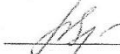


ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 5 от 25 января 2021 г.

Зав. кафедрой  /Хабидуллин Б.Н.

Согласовано:  
Председатель УМК факультета /института

 /Ефимов А.М.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Алгебра и геометрия

обязательная часть

**программа бакалавриата**


Направление подготовки (специальность)

09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки

«Информационные и вычислительные технологии»

Квалификация  
бакалавр

Разработчик (составитель) <u>доцент, к.ф.-м.н.</u>	
---	--

/Ибрагимова Л.С.

Для приема: 2021

Уфа 2021 г.

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций 3
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы 3
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) 4
4. Фонд оценочных средств по дисциплине 4
  - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине. 4
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине. 5
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины 16
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 16
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы 17
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине 17

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности.	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.
		ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний, методов математического анализа и моделирования.
		ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к обязательной части.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1,2 семестрах.

Цели изучения дисциплины: изучение основных понятий алгебры и аналитической геометрии, освоение методов и способов решения алгебраических и геометрических задач, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

### 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

#### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

##### 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции

ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	<i>Знать:</i> основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Отсутствие знаний	Неполные знания основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Сформированные систематические знания основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.
	<i>Уметь:</i> решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математиче-	В целом успешное, но содержащие отдельные пробелы умение решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных зна-	Сформированное умение решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирова-

			ского анализа и моделирования.	ний, методов математического анализа и моделирования.	ния.
	<i>Владеть:</i> навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Отсутствии владений навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	В целом успешное, но не систематическое владение навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	В целом успешное, но содержащие отдельные пробелы, владение навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Успешное и систематическое владение навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.**

<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>	<b>Оценочные средства</b>
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	<i>Знать:</i> основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Контрольные работы, РГР
	<i>Уметь:</i> решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Контрольные работы, РГР

	<i>Владеть:</i> навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Контрольные работы, РГР
--	---	-------------------------

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена:* текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета:* текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

*(для экзамена:*

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

*для зачета:*

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

## Рейтинг-план дисциплины

### Алгебра и геометрия

*(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)*

направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

курс 1, семестр 2

Рейтинг-план №1 (экзамен)

Виды учебной деятельности	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1.</b>				
Текущий контроль				
1. Аудиторная работа	2	5	0	10
2. Выполнение домашних заданий	1	10	0	10
Рубежный контроль				
1. Контрольные работы	15	1	0	15
<b>Модуль 2.</b>				
Текущий контроль				
1. Аудиторная работа	2	5	0	10
2. Выполнение домашних заданий	1	10	0	10
Рубежный контроль				
1. Контрольные работы	15	1	0	15
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов				10
2. Публикация статей				
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)				
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Экзамен				30

## Рейтинг-план дисциплины

### Алгебра и геометрия

*(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)*

направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

курс 1, семестр 2 .

Рейтинг-план №2 (экзамен)

Виды учебной деятельности	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1.</b>				
Текущий контроль				
1. Аудиторная работа	2	5	0	10
2. Выполнение домашних заданий	1	10	0	10
Рубежный контроль				
1. Контрольные работы	15	1	0	15
<b>Модуль 2.</b>				
Текущий контроль				
1. Аудиторная работа	2	5	0	10
2. Выполнение домашних заданий	1	10	0	10
Рубежный контроль				
1. Контрольные работы	15	1	0	15
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов				10
2. Публикация статей				
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)				
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
3. Посещение лекционных занятий			0	-6
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Экзамен				30



## Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета:

Билет состоит из двух теоретических вопросов и практического задания.

