

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 7 от « 26 » января 20 21 г.  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ /Мустафина С.А.

Согласовано:  
Председатель УМК факультета  
\_\_\_\_\_ / Ефимов А.М.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**


*базовая часть*

программа бакалавриата

Направление подготовки  
*01.03.02 Прикладная математика и информатика*

Направленность (профиль) подготовки  
*«Мобильные, облачные и интеллектуальные технологии»*

Квалификация  
*бакалавр*

|  |  |
|--|--|
| Разработчик (составитель)<br>доцент кафедры математического<br>моделирования,<br>к. ф.-м. н.<br>(должность, ученая степень, ученое звание) |  / <u>Хисаметдинова Г.К.</u><br>(подпись, Фамилия И.О.) |
|--|--|

Для приема 2021

Уфа 2021 г.

Составитель: \_\_доцент кафедры математического моделирования Хисаметдинова Г.К..\_\_\_\_\_  
Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры протокол от «\_26\_»  
\_\_января\_\_ 2021\_\_ г. № 7

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
  2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
  3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
  4. Фонд оценочных средств по дисциплине
    - 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
    - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
    - 4.3. Рейтинг-план дисциплины
  5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
    - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
    - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
  6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине
- Приложение №1
- Приложение №2

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

| Категория (группа) компетенций <sup>1</sup> (при наличии ОПК)     | Формируемая компетенция (с указанием кода)   | Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Результаты обучения по дисциплине   |
|---|--|--|---|
| Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.   | Знать основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики, формулировки и доказательства теорем, методы теории вероятностей и математической статистики, используемые при решении стандартных задач профессиональной деятельности |
|   |  | ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. | Уметь применять основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики при решении стандартных задач профессиональной деятельности  |
|   |  | ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.   | Владеть навыками использования основных законов и методов теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности   |

<sup>1</sup> Указывается только для УК и ОПК (при наличии).

## 1. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 1 и 2 семестрах.

Цели изучения дисциплины: ознакомление с основными методами и моделями теории вероятностей и математической статистики и их применением для решения практических задач. Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: математический анализ, комплексный и функциональный анализ, дифференциальные уравнения, дискретная математика.

## 2. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## 3. Фонд оценочных средств по дисциплине

### 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции: ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

| Код и наименование индикатора достижения компетенции                                 | Результаты обучения по дисциплине  | Критерии оценивания результатов обучения   |  |   |   |
|--|--|--|--|---|---|
|  |  | 2 («Неудовлетворительно»)  | 3 («Удовлетворительно»)  | 4 («Хорошо»)  | 5 («Отлично»)   |
| ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. | Знать основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики, формулировки и доказательства теорем, методы теории вероятностей и математической | Отсутствие знаний или фрагментарные знания основных понятий, определений и свойств объектов теории вероятностей и математической статистики, формулировки и доказательства теорем, методы теории | Неполные знания основных понятий, определений и свойств объектов теории вероятностей и математической статистики, формулировки теорем, методы теории вероятностей и математической | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий, определений и свойств объектов теории вероятностей и математической статистики, формулировки теорем, методы теории вероятностей и математической | Сформированные систематические знания основных понятий, определений и свойств объектов теории вероятностей и математической статистики, формулировки теорем, методы теории вероятностей |

|  |  |   |   |   |  |
|--|--|---|---|---|--|
|  | статистики, использующиеся при решении стандартных задач профессиональной деятельности   | вероятностей и математической статистики, использующиеся при решении стандартных задач профессиональной деятельности  | кой статистики, использующиеся при решении стандартных задач профессиональной деятельности  | теории вероятностей и математической статистики, использующиеся при решении стандартных задач профессиональной деятельности   | и математической статистики, использующиеся при решении стандартных задач профессиональной деятельности  |
| ОПК-1.2.<br>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. | Уметь применять основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики при решении стандартных задач профессиональной деятельности | Отсутствие умений или фрагментарные умения применять основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики при решении стандартных задач профессиональной деятельности | В целом успешное, но не систематическое умение применять основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики при решении стандартных задач профессиональной деятельности | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики при решении стандартных задач профессиональной деятельности | Сформированное умение применять основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики при решении стандартных задач профессиональной деятельности |
| ОПК-1.3.<br>Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.  | Владеть навыками использования основных законов и методов теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности                      | Отсутствие владения или фрагментарное владение навыками использования основных законов и методов теории вероятностей и  | В целом успешное, но не систематическое владение навыками использования основных законов и методов теории вероятностей и математической   | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками использования основных законов и методов теории вероятностей и математичес  | Успешное и систематическое владение навыками использования основных законов и методов теории вероятностей и математической статистики в профессиона                            |

