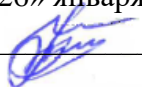


ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:

на заседании кафедры  
протокол № 6 от «26» января 2021 г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ /А.М. Болотнов



Согласовано:

Председатель УМК ФМиИТ



\_\_\_\_\_ /А.М. Ефимов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Численные методы решения задач для ОДУ

Часть, формируемая участниками образовательных отношений

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)  
09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки  
"Информационные и вычислительные технологии"

Квалификация  
бакалавр

Разработчик (составитель)  
Доцент кафедры ИТиКМ, к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_ / Галеева Г.Я.




Для приема: 2021

Уфа 2021 г.

Составитель: доцент кафедры ИТиКМ, к.ф.-м.н. Галеева Г.Я.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол от «26» января 2021 г. № 6

Заведующий кафедрой

 / Болотнов А.М.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ / Болотнов А.М.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ / Болотнов А.М.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ / Болотнов А.М.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ / Болотнов А.М.

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
  - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
	ПК-1 — способность проводить под научным руководством исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования
		ПК-1.2 Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования
		ПК-1.3 Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
	ПК-2 — способность использовать современные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	ПК-2.1. Знать основные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Знает. основные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.
		ПК-2.2. Уметь применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Умеет применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.
		ПК-2.3. Владеть навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Владеет навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Численные методы решения задач для ОДУ» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений

Дисциплина изучается на 4 курсе в 7,8 семестрах.

Целью изучения дисциплины «Численные методы решения задач для ОДУ» является выработка у студентов глубоких знаний основ теории численных методов решения краевых задач и задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, умения применять эти знания при решении конкретных задач, встречающихся в разных областях естествознания посредством математического моделирования процессов.

Программа курса преследует задачу дать тот минимальный материал в области теории численных методов, достаточный для более глубокого изучения численных методов на спецкурсах и спец семинарах, для дальнейшей самостоятельной работы выпускников факультета как в области современных численных методов так, и в области разработки новых вычислительных методов.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: «Прикладная информатика»: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Информатика и программирование», «Вычислительные методы и программирование».

## 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

### 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

**ПК-1** — способность проводить под научным руководством исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения (экзамен, курсовая работа)			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
<b>ПК-1.1</b>	Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Отсутствие знаний	Частичные знания об основных законах математики, физики, вычислительной техники и программирования	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания об основных законах математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Полные и четкие знания об основных законах математики, физики, вычислительной техники и программирования.

<b>ПК-1.2</b>	Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Отсутствие умений	Фрагментарные умения решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Сформированное умение решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования
<b>ПК-1.3</b>	Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Отсутствие владений	В целом успешные, но не систематические владения навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Успешные владения навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности

**ПК-2** — способность использовать современные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения (экзамен, курсовая работа)			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
<b>ПК-2.1</b>	Знать основные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных	Отсутствие знаний	Частичные знания об основных численных методах разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания об основных численных методах разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе	Полные и четкие знания об основных численных методах разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов

	программ.		программ.	языков программирования и пакетов прикладных программ.	прикладных программ.
<b>ПК-2.2</b>	Уметь применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Сформированное умение применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.
<b>ПК-2.3</b>	Владеть навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Отсутствие владений	В целом успешные, но не систематические владения навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Успешные владения навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ

**ПК-1** — способность проводить под научным руководством исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения (зачет)	
		Не зачтено	Зачтено

<b>ПК-1.1</b>	Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Не знает на удовлетворительном уровне об основах математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знает на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне об основах математики, физики, вычислительной техники и программирования
<b>ПК-1.2</b>	Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Не умеет на удовлетворительном уровне решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Умеет на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования
<b>ПК-1.3</b>	Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Не владеет на удовлетворительном уровне навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеет на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

**ПК-2** — способность использовать современные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения (зачет)	
		Не зачтено	Зачтено
<b>ПК-2.1</b>	Знать основные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Не знает на удовлетворительном уровне основные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Знает на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне основные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.
<b>ПК-2.2</b>	Уметь применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Не умеет на удовлетворительном уровне применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Умеет на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.



