

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 6 от 26.01.2021 г.

Согласовано:
Председатель УМК
факультета математики и
информационных технологий

Зав. кафедрой



/ X.K. Ишкин



/ A.M. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум
(наименование дисциплины)

Цикл ФТД Факультативы

(Цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору))

Программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)

01.03.01 Математика

(указывается код и наименование направления подготовки (специальности))

Направленность (профиль) подготовки

«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

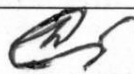
Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчики (составители)

к.ф.-м.н., доцент



/ Аиткужина Н.Н.

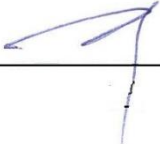
Для приема: 2021

Уфа - 2021 г.

Составитель / составители: доцент кафедры матанализа, к.ф.-м.н. Аиткужина Н.Н.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа протокол от « 26 » января 2021 г. № 6

Заведующий кафедрой


/ Ишкин Х.К.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры математического анализа протокол № _____ от « _____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой

_____/_____/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры математического анализа протокол № _____ от « _____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой

_____/_____/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры математического анализа протокол № _____ от « _____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой

_____/_____/

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	5
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	5
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	6
4.3. Рейтинг-план дисциплины	18
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	18
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	18
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	18
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	18
Приложение 1: Содержание рабочей программы	20
Приложение 2: Рейтинг-план дисциплины	26

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	1. Знать -классические задачи анализа, методы решений таких задач; -утверждения классических теорем анализа, применяемых для решения задач	ПК-3: способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	
Умения	1. Уметь решать задачи математического, функционального и действительного анализа и применять методы их решения	ПК-3: способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	
Владения (навыки / опыт деятельности)	1. Владеть методами вещественного комплексного и функционального анализа для решения актуальных теоретических естественнонаучных задач	ПК-3: способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Цели изучения дисциплины:

- углубление студентами базовых знаний по основным математическим предметам
- усовершенствование навыков по решению основных типов задач математического, комплексного и функционального анализа
- овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при изучении математических дисциплин и в приложениях.

Дисциплина «Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум» является факультативной дисциплиной (цикл ФТД Факультативы).

Дисциплина изучается на 3,4 курсах в 5-8 семестрах.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ.

Эти знания необходимы для освоения дисциплин: «математический анализ», «комплексный анализ», «дифференциальные уравнения», «функциональный анализ», «уравнения в частных производных», «численные методы», «теория вероятностей», «математическая статистика».

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции ПК-3: способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
		«Не зачтено»	«Зачтено»
Первый этап (уровень)	Знать: -классические задачи анализа, методы решений таких задач; -утверждения классических теорем анализа, применяемых для решения задач	Фрагментарные представления о классических задачах анализа, методах решения таких задач, утверждениях классических теорем анализа, применяемых для решения задач	Сформированные систематические представления о классических задачах анализа, методах решения таких задач, утверждениях классических теорем анализа, применяемых для решения задач
Второй этап (уровень)	Уметь: решать задачи математического, функционального и действительного анализа и применять методы их решения	Фрагментарные умения в решении задач математического, функционального и действительного анализа и применении методов их решения	Сформированное умение в решении задач математического, функционального и действительного анализа и применении методов их решения
Третий этап (уровень)	Владеть: методами вещественного комплексного и функционального анализа для решения актуальных теоретических естественнонаучных задач	Фрагментарное владение методами вещественного комплексного и функционального анализа для решения актуальных теоретических естественнонаучных задач	Успешное и систематическое применение методов вещественного комплексного и функционального анализа для решения актуальных теоретических естественнонаучных задач

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкала оценивания:

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	Знать: -классические задачи анализа, методы решений таких задач; -утверждения классических теорем анализа, применяемых для решения задач	ПК-3	Контрольная работа, зачет
2-й этап Умения	Уметь: решать задачи математического, функционального и действительного анализа и применять методы их решения	ПК-3	Контрольная работа, зачет
3-й этап Владеть навыками	Владеть: методами вещественного комплексного и функционального анализа для решения актуальных теоретических естественнонаучных задач	ПК-3	Контрольная работа, зачет

Вопросы для зачета

Порядок проведения зачета: зачет проводится в виде устного опроса.