|  |  |   |  |  |                    |
|--|--|---|--|--|--------------------|
|  |  | математической статистики в профессиональной деятельности | статистики в профессиональной деятельности | кой статистики в профессиональной деятельности | льной деятельности |
|--|--|---|--|--|--------------------|

Показатели сформированности компетенции.

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

для экзамена:

- от 0 до 44 баллов – «неудовлетворительно»;
- от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;
- от 60 до 79 баллов – «хорошо»;
- от 80 баллов – «отлично».

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

| Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Результаты обучения по дисциплине   | Оценочные средства                     |
|--|---|--|
| ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.   | Знать основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики, формулировки и доказательства теорем, методы теории вероятностей и математической статистики, используемые при решении стандартных задач профессиональной деятельности | Индивидуальный, групповой опрос;       |
| ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. | Уметь применять основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики при решении стандартных задач профессиональной деятельности  | Домашние задания; лабораторные работы; |

|  |   |         |
|--|---|---------|
|  |   |         |
| ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности. | Владеть навыками использования основных законов и методов теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности | экзамен |

### 4.3 Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в Приложении №2.

#### Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: билет состоит из трех вопросов, два из них по теоретической части, один – задача по теме дисциплины.

Примерные вопросы для экзамена:

1. Случайные события, их виды. Определение вероятности, свойства вероятности.
2. Основные формулы комбинаторики. Примеры.
3. Аксиоматическое построение теории вероятностей.
4. Сумма событий. Теоремы сложения вероятностей несовместных событий, совместных событий.
5. Полная группа событий. Теорема о вероятности событий, образующих полную группу. Противоположное событие.
6. Произведение событий. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых событий.
7. Вероятность появления хотя бы одного события. Примеры.
8. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
9. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
10. Локальная теорема Лапласа. Свойства функции  $\varphi(x)$ .
11. Интегральная теорема Лапласа. Свойства функции  $\Phi(x)$ . Теорема Пуассона.
12. Случайная величина. Виды случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
13. Числовые характеристики дискретной случайной величины, их свойства. Примеры.
14. Функция распределения вероятностей и плотность распределения непрерывной случайной величины, их свойства. Примеры.
15. Виды законов распределения вероятностей дискретной случайной величины.
16. Нормальный закон распределения непрерывной случайной величины. Пример.
17. Корреляционная зависимость случайных величин. Выборочные уравнения линий регрессии.
18. Предмет и задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Методы статистики.
19. Эмпирическая функция распределения выборки. Свойства функции. График.
20. Выборка, основные понятия. Статистическое распределение выборки.
21. Непрерывное распределение признака. Гистограмма частот и относительных частот. Пример.
22. Дискретное распределение признака. Полигон частот и относительных частот. Пример.
23. Статистическая оценка параметров распределения. Точечные оценки.



24. Генеральная и выборочная средние дискретного признака.
25. Генеральная и выборочная дисперсии дискретного признака. Свойства дисперсии.
26. Интервальные оценки. Точность, надежность, доверительная вероятность. Доверительный интервал.
27. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и стандартного отклонения нормального распределения.
28. Статистическая проверка гипотез. Виды гипотез. Виды ошибок.
29. Статистический критерий. Критическая область и область принятия гипотезы.
30. Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей.
31. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности.
32. Сравнение средних двух нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых известны.
33. Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события.
34. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона.

