика, группы, графы : учеб. пособие / О. Е. Акимов.— М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2001 . – 15 экз.

8. Ерусалимский, Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум [Электронный ресурс] : учебник / Я.М. Ерусалимский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 476 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/106869>.

## **5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Электронно- библиотечная система «ЭБ БашГУ» <https://elib.bashedu.ru/>
2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»  
<http://www.biblioclub.ru>
3. Библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
4. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
5. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

## **6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

<b>Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> аудитория № 515 (Физмат корпус - учебное) <b>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> аудитория № 511 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 523 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 527 (Физмат корпус - учебное) <b>3. учебная аудитория для</b>	<b>Аудитория №511</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа проектор Mitsubishi EX 320U 3D 2.4кг., экран на штативе DraperDiplomat (1:1) 84/84* 213*213 MW, компьютер в составе: системный блок DEPO 460MD/3-540/T500G/DVD-RW, монитор 20". <b>Аудитория № 515</b>	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

<p><i>проведения групповых и индивидуальных консультаций:</i> аудитория № 515 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 511 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 523 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 527 (Физмат корпус - учебное)</p> <p><b>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитория № 515 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 511 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 523 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 527 (Физмат корпус - учебное)</p> <p><b>5. помещения для самостоятельной работы:</b> читальный зал №2 (Физмат корпус - учебное)</p>	<p>Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p><b>Аудитория №523</b> Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p><b>Аудитория №527</b> Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p><b>Читальный зал №2</b> Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	
--	--	--

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
 ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
 ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Дискретная математика» на 1-2 семестр

очная

форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	8/288
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	140.4
лекций	68
практических/ семинарских	
лабораторных	68
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	4.4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	51
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	96,6

Формы контроля:

    экзамен 1,2 семестр

    Курсовая работа 2 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1- й семестр	<b>36</b>		<b>36</b>	18			
1	Основы теории множеств	4		5	2	1-3, 5-8	5, 3, (задачи № 1-5 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
2	Отношения на множествах	4		5	2	1-3, 5-8	5, 3, (задачи № 6-11 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
3	Отображения множеств	6		6	3	1-3, 5-8	5, 3, (задача № 12 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
4	Элементы комбинаторики	6		6	3	1-3, 5-8	5, 3, (задачи № 13-15 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
5	Мощности	4		-	2	1-3, 5-8	5, 3, (задача № 16 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
6	Логика высказываний	6		6	3	1-3, 5-8	5, 3, (задача № 17 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
7	Булевы Функции	6		8	3	1-3, 5-8	5	отчет по лабо- раторной работе
	2- й семестр	<b>32</b>		<b>32</b>	<b>33</b>			отчет по лабо-



								рапорной работе
1	Логика предикатов	4		4	5	1-2, 4-8	4, (задачи № 1-2 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
2	Элементы теории графов	12		12	12	1-2, 4-8	4, (задачи № 3-4 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
3	Элементы теории алгоритмов	8		8	8	1-2, 4-8	4, (задачи № 5-6 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
4	Элементы теории автоматов	8		8	8	1-2, 4-8	4, (задача № 7 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
	<b>Всего часов:</b>	68		68	96.6			

## Рейтинг – план дисциплины

Дискретная математика

направление подготовки «01.03.02 Прикладная математика и информатика»  
курс 1, семестр 1

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	баллы	
			минимальный	максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>«Основы теории множеств. Элементы комбинаторики»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>46</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №1			0	14
2. Отчёт по лабораторной работе №2			0	7
3. Отчёт по лабораторной работе №3				7
4. Отчёт по лабораторной работе №4				18
<b>Модуль 2</b>				
<b>«Логика высказываний, булевы функции»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>24</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №5			0	12
2. Отчёт по лабораторной работе №6			0	12
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение лабораторных занятий			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
<b>Экзамен</b>			0	<b>30</b>
<b>ИТОГО</b>				<b>100</b>

## Рейтинг – план дисциплины

### Дискретная математика

направление подготовки «01.03.02 Прикладная математика и информатика»  
курс 1, семестр 2

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	баллы	
			минимальный	максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>«Логика предикатов»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>14</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №1			0	14
<b>Модуль 2</b>				
<b>«Элементы теории графов»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>13</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №2			0	13
<b>Модуль 3</b>				
<b>«Элементы теории алгоритмов»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>14</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №3				14
<b>Модуль 4</b>				
<b>«Элементы теории автоматов»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>9</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №4			0	9
<b>Рубежный контроль</b>				<b>20</b>
Курсовая работа			0	20
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				<b>30</b>
1. Экзамен	15	2	0	30
<b>ИТОГО</b>				<b>100</b>