<b>ПК-2.3</b>	Владеть навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Не владеет на удовлетворительном уровне навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Владеет на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.
---------------	---	---	--

Показатели сформированности компетенции:

Для дисциплины, формой итогового контроля которой является экзамен:

оценка «отлично» выставляется, если студент полностью усвоил материал по программе дисциплины, способен преобразовывать глубокие теоретические знания в профессиональные умения и навыки;

оценка «хорошо» выставляется, если студент усвоил материал по программе дисциплины, способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки, но допускает несущественные ошибки;

оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом усвоил материал по программе дисциплины, способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки, но допускает отдельные существенные ошибки;

оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент не усвоил материал по программе дисциплины, не способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки.

Для дисциплины, формой итогового контроля которой является зачет:

«зачтено» выставляется, если студент усвоил материал по программе дисциплины, способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки;

«не зачтено» выставляется, если студент не усвоил материал по программе дисциплины, не способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки.

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена*):

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

*для зачета*:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.**

<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>	<b>Оценочные средства</b>
<b>ПК-1.1</b> Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Лабораторная работа, письменные задания
<b>ПК-1.2</b> Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	
<b>ПК-1.3</b> Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	
<b>ПК-2.1.</b> Знать основные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Знать основные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	Лабораторная работа, письменные задания
<b>ПК-2.2.</b> Уметь применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Уметь применять современные численные методы разработки и реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	
<b>ПК-2.3.</b> Владеть навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ	Владеть навыками реализации алгоритмов конкретных математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ.	

### **Рейтинг-план дисциплины (при необходимости)**

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

### **Примеры оценочных средств**

#### **I. Экзаменационные билеты**

Структура экзаменационного билета: экзаменационный билет состоит из 2 теоретических вопросов. Первый вопрос за 7 семестр, второй вопрос за 8 семестр.

#### **Примерный перечень вопросов для экзамена**

1. Математическая постановка линейной краевой задачи Дирихле для стационарного одномерного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами;

физическая интерпретация постановки задач в теплофизических и других терминах. Вопросы корректности постановок задач.

2. Одношаговые методы решения задачи Коши. Явная разностная схема Эйлера. Порядок аппроксимации разностной схемы.

3. Математическая постановка задачи Коши для ОДУ. Разрешимость и единственность решения задачи Коши. Примеры.

4. Вариационные методы решения краевых задач для ОДУ. Метод Ритца построения минимизирующей последовательности для функционала энергии краевой задачи.

5. Основные понятия теории разностных схем. Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов. Разностные схемы для ОДУ и ее корректность.

6. Вариационные методы решения краевых задач для ОДУ. Теорема о функционале энергии.

7. Разностные формулы дифференцирования произведения, суммирования по частям, разностные формулы Грина.

8. Минимизирующая последовательность для функционала энергии, соответствующего операторному уравнению первого рода, и ее сходимость.

9. Метод сеток решения краевых задач для ОДУ. Погрешность аппроксимации разностных схем для ОДУ второго порядка с переменными коэффициентами.

10. Неявная симметричная разностная схема (метод трапеций) с итерациями численного решения задачи Коши.

11. ....

### Образец экзаменационного билета

МИНОБНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Дисциплина

Численные методы решения задач для ОДУ

Направление *09.03.03 – Прикладная информатика*

#### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Одношаговые методы решения задачи Коши. Явная разностная схема Эйлера. Порядок аппроксимации разностной схемы.
2. Метод пристрелки (стрельбы) численного решения краевых задач.

Зав. Кафедрой ИТ и КМ \_\_\_\_\_ А.М. Болотнов

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

### Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности.

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

## II. Примеры письменных заданий

Для очной формы обучения письменные задания используются как форма рубежного контроля.

### Письменные задания:

1. Справедливы ли равенства:

$$а) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\mathcal{G}(x+h) - 2\mathcal{G}(x) + \mathcal{G}(x-h)}{h^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{\mathcal{G}(x+2h) + \mathcal{G}(x)}{2} - 2\mathcal{G}(x) + \frac{\mathcal{G}(x) + \mathcal{G}(x-2h)}{2}}{h^2},$$

$$б) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\mathcal{G}(x+h) - \mathcal{G}(x-h)}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{\mathcal{G}(x+2h) + \mathcal{G}(x)}{2} - \frac{\mathcal{G}(x) + \mathcal{G}(x-2h)}{2}}{2h},$$

если  $\mathcal{G}(x) \in C^4$ . Обоснуйте ответ.