### Образец экзаменационного билета:

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика»

### Билет №0

1. Случайные события, их виды. Определение вероятности, свойства вероятности.
2. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона.
3. Задача по теме «Комбинаторика».

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

#### Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

### Вопросы для собеседования

Соответствуют тематике занятий и совпадают с соответствующими вопросами экзамена.

### Задания для контрольной работы

#### Контрольная работа Вариант 0.

1. Опыт состоит в последовательном бросании трех идеальных монет. Описать  $W$  – пространство всех возможных элементарных исходов, а также событие  $A = \{\text{все три монеты выпали одной и той же стороной}\}$  и событие  $B = \{\text{появится по крайней мере один герб}\}$ . Определить вероятности событий  $A$  и  $B$ .
2. Пусть случайная величина  $X$  – число сбоев одинаковых и независимо работающих элементов прибора. Вероятность сбоя для каждого элемента равна  $p=0,3$ , а число элементов равно трем. Составить закон распределения случайной величины  $X$ , вычислить  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $P(X \geq 2)$ .
3. Измерения дальности до объекта сопровождается случайными ошибками. Случайная ошибка имеет нормальный закон распределения, при этом ее среднее значение равно 50 м., стандартное отклонение – 100 м. Выписать плотность вероятностей случайной величины  $X$  – ошибки измерения. Найти вероятность измерения дальности с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 150 м.

#### Критерии оценки (в баллах):

- 1- 2 балла выставляется студенту, если он решил 1 задачу контрольной работы;
- 3 - 4 балла выставляется студенту, если он решил 2 задачи контрольной работы;
- 5 - 6 баллов выставляется студенту, если он решил 3 задачи контрольной работы.

### Задания для лабораторных работ

#### Лабораторная работа №1

1. На собрании акционеров присутствуют 20 человек. Сколькими способами из присутствующих можно выбрать:
  - 1) правление акционерного общества в составе 5 человек;
  - 2) председателя правления, его заместителя и бухгалтера?
2. В шахматном кружке 12 юношей и 8 девушек. Для участия в соревнованиях из них нужно составить команду, в которую должны войти 9 юношей и 3 девушки. Сколькими способами это можно сделать?
3. Автомобильные номера состоят из 3 букв и 3 цифр. Найти число таких номеров, если используется 32 буквы алфавита (например, А 045 ХР).
4. В кондитерской продаются 4 сорта пирожных. Сколькими способами можно купить 7 пирожных из имеющихся сортов?
5. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составляются всевозможные пятизначные числа без повторяющихся цифр.
  - 1) Сколько получится четных и сколько нечетных чисел?
  - 2) Сколько чисел будет оканчиваться комбинацией 41?

6. Сколько различных вариантов хоккейной команды можно составить из 11 нападающих, 7 защитников и 3 вратарей, если в состав команды должны войти 3 нападающих, 2 защитника и 1 вратарь?
7. Научное общество состоит из 29 человек. Сколькими способами можно выбрать президента, ученого секретаря и казначея, если каждый член общества может занимать только один пост?
8. В лотерее разыгрывается 20 билетов, среди которых 4 выигрышных. Наудачу покупают 3 билета. Какова вероятность того, что среди них ровно 2 выигрышных?
9. Из колоды в 36 карт вытаскивают 3. Какова вероятность того, что среди них окажется ровно две карты червовой масти?
10. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить четыре бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны: 0,3; 0,4; 0,6; 0,7.
11. На сборку детали поступают с трех автоматов, производительности которых даны в отношении 1 : 4 : 5. Брак в продукции первого автомата составляет 3%, второго – 2%, третьего – 1%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь из общей выделки является бракованной.
12. На сборку детали поступают с трех автоматов, производительности которых даны в отношении 1 : 4 : 5. Брак в продукции первого автомата составляет 3%, второго – 2%, третьего – 1%. Извлеченная наудачу деталь из общей выделки оказалась бракованной. Какому из автоматов, вероятнее всего, принадлежит этот брак?
13. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе как 3 : 2. Вероятность того, что будет запраправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.
14. В семье трое детей. Какова вероятность того, что:
- 1) все они мальчики;
  - 2) среди них один мальчик и две девочки;
  - 3) среди них нет ни одного мальчика.
- Считать вероятность рождения мальчика 0,51, а девочки – 0,49.
15. Вероятность брака при изготовлении некоторого изделия равна 0,02. Найти вероятность того, что среди 200 произведенных изделий не более одного бракованного.