### Примерный перечень вопросов к экзамену (1 семестр)

1. Метод Гаусса.
2. Перестановки и подстановки.
3. Определители 2 и 3 порядков. Определители  $n$ -го порядка.
4. Свойства определителей  $n$ -го порядка.
5. Правило Лапласа вычисления определителей.
6. Способы вычисления определителей.
7. Вычисление специальных определителей.
8. Правило Крамера.
9. Матрицы и операции над ними. Элементарные преобразования матриц.
10. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга.
11. Обратная матрица. Способы вычисления обратной матрицы.
12. Системы линейных уравнений.
13. Теорема Кронекера-Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
15. Векторы. Линейная зависимость и независимость векторов. Операции над векторами.
16. Скалярное произведение. Свойства.
17. Векторное произведение. Свойства. Векторное произведение в ортонормированном базисе.
18. Смешанное произведение. Свойства.
19. Преобразование координат.
20. Прямая на плоскости. Различные способы её задания.
21. Плоскость в пространстве. Различные способы её задания.
22. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве.
23. Прямая в пространстве. Различные способы её задания. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
24. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
25. Полярная система координат на плоскости. Криволинейные координаты в пространстве.
26. Способы задания кривых. Понятие кривой.
27. Понятие поверхности. Способы задания поверхностей.
28. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.
29. Эллипс. Основные свойства.
30. Гипербола. Основные свойства. Асимптоты гиперболы. Сопряженные гиперболы.
31. Парабола. Основные свойства.
32. Эллипсоид. Свойства.
33. Гиперболоиды, основные свойства.
34. Параболоиды, основные свойства.
35. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
36. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.

## Примерный перечень вопросов к экзамену (2 семестр)

1. Комплексные числа. Определение и операции.
2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы.
3. Формула Муавра. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.
4. Корни  $n$ -ой степени из 1.
5. Многочлены одной переменной: определение, операции. Операция сложение многочленов одной переменной и ее свойства.
6. Операция умножение многочленов одной переменной. Свойства.
7. Деление многочленов одной переменной.
8. Делители многочленов.
9. Наибольший общий делитель многочленов одной переменной. Способы его нахождения. Взаимно простые многочлены.
10. Алгоритм Евклида для многочленов одной переменной.
11. Теорема о линейном представлении многочлена.
12. Теоремы о взаимно простых многочленах.
13. Корни многочленов одной переменной.
14. Теорема Безу.
15. Схема Горнера.
16. Простые и кратные корни многочленов одной переменной.
17. Производная многочлена. Теорема о кратности корня.
18. Арифметическое пространство.
19. Порождающие системы и базисы.
20. Критерий базиса. Теорема о дополнении базиса.
21. Подпространства. Пересечения и суммы подпространств.
22. Линейные отображения. Ядро и образ линейного отображения.
23. Теорема о линейной независимости прообразов. Изоморфизм линейных пространств.
24. Матрица линейного отображения. Преобразование матрицы при замене базисов.
25. Линейные операторы.
26. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен.
27. Жорданов нормальный базис. Теорема Гамильтона-Кэли.
28. Билинейные формы. Квадратичные формы.
29. Матрица квадратичной формы. Преобразование матрицы при замене базиса.
30. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.
32. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
33. Евклидовы пространства. Норма вектора. Неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника.
34. Угол между векторами евклидова пространства. Ортонормированные базисы. Ортогонализация базисов по Граму-Шмидту.
35. Матрица Грама. Теорема о линейной зависимости.
36. Квадратичные формы в евклидовом пространстве.
37. Самосопряженные операторы в евклидовом пространстве. Теоремы о собственных числах и собственных векторах.
38. Ортогональный оператор. Матрица ортогонального оператора.

Образцы экзаменационных билетов:

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»  
Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра высшей алгебры и геометрии  
Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика  
дисциплина: «Алгебра и геометрия»

I сем.20\_\_-20\_\_ учебного года

Экзаменационный билет №1

1. Обратная матрица. Способы вычисления.
2. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.

3. Решите систему линейных уравнений (используя формулы Крамера) 
$$\begin{cases} -x + 3y + 5z = 2; \\ 2x - 4y + z = -2; \\ x + y - 7z = 2. \end{cases}$$

Зав. кафедрой д.ф.-м.н., проф. Хабибуллин Б.Н. / \_\_\_\_\_ /

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»  
Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра высшей алгебры и геометрии  
Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика  
дисциплина: «Алгебра и геометрия»

II сем.20\_\_-20\_\_ учебного года

Экзаменационный билет №5

1. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы.
2. Самосопряженный оператор. Собственные числа и собственные векторы самосопряженного оператора.
3. Найти наибольший общий делитель многочленов

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 2$$

$$g(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2.$$

Зав. кафедрой д.ф.-м.н., проф. Хабибуллин Б.Н. / \_\_\_\_\_ /

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене:

**Критерии оценки (в баллах):**

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности.