2. Постройте разностную аппроксимацию следующего дифференциального оператора

$$Lu = \frac{d^4 u}{dx^4} + e^x \frac{d^2 u}{dx^2} + u$$

второго порядка на равномерной сетке  $\bar{\omega}_h \subset [0, l]$  с шагом  $h > 0$ .

3. Рассмотрите нелинейную краевую задачу

$$\begin{cases} -a^2 \frac{d^2 u}{dx^2} = f(x, u), & 0 < x < l, \\ u(0) = \mu_1, \quad u(l) = \mu_2, & a = \text{const} > 0. \end{cases}$$

Постройте разностную аппроксимацию задачи со вторым порядком аппроксимации. Предложите итерационный процесс для решения нелинейной системы сеточных уравнений, аппроксимирующих исходную задачу.

4. Приведите основные краевые условия, которые могут быть поставлены при математической формулировке краевых задач для следующего дифференциального уравнения

$$-\frac{d}{dx}\left((x^3+1)\frac{du}{dx}\right)+e^x(1+x)u=\cos x+1, \quad 0 < x < l.$$

Дайте возможную физическую интерпретацию получающихся при этом краевых задач в теплофизических терминах.

5. Укажите, является ли правильной постановка следующей задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = f(t, u), & t > 0, \\ \frac{du(0)}{dt} = u_0. \end{cases}$$

6. Существует ли решение задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{du(t)}{dt} = u^2 + \sin t, & t > 0, \\ u(0) = 2. \end{cases}$$

7. ....

### Критерии оценки:

0 баллов выставляется студенту, если студент не решил ни одно письменное задание;

5 баллов выставляется студенту, если студент правильно решил одно письменное задание.

Примечание: максимально возможное количество баллов, которые студент может набрать за решение письменных заданий, определяется рейтингом-планом (Приложение 2).

## III. Примеры лабораторных работ

### Лабораторная работа №1

1. Рассмотрите следующие краевые задачи для ОДУ с переменными коэффициентами:

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx}\left(k_\alpha(x)\frac{du}{dx}\right)+q_\alpha(x)u=f(x), & 0 < x < l, \\ u(0)=0, \quad u(l)=0, \end{cases}$$

$$k_\alpha(x)=1+\alpha x^2, \quad q_\alpha(x)=e^{\alpha x},$$

$$f_\alpha(x)=10x(l-x)e^{\alpha x}+20(1+\alpha x^2)-2\alpha x(10l-20x),$$

$\alpha$  – номер по списку группы.

Возможные варианты задания (по указанию преподавателя):

1) Исследуйте корректность постановки задачи.

2) Постройте разностную схему 2-го порядка аппроксимации. Исследуйте корректность постановки разностной схемы.

3) Решите систему сеточных уравнений методом прогонки.

4) Решите систему линейных алгебраических уравнений метода сеток методом Гаусса-Зейделя.

- 5) Решите систему линейных алгебраических уравнений метода сеток методом релаксации.

## Лабораторная работа №2

1. Рассмотрите задачу Коши

$$\begin{cases} \frac{du(t)}{dt} = f(t, u), & 0 < t \leq T, \\ u(0) = u_0, \end{cases}$$

где  $f(t, u)$  - заданная функция;  $u_0$  - заданная константа (входные данные даются преподавателем).

Возможные варианты задания (по указанию преподавателя):

- 1) Исследуйте корректность постановки задачи.
- 2) Постройте явную и неявную разностные схемы Эйлера. Исследуйте порядок аппроксимации и сходимость схем. На основе явной разностной схемы найдите численное решение задачи Коши.
- 3) Постройте симметричную неявную разностную схему второго порядка аппроксимации для решения задачи Коши. Для численной реализации нелинейной разностной схемы постройте итерационный процесс и на его основе найдите численное решение задачи.
- 4) Постройте разностную схему Рунге-Кутты второго порядка аппроксимации типа «предиктор-корректор» и на его основе найдите численное решение обыкновенного дифференциального уравнения.

Описание методики оценивания:

### Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе

- 15 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 10 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 5 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.
- 0 баллов выставляется студенту, если лабораторная работа не выполнена.

## IV. Примерные темы курсовых работ

1. Решение задачи Коши для ОДУ 1 порядка комбинированным методом Рунге-Кутты 4 порядка и явным методом Адамса 3 порядка.
2. Решение задачи Коши для ОДУ 1 порядка усовершенствованным методом Эйлера-Коши.
3. Метод трапеций для решения задачи Коши для ОДУ 2 порядка с уточнением по Рунге.
4. Неявный метод Эйлера для решения задачи Коши для ОДУ 1 порядка с уточнением по Рунге.
5. Применение генетических алгоритмов для уточнения численных решений ОДУ, полученных методом Рунге-Кутты 4 порядка.
6. ....

**Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется, если курсовая работа полностью закончена, содержание работы соответствует выбранной теме, присутствует наличие элементов научной новизны, указана практическая ценность работы, использована новейшая литература, структура работы сбалансирована, указана актуальность темы, цель и постановка задачи.

- оценка «хорошо» выставляется, если курсовая работа полностью закончена, содержание работы соответствует выбранной теме, присутствует наличие элементов научной новизны, указана практическая ценность работы, указана актуальность темы, цель и постановка задачи.

- оценка «удовлетворительно» выставляется, если курсовая работа не закончена, но содержание работы соответствует выбранной теме, указана практическая ценность работы, указана актуальность темы.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если курсовая работа не закончена или не сдана, содержание работы не соответствует выбранной теме, нет элементов научной новизны, не указана практическая ценность работы, не использована новейшая литература, структура работы не сбалансирована, не указана актуальность темы, цель и постановка задачи

## **5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **Основная литература:**

1) Галеева, Г.Я. Численные методы [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Г.Я. Галеева, Л.Е. Маликова, А.Р. Фазылов; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2013. — Режим доступа: [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Galeeva\\_Malikova\\_Chislenne\\_metod\\_uch.pos\\_RIC\\_BashGU\\_2013.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Galeeva_Malikova_Chislenne_metod_uch.pos_RIC_BashGU_2013.pdf).

2) Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 672 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2025>.

#### **Дополнительная литература:**

1) Коробчинская О. Г.; Файрузов М. Э.; Коробчинский А. В.; Манапова А. Р. Программирование в Delphi. Разработка приложений Windows [Электронный ресурс]: учеб. пособие / О.Г. Коробчинская [и др.]; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2015. — Электрон. версия печ. публикации. — Режим доступа: [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Korobchinskaja\\_i\\_dr\\_Programmirovanie\\_v\\_DELPHI\\_Win\\_up\\_2\\_izd\\_2015.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Korobchinskaja_i_dr_Programmirovanie_v_DELPHI_Win_up_2_izd_2015.pdf).

2) Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65043>.

### **5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1) Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ» - <https://elib.bashedu.ru/>;

- 2) Электронный каталог Библиотеки БашГУ - <http://www.bashlib.ru/catalogi/>
- 3) Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» - <http://www.biblioclub.ru/>;
- 4) Электронная библиотечная система издательства «Лань» - <https://e.lanbook.com/>
- 5) Электронная библиотека ЮРАЙТ [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru)
- 6) Библиотека ГОСТов [Электронный ресурс]/ URL: <http://vsegost.com/>
- 7) Библиотека БашГУ <http://www.bashlib.ru>
- 8) Система электронного обучения <http://sdo.bashedu.ru/>;

### Программное обеспечение:

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11. 2014 г. Лицензии бессрочные.
3. Архиватор 7-Zip. (лицензия LGPL, свободное программное обеспечение).
4. Maple 16: Universities or Equivalent Degree Granting Institutions New License. Договор № 263 от 07.12. 2012 г. Лицензия бессрочная, плавающая – 30 шт.
5. Academic Edition Networked Volume Licenses RAD Studio XE3. Договор № 263 от 07.12. 2012 г. Лицензия бессрочная, плавающая – 30 шт.
6. Lazarus (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение).

### 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p><b>1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> аудитория № 501 (физмат корпус- учебное), аудитория № 531 (физмат корпус- учебное) аудитория № 528 (физмат корпус- учебное).</p> <p><b>2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> аудитория № 520а (физмат корпус- учебное), № 521 (физмат корпус- учебное), аудитория № 522 (физмат корпус- учебное), аудитория № 525 (физмат корпус- учебное).</p> <p><b>3. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ):</b> аудитория № 520а (физмат корпус- учебное), № 521 (физмат корпус- учебное), аудитория № 522 (физмат корпус- учебное),</p>	<p><b>Аудитория № 501</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304.</p> <p><b>Аудитория №531</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32.</p> <p><b>Аудитория №528</b> Учебная мебель, доска настенная меловая.</p> <p><b>Аудитория №520а</b> Учебная мебель, доска, монитор LG 19 L1942S SF 1280 x 1024,5ms,8000:1,black (3,4 кг,VGA,19"(48,3см)5ms, мониторы LG 19" L1942SBF 1280x1024,5ms,8000:1,black 10 шт., системный блок HP Pavilion Slimline S3500 FAMD Athlon 64 X2 5400+/2.8GHz,4Gb,500Gb 12шт.,доска аудитор.</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11. 2014 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>3. Архиватор 7-Zip. (лицензия LGPL, свободное программное обеспечение).</p> <p>4. Maple 16: Universities or Equivalent Degree Granting Institutions New License. Договор № 263 от 07.12. 2012 г. Лицензия бессрочная, плавающая – 30 шт.</p> <p>5. Academic Edition Networked Volume Licenses</p>