### **Лабораторная работа №2**

1. В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет выстрел из наудачу взятой винтовки.
2. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?
3. Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,05 и 0,08. Найти вероятности отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.
4. На сборку детали поступают с трех автоматов, производительности которых даны в отношении 1 : 4 : 5. Брак в продукции первого автомата составляет 3%, второго – 2%, третьего – 1%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь из общей выделки является бракованной.
5. На сборку детали поступают с трех автоматов, производительности которых даны в отношении 1 : 4 : 5. Брак в продукции первого автомата составляет 3%, второго – 2%, третьего – 1%. Извлеченная наудачу деталь из общей выделки оказалась бракованной. Какому из автоматов, вероятнее всего, принадлежит этот брак?
6. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе как 3 : 2. Вероятность того, что будет

заправляется грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

7. В семье трое детей. Какова вероятность того, что:

- 1) все они мальчики;
- 2) среди них один мальчик и две девочки;
- 3) среди них нет ни одного мальчика.

Считать вероятность рождения мальчика 0,51, а девочки – 0,49.

8. Вероятность брака при изготовлении некоторого изделия равна 0,02. Найти вероятность того, что среди 200 произведенных изделий не более одного бракованного.

9. Первой бригадой производится в четыре раза больше продукции, чем второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады 0,88; для второй - 0,93.

Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной.

10. Для посева заготовлены семена 4 видов клёна. Причем, 22 % всех семян клёна 1-го вида; 33 % - 2-го вида; 32 % - 3-го вида; 13 % - 4-го вида. Вероятность всхожести для семян первого вида равна 0,69; для второго 0,14; для третьего - 0,43; для четвёртого - 0,38. Найти вероятность того, что наугад взятое семечко взойдёт.

### Лабораторная работа №3

1. Построить полигон частот и относительных частот распределений:

|       |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
| $n_i$ | 10 | 15 | 30 | 20 | 25 |

2. Построить гистограмму частот распределения:

|                 |       |
|-----------------|-------|
| $x_i - x_{i+1}$ | $n_i$ |
| 3-5             | 4     |
| 5-7             | 6     |
| 7-9             | 20    |
| 9-11            | 40    |
| 11-13           | 20    |
| 13-15           | 4     |
| 15-17           | 6     |

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 60$ :

|       |   |    |    |    |
|-------|---|----|----|----|
| $x_i$ | 1 | 3  | 6  | 26 |
| $n_i$ | 8 | 40 | 10 | 2  |

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

4. По выборке объема  $n = 51$  найдена смещенная оценка  $D_g = 5$  генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

5. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема  $n = 100$ :

|       |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 340 | 360 | 375 | 380 |
| $n_i$ | 20  | 50  | 18  | 12  |

6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема  $n = 20$ :

|       |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 0,1 | 0,5 | 0,7 | 0,9 |
| $n_i$ | 6   | 12  | 1   | 1   |

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания  $a$  нормально распределенного признака  $X$  генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ , выборочная средняя  $\bar{x}_g$  и объем выборки  $n$ : 1)  $\sigma = 4$ ,  $\bar{x}_g = 10,2$ ,  $n = 16$ ; 2)  $\sigma = 5$ ,  $\bar{x}_g = 16,8$ ,  $n = 25$ .

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,925 точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 0,2 если известно среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности  $\sigma = 1,5$ .

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 12$ :

|       |      |      |      |   |     |     |     |   |     |     |
|-------|------|------|------|---|-----|-----|-----|---|-----|-----|
| $x_i$ | -0,5 | -0,4 | -0,2 | 0 | 0,2 | 0,6 | 0,8 | 1 | 1,2 | 1,5 |
| $n_i$ | 1    | 2    | 1    | 1 | 1   | 1   | 1   | 1 | 2   | 1   |

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание  $a$  нормально распределенного признака генеральной совокупности с помощью доверительного интервала.