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

### Задания для контрольной работы

#### Описание контрольной работы

В течение учебного года обучающиеся выполняют 6 контрольных работ и 2 расчетно-графические работы. Каждая контрольная работа состоит из четырех заданий.

Пример варианта контрольной работы:

Контрольная работа №1.

Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 21 \\ 2 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице  $A$ :

- 1) при помощи алгебраических дополнений;
- 2) приписыванием справа единичной матрицы.

Задача 2. Решить систему линейных уравнений  $Ax = b$ :

- 1) методом Гаусса;
- 2) методом Крамера;
- 3) методом обратной матрицы.

Задача 3. Найти ранг матрицы  $B$ :

- 1) методом окаймляющих миноров;
- 2) методом Гаусса.

Задача 4. Решить систему линейных уравнений  $Bx = O$ .

Найти общее решение.

Выписать фундаментальную систему решений.

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

- 10 баллов выставляется студенту, если все задачи решены верно;
- 8 баллов выставляется студенту, если 3 задачи решены верно;
- 5 баллов выставляется студенту, если 2 задачи решены верно;
- 3 балла выставляется студенту, если 1 задача решена верно

Пример варианта расчетно-графической работы №1.

1. По координатам точек  $A, B$  и  $C$  для указанных векторов найти
  - а) модуль вектора  $\vec{a}$ ,
  - б) скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ,
  - в) проекцию вектора  $\vec{c}$  на вектор  $\vec{d}$ . $A(4,6,3), B(-5,2,6), C(4,-4,-3), \vec{a} = 4CB - AC, \vec{b} = AB, \vec{c} = CB, \vec{d} = AC$ .
2. Даны векторы  $\vec{a}(2,-3,1), \vec{b}(0,1,4), \vec{c}(5,2,-3)$ . Найти
  - а) смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$ ,
  - б) модуль векторного произведения  $3\vec{a}$  и  $2\vec{c}$ .
3. Доказать, что векторы  $\vec{a}(-3,0,1), \vec{b}(2,7,-3), \vec{c}(-4,3,5)$  образуют базис, и найти координаты вектора  $\vec{d}(-16,33,13)$  в этом базисе.
4. Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3,4,5), B(1,2,1), C(-2,-3,6), D(3,-6,-3)$ . Найти площадь грани  $ACD$ , объем пирамиды  $ABCD$ .
5. Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(6,-9), B(10,-1), C(-4,1)$ . Найти
  - а) уравнение стороны  $AB$ ; длину сторону  $AB$ ;
  - б) уравнение высоты  $CH$ ;
  - в) уравнение медианы  $AM$ ;
  - г) точку пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ .
6. При каких значениях  $A$  и  $C$  прямая  $Ax - 3y + C = 0$ :
  - а) параллельна прямой  $5x - 2y + 8 = 0$ ;
  - б) перпендикулярна прямой  $y = -7x$ ;
  - в) проходит через точки  $(-3;2)$  и  $(-1;4)$ .
7. Найти полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет и уравнения

директрис эллипса  $9x^2 + 25y^2 = 225$ .

8. Написать уравнение гиперболы, проходящей через фокусы эллипса  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$  и имеющей фокусы в вершинах этого эллипса.
9. Даны точки  $A_1(6,6,5)$ ,  $A_2(4,9,5)$ ,  $A_3(4,6,11)$ ,  $A_4(6,9,3)$ . Найти:
- уравнение прямой  $A_1 A_2$ ;
  - уравнение плоскости  $A_1 A_2 A_3$ ;
  - уравнение плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно прямой  $A_1 A_2$ ;
  - уравнение прямой, проходящей через точку  $A_3$  параллельно прямой  $A_1 A_2$ ;
  - уравнение прямой, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно плоскости  $A_1 A_2 A_3$ .
10. Даны точки  $A(3,4,5)$ ,  $B(1,-2,0)$ ,  $C(2,1,6)$ ,  $D(-3,3,5)$ . Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A, B, C$ . Найти расстояние от точки  $D$  до плоскости  $ABC$ .

Описание методики оценивания.