<p>аудитория № 525 (физмат корпус-учебное).</p> <p><b>4. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> аудитория № 501 (физмат корпус-учебное), аудитория № 531 (физмат корпус- учебное), аудитория № 528 (физмат корпус-учебное).</p> <p><b>5. Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитория № 501 (физмат корпус-учебное), аудитория № 531 (физмат корпус- учебное), аудитория № 528 (физмат корпус-учебное).</p> <p><b>6. Помещения для самостоятельной работы:</b> аудитория № 426 (физмат корпус-учебное), читальный зал №2 (физмат корпус- учебное).</p> <p><b>7. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования:</b> аудитория № 522 (физмат корпус- учебное).</p>	<p>ДА36.</p> <p><b>Аудитория № 521</b> Учебная мебель, доска, коммутатор HPV1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональные компьютеры в комплекте DEPONeos 460MDi5 2300/4GDDR1333/T500G/DVDW – 12 шт., проектор OptomaEX542i.DLP3D.XGA(1024*768).2700 ANSILm.3000 1.Lamp5000+/-40 ver, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, экран на штативе DraperDiplomat (1:1) 84/84* 213*213 MW, доска аудитор. ДА36.</p> <p><b>Аудитория №522</b> Учебная мебель, доска, персональный компьютер LenovoThinkCentreA70zIntelPentiumE 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., кондиционер LessarLS/LU-H24KB2.</p> <p><b>Аудитория № 525</b> Учебная мебель, доска, персональные компьютеры в комплекте DEPONeos 460MDi5 2300/4GDDR1333/T500G/DVDW/ - 13 шт., доска аудитор. ДА32.</p> <p><b>Аудитория №426</b> Учебная мебель, доска, персональные компьютеры системный блок /Core 15-7400 (3.0) / VGb/HDD1Tb/ 450W/Win 10 Pro/ Клавиатура USB/ Мышь USB/ LCD Монитор 21,5" – 14 шт.</p> <p><b>Читальный зал №2</b> Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	<p>RAD Studio XE3. Договор № 263 от 07.12. 2012 г. Лицензия бессрочная, плавающая – 30 шт.</p> <p>6. Lazarus (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение).</p>
--	--	---

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Численные методы решения задач для ОДУ на 7,8 семестр  
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	8/288
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	111,4
лекций	36
практических/ семинарских	0
лабораторных	72
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	3,4
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	141,8
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	10
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34,8

Формы контроля:

экзамен 8 семестр

зачет 7 семестр

курсовая работа / курсовой проект 7 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/ СЕМ	ЛР	СР		
1	2	3	4	5	6	8	9
<b>7 семестр:</b>		<b>18</b>	<b>0</b>	<b>36</b>	<b>87,8</b>		
<b>Модуль 1. Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ. Разностный метод.</b>							
1	Введение. Математическое моделирование, численные методы и вычислительный эксперимент. Модели прогнозирования процессов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ). Краевые задачи для ОДУ и задача Коши. Линейные и нелинейные краевые задачи, линейные и нелинейные задачи. Корректность постановок краевых задач, дифференциальные свойства решений.	2		6	16	1. Изучение вопросов содержания темы 2. Проработка конспекта лекций, учебников, учебных пособий, учебно-методической литературы, включая информационные образовательные ресурсы	отчет по лабораторной работе
2	Разностные методы решения краевых задач. Основные понятия теории разностных схем. Некоторые разностные формулы (аналоги соответствующих формул из дифференциального исчисления). Разностные принципы максимума, разностные аналоги теорем вложения.  Разностный метод (метод сеток) решения задачи Дирихле для линейного одномерного стационарного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами и его исследование (погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимости, численная реализация метода). Задача для ОДУ с разрывными коэффициентами	6		8	16	1. Изучение вопросов содержания темы 2. Проработка конспекта лекций, учебников, учебных пособий, учебно-методической литературы, включая информационные образовательные ресурсы	отчет по лабораторной работе
<b>Модуль 2. Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ. Вариационные методы.</b>							
3	Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ на основе метода сеток в сочетании с итерационными методами.	4		10	24	1. Изучение вопросов содержания темы 2. Проработка конспекта лекций, учебников, учебных пособий, учебно-	отчет по лабораторной работе