Семестр 5

1. Тригонометрические ряды
2. Интеграл Дирихле
3. Теорема Римана – Лебега

4. Проблема разложения функции в ряд Фурье
5. Ряды Фурье четных и нечетных функций
6. Разложение в ряд Фурье функции, заданной в «неполном» промежутке
7. Сдвиг основного промежутка
8. Растяжение основного промежутка
9. Интеграл Фурье
10. Различные виды формулы Фурье
11. Гармонический анализ непериодических функций
12. Преобразование Фурье

Семестр 6

1. Нахождение изображений и оригиналов
2. Преобразование Лапласа
3. Дифференцирование оригинала и изображения
4. Интегрирование оригинала и изображения
5. Теорема запаздывания
6. Теорема о свертке
7. Первая теорема разложения
8. Отыскание оригинала по изображению
9. Решение задачи Коши для ОЛДУ с постоянными коэффициентами
10. Решение некоторых ЛДУ с переменными коэффициентами
11. Уравнение Бесселя
12. Интеграл Дюамеля

Семестр 7

1. Дифференцирование комплексных функций. Условия Коши-Римана.
2. Интегрирование по кривой в комплексной плоскости.
3. Интегральная формула Коши.
4. Числовые ряды, признаки сходимости.
5. Функциональные ряды, область сходимости.
6. Степенные ряды.
7. Ряды Тейлора и Лорана.
8. Особые точки, их классификация.
9. Формулы вычисления вычетов для полюсов.
10. Ортогональные системы функций.
11. Базис в ∞ -мерных пространствах.
12. Тригонометрический ряд Фурье.
13. Свойства преобразования Лапласа, применение операторного методов к решению дифференциальных уравнений.

Семестр 8

1. Замкнутость тригонометрической системы.
2. Лемма Римана. Интегральное представление для частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке.
3. Интеграл Римана по n -мерному промежутку. Необходимое условие интегрируемости.
4. Критерии Лебега и Дарбу интегрируемости по Риману.
5. Измеримые по Жордану множества. Их свойства.
6. Интеграл по множеству. Корректность определения. Критерий интегрируемости на измеримом множестве.
7. Мера Жордана. Критерий измеримости по Жордану.

8. Свойства интеграла (линейность, аддитивность, оценка интеграла).
9. Свойства интеграла (монотонность, теоремы о среднем).
10. Теорема Фубини. Следствия из нее.
11. Замена переменных в n -мерном интеграле
12. Несобственный n -мерный интеграл. Несобственный интеграл от неотрицательной функции.

Каждому студенту дается по одному вопросу, на который он должен дать развернутый ответ.

- **15-20 баллов** выставляется студенту, если студент дал полный, развернутый ответ на теоретический вопрос, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.

- **10-14 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретический вопрос, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности.

- **5-9 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретический вопрос студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.

- **0-4 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретический вопрос свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

- зачтено – от 60 до 110 баллов;

- не зачтено – менее 60 баллов;

Задания для контрольной работы

Описание контрольной работы:

В каждом семестре студент решает две контрольные работы. Каждая контрольная работа состоит из пяти объемных заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение. Каждое задание оценивается в 3 балла. В случае, если студент не справляется с более 50% заданий по обоим контрольным, он не допускается к сдаче зачета. У каждого студента есть возможность пересдать контрольную работу.

Примеры вариантов контрольных работ:

Семестр 5

Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Разложить функцию

$$f(x) = 0, \text{ при } -\pi < x < 0, \text{ и } f(x) = x, \text{ при } 0 \leq x < \pi$$

в ряд Фурье на интервале $(-\pi, \pi)$

2. Разложить функцию $f(x) = x^2$ в ряд Фурье на интервале $(-\pi, \pi)$
3. Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = \pi - 2x$, заданную на интервале $(0, \pi)$, продолжив ее на интервал $(-\pi, 0)$ четным образом

4. Разложить в ряд Фурье

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ 0, & x \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}] \end{cases}, T = 2\pi$$

5. Разложить функцию $f(x)$ и указать промежутки, где сумма ряда Фурье равна функции $f(x)$ и найти сумму ряда в точках x_k .

$$f(x) = \begin{cases} -3x, & x \in (-\pi; 0], x_0 = -\pi; \\ x, & x \in (0, \pi], x_1 = \pi; \end{cases}$$

Вариант 2

1. Разложить функцию

$$f(x) = 1, \text{ при } -\pi < x < 0, \text{ и } f(x) = 0, \text{ при } 0 \leq x < \pi$$

в ряд Фурье на интервале $(-\pi, \pi)$

2. Разложить функцию $f(x) = |\cos x|$;

3. Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = \pi - 2x$, заданную на интервале $(0, \pi)$, продолжив ее на интервал $(-\pi, 0)$ четным образом

4. Разложить в ряд Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in [-1; 0) \\ 1, & x = 0 \\ x, & x \in (0; 1] \end{cases}, T = 2$$

5. Разложить функцию $f(x)$ и указать промежутки, где сумма ряда Фурье равна функции $f(x)$ и найти сумму ряда в точках x_k .