10. По данным выборки объема  $n$  из генеральной совокупности нормально распределенного количественного признака найдено исправленное среднее квадратическое отклонение  $s$ . Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  с надежностью 0,999 если: 1)  $n = 10, s = 5,1$ ; 2)  $n = 50, s = 14$ .

#### Лабораторная работа №4

1. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$  по данным  $n = 6$  наблюдений:

|     |    |    |    |    |    |    |
|-----|----|----|----|----|----|----|
| $X$ | 10 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 |
| $Y$ | 15 | 20 | 25 | 35 | 30 | 35 |

2. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n_1 = 9$  и  $n_2 = 6$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены выборочные дисперсии  $D_g(X) = 14,4$  и  $D_g(Y) = 20,5$ . При уровне значимости 0,1 проверить нулевую гипотезу  $H_0 : D(X) = D(Y)$  о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $H_1 : D(X) \neq D(Y)$ .

3. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=17$  и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия  $s^2 = 0,24$ . Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 0,18$  приняв в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1 : \sigma^2 > 0,18$

4. По выборке объема  $n=50$  найден средний размер  $\bar{x} = 20,1$  мм диаметра деталей, изготовленных автоматом №1; по выборке объема  $m=50$  найден средний размер  $\bar{y} = 19,8$  мм диаметра деталей, изготовленных автоматом №2. Генеральные дисперсии известны:  $D(X) = 1,750$  мм<sup>2</sup>,  $D(Y) = 1,375$  мм<sup>2</sup>. Требуется, при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0 : M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $M(X) \neq M(Y)$ . Предполагается, что случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально и выборки независимы.

5. По двум независимым малым выборкам, объемы которых  $n=10$  и  $m=8$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:

$\bar{x} = 142,3$ ;  $\bar{y} = 145,3$  и исправленные дисперсии:  $s_x^2 = 2,7$  и  $s_y^2 = 3,2$ . При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу  $H_0 : M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : M(X) \neq M(Y)$ .

6. Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma = 40$  извлечена выборка объема  $n=64$  и по ней найдена выборочная средняя  $\bar{x} = 136,5$ . Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу  $H_0 : a = a_0 = 130$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : a > 130$ .

7. По выборке объема  $n=9$ , извлеченной из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma = 4$ , при уровне значимости 0,05 проверяется нулевая гипотеза  $H_0 : a = a_0 = 15$  о равенстве генеральной средней  $a$  гипотетическому значению  $a_0 = 15$  при конкурирующей гипотезе  $a > 15$ . Требуется:

1) найти мощность правостороннего критерия для гипотетического значения генеральной средней  $a = a_1 = 17$ ;

2) найти объем выборки  $n_1$ , при котором мощность критерия равна 0,8.

8. По выборке объема  $n=16$ , извлеченной из нормальной генеральной совокупности, найдены выборочная средняя  $\bar{x} = 118,2$  и исправленное среднее квадратическое отклонение  $s = 3,6$ . Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0 : a = a_0 = 120$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : a < a_0 = 120$ .

9. По 100 независимым испытаниям найдена относительная частота  $m/n = 0,14$ . При уровне значимости 0,05 требуется проверить нулевую гипотезу  $H_0 : p = p_0 = 0,20$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : p < p_0$ .

10. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  с эмпирическим распределением выборки объема  $n=200$ :

|       |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,9 | 1,1 | 1,3 | 1,5 | 1,7 | 1,9 | 2,1 | 2,3 |
| $n_i$ | 6   | 9   | 26  | 25  | 30  | 26  | 21  | 24  | 20  | 8   | 5   |

#### **Критерии оценки (в баллах):**

1 - 2 балла выставляется студенту, если при выполнении лабораторной работы обнаружено почти полное отсутствие навыков применения теоретического материала;

3 - 4 балла выставляется студенту, если при выполнении лабораторной работы допущены грубые ошибки или выполнено менее половины заданий;

5 - 6 баллов выставляется студенту, если при выполнении лабораторной работы допущены существенные ошибки;

7 - 8 баллов выставляется студенту, если при выполнении лабораторной работы обнаружены несущественные ошибки и неточности;

9 - 10 баллов выставляется студенту, если при выполнении лабораторной работы он выполнил все задания без ошибок и неточностей.