**Критерии оценки (в баллах):**

- 20 баллов выставляется студенту, если все задачи решены верно;  
16 баллов выставляется студенту, если 8 задач решены верно;  
10 баллов выставляется студенту, если 5 задач решены верно;  
8 баллов выставляется студенту, если 4 задачи решены верно;  
6 баллов выставляется студенту, если 3 задачи решены верно.

Пример варианта расчетно-графической работы №2.

1. Найдите характеристический многочлен матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

2. Для каких значений  $k$  матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & k \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$  имеет единственное действительное собственное число кратности 2?

3. Матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 4 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$  имеет одно действительное собственное число. Найдите это число и базис соответствующего собственного пространства.

4. Пусть векторы  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$  и  $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix}$  являются собственными векторами матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -17 & 60 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}. \text{ Найдите соответствующие собственные числа.}$$

5. Пусть  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \\ -11 \\ -23 \end{pmatrix}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{u}$  в подпространстве  $W$ , поро-

жденном векторами  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$  и  $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \\ 22 \end{pmatrix}$ .

6. Пусть  $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5, \vec{e}_6\}$  - стандартный базис в  $R^6$ . Найдите длину вектора  $\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4 + 5\vec{e}_5 - 2\vec{e}_6$ . Длина (норма) понимается в смысле стандартного скалярного произведения в пространстве  $R^6$ .
7. Используя стандартное скалярное произведение в  $R^3$ , выполните алгоритм ортогонализации Грама - Шмидта над следующим множеством векторов

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ и } \vec{z} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

8. Найдите отсутствующие координаты векторов, если известны, что данные векторы образуют ортонормированный базис относительно стандартного скалярного произведения в пространстве  $R^3$

$$\begin{pmatrix} 0,6 \\ -0,8 \\ * \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} * \\ * \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} * \\ 0,6 \\ * \end{pmatrix}.$$

9. Найдите характеристический многочлен матрицы  $A = \begin{pmatrix} -4 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

10. Найдите собственные числа матрицы  $C = \begin{pmatrix} -67 & 0 & 126 \\ -49 & -4 & 98 \\ -35 & 0 & 66 \end{pmatrix}$ .

11. Матрицы  $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  составляют базис в линейном векторном пространстве  $V = R^{2 \times 2}$ . Запишите в данном базисе матрицу линейного оператора  $T = R^{2 \times 2} \rightarrow R^{2 \times 2}$ , действующего по правилу  $T(A) = 10A + 4A^T$ .

12. Найдите детерминант линейного оператора, действующего в пространстве  $V$  симметричных матриц размера  $2 \times 2$  по правилу  $T(M) = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} M + M \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

13. Составьте матрицу по квадратичной форме  $Q(x) = 5x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1x_3 - 5x_2x_3$ .

14. Матрица  $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 5 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$  имеет два различных собственных числа. Найдите

эти числа и ортонормированные базисы в каждом из собственных подпространств.

15. Рассматриваются два базиса  $B = \left( \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \right)$  и  $C = \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} \right)$  в векторном пространстве  $R^2$ . Найдите матрицу перехода из базиса  $C$  в стандартный базис  $E = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ , матрицу перехода из базиса  $B$  в  $E$ , матрицу перехода из базиса  $E$

в  $B$ , матрицу перехода из базиса  $C$  в  $B$ . Найдите координаты вектора  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$  в базисе  $B$ .

Описание методики оценивания.

**Критерии оценки (в баллах):**

20 баллов выставляется студенту, если все задачи решены верно;

13 баллов выставляется студенту, если 10 задач решены верно;

10 баллов выставляется студенту, если 8 задач решены верно;

5 баллов выставляется студенту, если 4 задачи решены верно.

**5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

**Основная литература**

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебник / Беклемишев Д. В. Санкт-Петербург: Лань, 2018. 448 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/98235>.
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.В. Проскуряков. Санкт-Петербург: Лань, 2019. 476 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/114701>.
3. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.А. Беклемишева [и др.]. Санкт-Петербург: Лань, 2018. 496 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/109625>.