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0; 1], x_0 = 0, x_1 = 1, \\ 1, & x \in (1; 2), x_2 = 2, x_3 = 3, \\ 3 - x, & x \in [2; 3] \end{cases}$$

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. Функцию $f(x)$ представить интегралом Фурье

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2, & x \in (-2; -1) \\ x, & x \in (-1; 1) \\ -x + 2, & x \in (1; 2) \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$$

2. Найти интеграл Фурье функции продолжив её нечетным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 3x, & x \in [0; \frac{2}{3}] \\ 0, & x > \frac{2}{3} \end{cases}$$

3. Найти интеграл Фурье функции $f(x)$, продолжив её четным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = e^{-x}, x \in [0; \infty)$$

4. Функцию $f(x)$ представить интегралом Фурье

$$f(x) = \frac{x}{9 + x^2}$$

5. Найти интеграл Фурье функции $f(x)$, продолжив её четным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \in [0; 1] \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Функцию $f(x)$ представить интегралом Фурье

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| \leq \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$$

2. Найти интеграл Фурье функции продолжив её нечетным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} x \cos x, & x \in [0; \frac{\pi}{2}] \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

3. Найти интеграл Фурье функции $f(x)$, продолжив её четным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = xe^{-3x^2}, x \in [0; \infty)$$

4. Функцию $f(x)$ представить интегралом Фурье

$$f(x) = \frac{1}{4 + x^2}$$

5. Найти интеграл Фурье функции $f(x)$, продолжив её четным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos 2x, & x \in [0; \frac{\pi}{4}] \\ 0, & x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Семестр 6

Контрольная работа 1.

Вариант 1

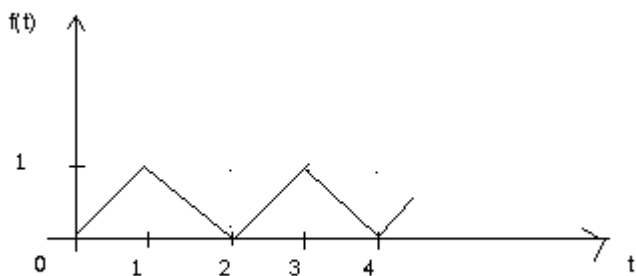
1. Найти изображения функций:

a) $1 + tb) \sin 4tc) e^{2t} \cos^2 t$

2. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos at - \cos bt}{t} dt, a > 0, b > 0$$

3. Найти изображение периодической функции, заданной графически:



4. Найти изображение функции

$$\int_0^t (t - \tau)^2 ch \tau d\tau$$

5. Для данных изображений найти оригиналы:

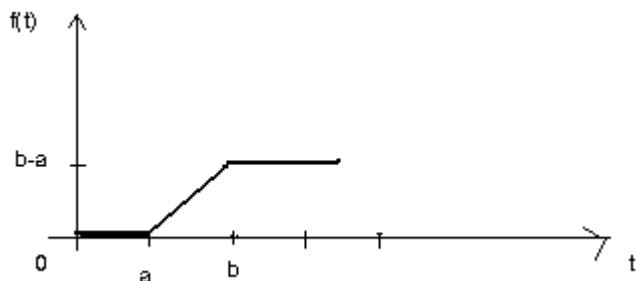
a) $F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p-1)}$ б) $F(p) = \frac{2p+3}{p^3+4p^2+5p}$

Вариант 2

1. Найти изображения функций:

a) $1 - t^2$ б) $\cos 3tc) te^t$

2. Найти изображение функции, заданной графически:



3. Найти изображение функции

$$\int_0^t e^{(t-\tau)} ch \tau d\tau$$

4. Для данных изображений найти оригиналы:

$$\text{a) } F(p) = \frac{e^{-p}}{(p^2-2p+5)} + \frac{pe^{-2p}}{p^2+9} \quad \text{b) } F(p) = \frac{1}{p^2+4p+3}$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin at \sin bt}{t} dt, a > 0, b > 0$$