#### **4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

##### **5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

###### **Основная литература:**

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Юрайт, 2011 г.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М. : Юрайт, 2009 г.
3. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики: Учебное пособие. 8-е изд., стер. –СПб.: Издательство «Лань», 2011.- 256 с. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2026)

###### **Дополнительная литература:**

4. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. — 352 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru/book/118479/>
5. Гусева Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие 5-е изд., стереотип. - Москва: Флинта, 2011. - 220 с. Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru/book/83543/>

##### **5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины**

1. Федеральная служба государственной статистики, <http://www.gks.ru>
2. Каталог англоязычных Web-ресурсов по теории вероятностей Probability Web ([www.mathcs.carleton.edu/probweb/probweb.html](http://www.mathcs.carleton.edu/probweb/probweb.html))
3. Виртуальная лаборатория теории вероятностей и статистики Virtual Laboratories in Probability and Statistics ([www.math.uah.edu/stat](http://www.math.uah.edu/stat))
4. Microsoft Office.

**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

| <i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i> | <i>Вид занятий</i>                                  | <i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>  |
|--|---|---|
| <b>1</b>   | <b>2</b>  | <b>3</b>  |
| <i>Аудитория 501, 502, 528, 530, 531, 515</i>                            | <i>Лекции</i>                                       | <i>Мультимедийный проектор, экран, доска</i>  |
| <i>Аудитория 531, 527, 526, 503, 511, 523, 509</i>                       | <i>Лабораторные работы<br/>Практические занятия</i> | <i>Мультимедийный проектор, экран, доска</i>  |
| <i>Компьютерный класс 426, 520а, 521, 522, 525</i>                       | <i>Самостоятельная работа</i>                       | <i>Компьютеры, имеющие выход в сеть Internet, имеющие необходимое программное обеспечение: пакет MS Office. Электронная библиотека.</i> |

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика на 5 семестр  
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

| Вид работы  | Объем дисциплины |
|---|------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)   | 4/144            |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем:  |                  |
| лекций  | 36               |
| практических/ семинарских   |                  |
| лабораторных  | 36               |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР) | 1,2              |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)  | 36               |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)   | 34,8             |

Форма(ы) контроля:

    экзамен 5 семестр

    зачет \_\_\_\_\_ семестр



### СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика на 6 семестр  
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

| <b>Вид работы</b>   | <b>Объем дисциплины</b> |
|---|-------------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)   | 4/144                   |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем:  |                         |
| лекций  | 16                      |
| практических/ семинарских   |                         |
| лабораторных  | 32                      |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР) | 1,7                     |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)  | 50,5                    |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)   | 43,8                    |

Форма(ы) контроля:

экзамен 6 семестр

РГР 6 семестр

| № п/п | Тема и содержание   | Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах) |        |    |     | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка) | Задания по самостоятельной работе студентов  | Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.) |
|-------|---|--|--------|----|-----|--|--|---|
|       |   | ЛК   | ПР/СЕМ | ЛР | СРС |  |  |   |
| 1     | 2   | 3  | 4      | 5  | 6   | 7  | 8  | 9   |
| 1.    | <b>Случайные события.</b><br><i>Предмет теории вероятностей. Случайные события, их классификация<br/>Действия над событиями.<br/>Алгебра событий. Элементы комбинаторики.</i>                   | 6  |        | 6  | 5   | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2]  | Проработка лекционного материала, литературных источников. Выполнение домашнего задания. | Групповой и индивидуальный опрос<br>Лабораторная работа   |
| 2     | <i>Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности. Свойства вероятности. Условные вероятности. Формула полной вероятности, формула Байеса.</i>                           | 6  |        | 6  | 5   | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2]  | Выполнение домашнего задания.  | Групповой и индивидуальный опрос  |
| 3     | Повторные испытания. Схема Бернулли, теорема Бернулли, следствия из теоремы. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Теорема Пуассона. Предельные теоремы теории вероятностей. | 6  |        | 6  | 5   | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2]  | Выполнение домашнего задания.  | Групповой и индивидуальный опрос  |
| 4.    | Понятие и примеры случайных величин. Дискретные случайные   | 6  |        | 6  | 5   | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2]  | Проработка лекционного   | Групповой и индивидуальный  |