	Вариационные методы решения краевых задач для ОДУ. Метод Ритца					методической литературы, включая информационные образовательные ресурсы	
4	Метод Галеркина и конечных элементов решения краевых задач для ОДУ.  Метод стрельбы численного решения краевых задач.	6		12	21,8	1. Изучение вопросов содержания темы 2. Проработка конспекта лекций, учебников, учебных пособий, учебно-методической литературы, включая информационные образовательные ресурсы	отчет по лабораторной работе
5	Курсовая работа				10	Курсовая работа по выбранной тематике: указана актуальность темы, цель и постановка задачи, решение задачи выбранным методом.	
<b>8 семестр:</b>		<b>18</b>		<b>36</b>	<b>54</b>		
<b>Модуль 1. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге-Кутты</b>							
1	Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Постановка задач. Некоторые результаты из теории ОДУ: разрешимость задачи Коши, единственность решения. Устойчивость решения задачи Коши. Жесткие дифференциальные уравнения.  Одношаговые методы решения задачи Коши. Разностные схемы Эйлера и их исследование. Двухпараметрическое семейство явных одношаговых разностных схем Рунге-Кутта второго порядка аппроксимации. Метод Рунге-Кутта четвертого порядка аппроксимации решения задачи Коши для ОДУ.	4		8	12	1. Изучение вопросов содержания темы 2. Проработка конспекта лекций, учебников, учебных пособий, учебно-методической литературы, включая информационные образовательные ресурсы	отчет по лабораторной работе
2	Неявная разностная схема Эйлера. Устойчивость схемы. Реализация схемы. Итерационные методы решения нелинейной разностной схемы. Модификации метода Эйлера; схема Эйлера-Коши (с итерациями).	4		10	14	1. Изучение вопросов содержания темы 2. Проработка конспекта лекций, учебников, учебных пособий, учебно-методической литературы, включая информационные образовательные ресурсы	отчет по лабораторной работе
<b>Модуль 2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Многошаговые методы.</b>							
3	Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. Явные и неявные разностные схемы Адамса.	4		8	14	1. Изучение вопросов содержания темы	отчет по лабораторной работе

						2. Проработка конспекта лекций, учебников, учебных пособий, учебно-методической литературы, включая информационные образовательные ресурсы	работе
4	Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений второго порядка. Методы Штермера. Методы решения жестких систем дифференциальных уравнений.	6		10	14	1. Изучение вопросов содержания темы 2. Проработка конспекта лекций, учебников, учебных пособий, учебно-методической литературы, включая информационные образовательные ресурсы	отчет по лабораторной работе
	<b>Всего часов:</b>	<b>36</b>	<b>0</b>	<b>72</b>	<b>141,8</b>		

## Рейтинг – план дисциплины

## Численные методы решения задач для ОДУ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление/специальность 09.03.03 Прикладная информатикакурс 4, семестр 7

## Рейтинг-план №1 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1 «Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ. Разностный метод»</b>			0	50
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2	0	30
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Письменные задания	5	4	0	20
<b>Модуль 2 «Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ. Вариационные методы»</b>			0	50
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2	0	30
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Письменные задания	5	4		20
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада			0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет (дифференцированный зачет)			0	0

## Рейтинг – план дисциплины

### Численные методы решения задач для ОДУ

*(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)*

направление/специальность 09.03.03 Прикладная информатика

курс 4, семестр 8

#### Рейтинг-план №2 (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге-Кутты</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2		30
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>5</b>
1. Письменные задания	5	1	0	5
<b>Модуль 2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Многошаговые методы.</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2	0	30
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>5</b>
1. Письменные задания	5	1	0	5
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада			0	<b>10</b>
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>-6</b>
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>-10</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
Экзамен			0	<b>30</b>