**Дополнительная литература**

4. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре [Электронный ресурс]: учебник / А.Г. Курош. Санкт-Петербург: Лань, 2018. 556 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/104951>.
5. Сборник задач по алгебре.(под ред.Кострикина А.И.).-М.:Физматлит, 2001. 463 с.
6. Постников М.М. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учеб. пособие. Санкт-Петербург: Лань, 2009. 416 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/318>.



7. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс]: учеб. пособие. Москва: МЦНМО, 2016.391с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/80147>.
8. Ефимов Н.В. Линейная алгебра и многомерная геометрия [Электронный ресурс]: учеб. / Н.В. Ефимов, Э.Р. Розендорн. Москва:Физматлит, 2005.464 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2144>.

## 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотечная система «ЭБ БашГУ»- <https://elib.bashedu.ru/>
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>
3. ЭБС «ЛАНЬ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
4. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
5. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11. 2014 г. Лицензии бессрочные.

## 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p><b>1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> аудитории № 528, 530 (физмат корпус).</p> <p><b>2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> аудитории № 511, 526, 527, 528 (физмат корпус - учебное).</p> <p><b>3. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> аудитории № 511, 526, 527, 528, 530 (физмат корпус - учебное).</p> <p><b>4. Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитории № 511, 526, 527, 528, 530 (физмат корпус - учебное).</p> <p><b>5. Помещения для самостоятельной работы:</b> читальный зал №2 (физмат корпус - учебное).</p>	<p><b>Аудитория № 511</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа проектор Mitsubishi EX 320U 3D 2.4кг., экран на штативе Draper Diplomat (1:1) 84/84* 213*213 MW, компьютер в составе: системный блок DEPO 460 MD/3-540/T500G/DVD-RW, монитор 20".</p> <p><b>Аудитория № 526</b> Учебная мебель, доска настенная меловая.</p> <p><b>Аудитория № 527</b> Учебная мебель, доска настенная меловая.</p> <p><b>Аудитория № 528</b> Учебная мебель, доска настенная меловая.</p> <p><b>Аудитория № 530</b> Учебная мебель, доска настенная меловая.</p> <p><b>Читальный зал № 2</b> Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11. 2014 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>3. Система централизованного тестирования БашГУ (Moodle).</p>

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Алгебра и геометрия на 1,2 семестры  
(наименование дисциплины)  
очная  
форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	11/396
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	193,4
лекций	84
практических/ семинарских	36
лабораторных	70
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)(ФКР)	3,4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР) включая подготовку к экзамену/зачету	106
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	96,6

Формы контроля:  
экзамен 1,2 семестр

1	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1 семестр							
	<i>I. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.</i>							
1.	Подстановки. Перестановки. Свойства.	1	1	2	4	[1]-[2]	[2] №№ 123-126, 151-155, 169-173	Контр. работы
2.	Определители. Определение. Свойства. Правила вычисления.	1	1	2	4	[1]-[2]	[2] №№ 1-16, 43-55, 188-192, 238-240.	Контр. работы
3.	Алгебраические миноры и дополнения. Определения. Теорема Лапласа.	2	2	2	5	[1]-[2]	[2] №№ 257-273.	Контр. работы
4.	Матрицы. Действия над ними. Элементарные преобразования. Обратная матрица.	3	2	2	5	[1]-[2]	[2] №№ 788-798, 827-828, 836-845.	Контр. работы

	Способы вычисления обратной матрицы							
5.	Ранг матрицы. Способы вычисления.	2	2	3	5	[1]-[2]	[2] №№ 619-622.	Контр. работы
6.	Метод Гаусса. Элементарные преобразования.	1	1	3	5	[1]-[2]	[2] №№ 567-581.	Контр. работы
7.	Матричные уравнения. Правило Крамера. Метод обратной матрицы.	2	2	3	5	[1]-[2]	[2] №№ 861-864	Контр. работы
8.	Критерий совместности линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.	2	2	3	5	[1]-[2]	[2] №№ 689-704, 706-711.	Контр. работы
9.	Векторное пространство. Определение. Аксиомы. Однородные СЛУ. Фундаментальная система решений.	2	2	2	5	[1]-[2]	[2] №№ 639-644, 725-731, 742-744.	Контр. работы
	<i>II. Векторы. Прямая на плоскости. Прямая и плоскость в пространстве. Линии и поверхности второго порядка.</i>							
1.	Равенство векторов. Сложение векторов. Линейная зависимость векторов. Базис и координаты вектора.	2	2	3	5	[1],[3]	[3], №№1.4-1.14	Контр. работы, РГР
2.	Аффинная система координат. Прямоугольная система координат. Расстояние	2	2	4	5	[1],[3]	[3], №№2.1-2.14,	Контр. работы, РГР