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. Решить задачу Коши

$$x'' - 2x' + 5x = 1 - t, x(0) = x'(0) = 0$$

2. Решить задачу Коши

$$x''' + 3x'' - 4x = 0, \quad x(0) = x'(0) = 0, \quad x''(0) = 2$$

3. Найти решение уравнения

$$tx'' + 2x' = 0$$

4. С помощью формулы Дюамеля найти решение уравнения, удовлетворяющего начальным условиям

$$x'' + x = \frac{1}{1+\cos^2 t}, x(0)=x'(0)=0$$

5. Решить уравнение

$$x'' + tx' - (t+1)x = 0, \quad x(0) = x'(0) = 1$$

Вариант 2

1. Решить задачу Коши

$$x'' - 2x' = e^{2t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$

2. Решить задачу Коши

$$x''' - 2x'' + x' = 4, \quad x(0) = 1, x'(0) = 2, \quad x''(0) = -2$$

3. Найти решение уравнения

$$tx'' - 2x' = 0$$

4. С помощью формулы Дюамеля найти решение уравнения, удовлетворяющего начальным условиям

$$x'' + x = \frac{1}{4+tg^2 t}, x(0)=x'(0)=0$$

5. Решить уравнение

$$x'' + tx' - (t+1)x = 0, \quad x(0) = x'(0) = 1$$

Семестр 7

Контрольная работа 1.

Вариант 1

1. Поделить в алг. и тригонометрической форме: $\frac{1-i}{-1+i}$.

2. Найти $u(x,y)$ и $v(x,y)$, если $f(z) = \bar{z}^2 + iz$.

3. Вычислить $\int_L (2z + \bar{z}) dz$, $L = \{y = x\}$ от $(0,0)$ до $(1,1)$.
4. Исследовать сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{3^n (n+1)!}$;
5. Функцию $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-3)}$ разложить в ряд Тейлора по степеням z , в ряд Лорана в кольце $1 < |z| < 3$

Вариант 2

1. Вычислить, ответ дать в алгебраической форме: $(-1+i)^{18}$.
2. $U = x^2 - y^2 - y$, $f(0) = 0$ Найти $V(x, y)$.
3. Вычислить $\oint_C \frac{dz}{(z-2)(z-1)}$, $C = \{|z| = 3\}$
4. Найдите область сходимости. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{3^n (2n+1)}$.
5. Функцию $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ разложить в ряд Тейлора по степеням z , в ряд Лорана в кольце $1 < |z| < 2$

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. Вычислить: $\operatorname{Res}_{z=\infty} \frac{z^2}{(z-3)^2(z+1)}$
2. Найти разложение в ряд Фурье для функции $f(x) = 2x+1$ на интервале $(-1,1)$
3. Найти преобразование Фурье для функции: $f(x) = \frac{1}{x^2+9}$.
4. Найти изображение для оригинала $f(t) = t^5 e^{3t}$.
5. Решить дифференциальное уравнение $x'' + x' = \cos t$, $x(0) = 2, x'(0) = 1$ операторным методом.

Вариант 2

1. Вычислить: $\oint_{|z|=2} \frac{1}{(z^2+1)^2} dz$
2. Найти разложение в ряд Фурье для функции $f(x) = 4x+3$ на интервале $(-2,2)$
3. Найти преобразование Фурье для функции: $f(x) = \frac{3}{x^2+4}$.
4. Найти оригинал для изображения $F(p) = \frac{2}{p^2+8p-9}$
5. Решить дифференциальное уравнение $x'' + x' = 2 \cos t$, $x(0) = 4, x'(0) = 2$ операторным методом.