|                     |  |    |    |   |      |                               |   |                                  |
|---------------------|--|----|----|---|------|-------------------------------|---|----------------------------------|
|                     | величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Функция распределения, ее свойства. Числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение. |    |    |   |      |                               | материала, литературных источников. Выполнение домашнего задания. | опрос<br>Лабораторная работа     |
| 5                   | Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.  | 6  |    | 6 | 7    | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2] | Выполнение домашнего задания.                                     | Групповой и индивидуальный опрос |
| 6                   | Законы распределения дискретных случайных величин: равномерное, биномиальное, гипергеометрическое, геометрическое, пуассоновское. Законы распределения непрерывных случайных величин: равномерное, нормальное.               | 6  |    | 6 | 7,8  | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2] | Выполнение домашнего задания.                                     | Групповой и индивидуальный опрос |
| <b>Всего часов:</b> |  | 36 | 36 |   | 34,8 |                               |   |                                  |

**Примечание:** ЛК – лекция , ПЗ - практическое занятие, ЛР - лабораторная работа, СРС - самостоятельная работа.

| №<br>п/п | Тема и содержание   | Форма изучения материалов: лекции,<br>практические занятия, семинарские<br>занятия, лабораторные работы,<br>самостоятельная работа и<br>трудоемкость (в часах) |        |    |    | Основная и<br>дополнительная<br>литература,<br>рекомендуемая<br>студентам<br>(номера из<br>списка) | Задания по<br>самостоятельной<br>работе<br>студентов  | Форма текущего<br>контроля<br>успеваемости<br>(коллоквиумы,<br>контрольные<br>работы,<br>компьютерные<br>тесты и т.п.) |
|----------|---|--|--------|----|----|--|---|--|
|          |   | ЛК   | ПР/СЕМ | ЛР | СР |  |   |  |
| 1        | 2   | 3  | 4      | 5  | 6  | 7  | 8   | 9  |
| 1.       | Основы статистического описания. Генеральная и выборочная совокупности, их объемы. Методы сбора статистических данных. Вариационный ряд. Частоты и относительные частоты вариант. Статистические распределения дискретного и непрерывного случайного признака генеральной совокупности. | 2  |        | 4  | 10 | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2]  | Выполнение домашнего задания.   | Групповой и индивидуальный опрос   |
| 2.       | Эмпирическая функция распределения и ее свойства, связь с теоретической функцией распределения генерального признака. Гистограмма и полигон частот. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей: средние, дисперсии, средние квадратичные отклонения.                | 2  |        | 4  | 10 | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2]  | Выполнение домашнего задания.<br>Проработка лекционного материала, литературных источников. | Групповой и индивидуальный опрос<br>Лабораторная работа  |
| 3.       | Статистические оценки параметров распределения. Статистика и требования к   | 4  |        | 8  | 10 | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2]  | Выполнение домашнего задания.   | Групповой и индивидуальный опрос   |

|    |   |    |  |    |      |                               |  |                                       |
|----|---|----|--|----|------|-------------------------------|--|---------------------------------------|
|    | статистике: несмещенность, эффективность, состоятельность. Точечные оценки. Метод максимального правдоподобия для дискретных и непрерывных случайных признаков.                             |    |  |    |      |                               |  |                                       |
| 4. | Интервальные оценки. Надежность. Доверительные интервалы и области. Интервальные оценки параметров нормального и биномиального распределений.   | 4  |  | 8  | 10   | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2] | Выполнение домашнего задания.  | Групповой и индивидуальный опрос      |
| 5  | Статистическая проверка гипотез. Общие понятия о статистической гипотезе и ее проверке. Простые и сложные гипотезы. Конкурирующая гипотеза. Статистический критерий. Критерий «хи-квадрат». | 4  |  | 8  | 10,5 | [1],[2]<br>Доп.литра [1], [2] | Выполнение домашнего задания. Проработка лекционного материала, литературных источников. | Групповой и индивидуальный опрос, РГР |
|    | <b>Всего часов:</b>   | 16 |  | 32 | 50,5 |                               |  |                                       |