	между точками. Скалярное произведение векторов.							
3.	Преобразование прямоугольных координат вектора и точки. Векторное и смешанное произведения векторов.	4	4	4	5	[1],[3]	[3], 3.1-3.2, 3.19-3.23	Контр. работы, РГР
4.	Уравнение прямой. Уравнение плоскости. Угол между прямыми, плоскостями, прямыми и плоскостями.	6	6	8	5	[1],[3]	[3], №№ 5.8-5.11, 5.27-5.28,5.47,	Контр. работы, РГР
5.	Канонические уравнения эллипса, параболы, гиперболы.	2	2	6	4	[1],[3]	[3], №№ 7.22-7.25, 7.35-7.38, 7.51-7.54	Контр. работы, РГР
6.	Эллипсоиды. Гиперболоиды. Параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей.	4	4	7	4,5	[1],[3]	[3], 10.5-10.8	Контр. работы, РГР
	Итого (1 семестр)	36	36	54	71,5			
	2-й семестр							
	<i>1. Комплексные числа. Многочлены. Билинейные и квадратичные формы.</i>							
1.	Комплексные числа. Определение. Операции. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы.	1		1	3	[1]-[2], [5]	[5] №№ 20.1, 21.1-21.3, 24.1-24.6	Контр. работы
2.	Корни из комплексных чисел. Формула Муавра.	1		1	3	[1]-[2], [5]	[5] №№ 21.9, 22.7-22.8.	Контр. работы
3.	Многочлены одной пере-	2		1	3	[1]-[2], [5]	[5] №№ 25.1-25.3	Контр.

	менной. Операции. Алгоритм Евклида. Корни многочленов. Неприводимые многочлены.							работы
4.	Симметрические многочлены. Результат и дискриминант.	2		1	3	[1]-[2], [5]	[5] №№ 31.1-31.3,32.1,32.7	Контр. работы
5.	Билинейные формы. Квадратичные формы. Метод Лагранжа. Метод Якоби.	2		1	3	[1]-[2], [3]	[3] №№ 32.1-32.10	Контр. работы, РГР
	<i>Линейные пространства. Евклидовы пространства. Линейные операторы.</i>							
1.	Линейное пространство. Примеры. Базис и размерность. Сумма и пересечение пространств. Матрица перехода.	5		2	3	[8]	[3] №№ 20.5-20.15, 21.2-21.10, 22.9, 22.11	Контр. работы, РГР
2.	Аффинное (точечное) пространство. К-мерные плоскости.	5		1	3	[8]	[3] №№ 33.18-33.28, 33.30-33.35	Контр. работы
3.	Евклидово пространство. Скалярное произведение.	6		1	3	[8]	[3] №№ 25.8, 25.13, 25.20-25.23, 25.45, 26.15, 26.27, 26.42-26.43.	Контр. работы, РГР
4.	Сопряженное пространство.	6		2	3	[8]	[3] №№ 35.3-35.15, 35.23-35.30, 36.3-36.10	Контр. работы
5.	Линейное отображение. Линейный оператор.	6		2	3	[8]	[3] №№. 23.1-23.10, 23.28-23.41, 23.60-	Контр. работы, РГР

							23.65.	
6.	Собственные числа. Собственные вектора. Жорданова форма матрицы линейного оператора	6		2	3	[8]	[3] №№. 24.1-24.21, 24.30-24.32, 24.35, 24.66-24.80, 24.125- 24.130	Контр. работы, РГР
7.	Линейные операторы в евклидовом пространстве.	6		1	1,5	[8]	[3] №№ 28.5-28.9, 28.14-28.19, 28.22, 29.15, 32.27.	Контр. работы, РГР
	Итого (2 семестр)	48		16	34,5			
	Всего часов:	84	36	70	106			