## Рейтинг – план дисциплины

*Теория вероятностей и математическая статистика*

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление/специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатикакурс 3, семестр 5

| Виды учебной деятельности студентов  | Балл за конкретное задание | Число заданий за семестр | Баллы       |              |
|--|----------------------------|--------------------------|-------------|--------------|
|  |                            |                          | Минимальный | Максимальный |
| <b>Модуль 1. Случайные события</b>   |                            |                          | <b>0</b>    | <b>40</b>    |
| <b>Текущий контроль</b>  |                            |                          |             |              |
| 1. Аудиторная работа   | 1                          | 8                        | 0           | 8            |
| 2. Тестовый контроль   | 4                          | 3                        | 0           | 12           |
| <b>Рубежный контроль</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Лабораторная работа   | 20                         | 1                        | 0           | 20           |
| <b>Модуль 2. Случайные величины</b>  |                            |                          | <b>0</b>    | <b>30</b>    |
| <b>Текущий контроль</b>  |                            |                          |             |              |
| 1. Аудиторная работа   | 1                          | 8                        | 0           | 8            |
| 2. Тестовый контроль   | 4                          | 3                        | 0           | 12           |
| <b>Рубежный контроль</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Зачетные лабораторные работы  | 10                         | 1                        | 0           | 10           |
| <b>Поощрительные баллы</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Студенческая олимпиада, публикация статей, решение задач повышенной сложности | 10                         | 1                        | <b>0</b>    | <b>10</b>    |
| <b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>           |                            |                          |             |              |
| 1. Посещение лекционных занятий  |                            |                          | <b>0</b>    | <b>-6</b>    |
| 2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)                    |                            |                          | <b>0</b>    | <b>-10</b>   |
| <b>Итоговый контроль</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Экзамен   |                            |                          |             | <b>30</b>    |

## Рейтинг – план дисциплины

### *Теория вероятностей и математическая статистика*

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление/специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 3, семестр 6

| Виды учебной деятельности студентов  | Балл за конкретное задание | Число заданий за семестр | Баллы       |              |
|--|----------------------------|--------------------------|-------------|--------------|
|  |                            |                          | Минимальный | Максимальный |
| <b>Модуль 1. Случайные события</b>   |                            |                          | <b>0</b>    | <b>40</b>    |
| <b>Текущий контроль</b>  |                            |                          |             |              |
| 1. Аудиторная работа   | 1                          | 8                        | 0           | 8            |
| 2. Тестовый контроль   | 4                          | 3                        | 0           | 12           |
| <b>Рубежный контроль</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Лабораторная работа   | 20                         | 1                        | 0           | 20           |
| <b>Модуль 2. Случайные величины</b>  |                            |                          | <b>0</b>    | <b>30</b>    |
| <b>Текущий контроль</b>  |                            |                          |             |              |
| 1. Аудиторная работа   | 1                          | 8                        | 0           | 8            |
| 2. Тестовый контроль   | 4                          | 3                        | 0           | 12           |
| <b>Рубежный контроль</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Зачетные лабораторные работы  | 10                         | 1                        | 0           | 10           |
| <b>Поощрительные баллы</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Студенческая олимпиада, публикация статей, решение задач повышенной сложности | 10                         | 1                        | 0           | 10           |
| <b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>           |                            |                          |             |              |
| 3. Посещение лекционных занятий  |                            |                          | 0           | -6           |
| 4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)                    |                            |                          | 0           | -10          |
| <b>Итоговый контроль</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Экзамен   |                            |                          |             | 30           |