Семестр 8

Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Разложить функцию

$$f(x) = 0, \text{ при } -\pi < x < 0, \text{ и } f(x) = x, \text{ при } 0 \leq x < \pi$$

в ряд Фурье на интервале $(-\pi, \pi)$

2. Разложить функцию $f(x) = x^2$ в ряд Фурье на интервале $(-\pi, \pi)$
3. Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = \pi - 2x$, заданную на интервале $(0, \pi)$, продолжив ее на интервал $(-\pi, 0)$ четным образом
4. Разложить в ряд Фурье

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \\ 0, & x \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}] \end{cases}, T = 2\pi$$

5. Разложить функцию $f(x)$ и указать промежутки, где сумма ряда Фурье равна функции $f(x)$ и найти сумму ряда в точках x_k .

$$f(x) = \begin{cases} -3x, & x \in (-\pi; 0], x_0 = -\pi; \\ x, & x \in (0, \pi], x_1 = \pi; \end{cases}$$

Вариант 2

1. Разложить функцию

$$f(x) = 1, \text{ при } -\pi < x < 0, \text{ и } f(x) = 0, \text{ при } 0 \leq x < \pi$$

в ряд Фурье на интервале $(-\pi, \pi)$

2. Разложить функцию $f(x) = |\cos x|$;
3. Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = \pi - 2x$, заданную на интервале $(0, \pi)$, продолжив ее на интервал $(-\pi, 0)$ четным образом
4. Разложить в ряд Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in [-1; 0) \\ 1, & x = 0 \\ x, & x \in (0; 1] \end{cases}, T = 2$$

5. Разложить функцию $f(x)$ и указать промежутки, где сумма ряда Фурье равна функции $f(x)$ и найти сумму ряда в точках x_k .

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0; 1], x_0 = 0, x_1 = 1, \\ 1, & x \in (1; 2), x_2 = 2, x_3 = 3, \\ 3 - x, & x \in [2; 3] \end{cases}$$

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. Функцию $f(x)$ представить интегралом Фурье

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2, & x \in (-2; -1) \\ x, & x \in (-1; 1) \\ -x + 2, & x \in (1; 2) \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$$

2. Найти интеграл Фурье функции продолжив её нечетным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 3x, & x \in [0; \frac{2}{3}] \\ 0, & x > \frac{2}{3} \end{cases}$$

3. Найти интеграл Фурье функции $f(x)$, продолжив её четным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = e^{-x}, x \in [0; \infty)$$

4. Функцию $f(x)$ представить интегралом Фурье

$$f(x) = \frac{x}{9 + x^2}$$

5. Найти интеграл Фурье функции $f(x)$, продолжив её четным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \in [0; 1] \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Функцию $f(x)$ представить интегралом Фурье

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| \leq \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$$

2. Найти интеграл Фурье функции продолжив её нечетным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} x \cos x, & x \in [0; \frac{\pi}{2}] \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

3. Найти интеграл Фурье функции $f(x)$, продолжив её четным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = xe^{-3x^2}, x \in [0; \infty)$$

4. Функцию $f(x)$ представить интегралом Фурье

$$f(x) = \frac{1}{4 + x^2}$$

5. Найти интеграл Фурье функции $f(x)$, продолжив её четным образом на интервал $(-\infty; 0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos 2x, & x \in [0; \frac{\pi}{4}] \\ 0, & x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах)

15 баллов выставляется студенту, если все задачи решены верно;

12 баллов выставляется студенту, если 3 задачи решены верно;

9 баллов выставляется студенту, если 2 задачи решены верно;

6 баллов выставляется студенту, если 1 задача решена верно;

3 балла выставляется студенту, если 0 задач решены верно.

4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Операционное исчисление. Теория устойчивости: Учебное пособие. М.: Наука, 1971. – 254 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=464235
2. Семина Г.М., Данченков И.В.. Ряды Фурье. Преобразования Фурье. Практикум. Изд.:МИСИС, 2018

<https://e.lanbook.com/book/108041..>

Дополнительная литература:

3. Ишкин Х.К. Математический анализ: курс лекций. Часть IV. Уфа: РИЦ БашГУ. 2013.

https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin_Lekciipomatem_ch4_Uch.pos_2012.pdf

4. Амангильдин Т.Г. Математический анализ: Курс лекций (В 3-х частях)/Изд- е Башкирского ун-та. — Уфа, 1999.

<https://elib.bashedu.ru/dl/read/AmangildinMatemAnaliz-3.pdf>

5. Эйдерман В.Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления. Изд-во: ФИЗМАТЛИТ, 2002

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76734>

6. Волков В. А.. Ряды Фурье. Интегральные преобразования Фурье и Радона: Учебное пособие. Изд-во Уральского университета, 2014.

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276566>

5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

А. Ресурсы «Интернет»

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	https://elib.bashedu.ru/
---	--	---	--	--	---

2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	http://www.biblioclub.ru
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети	http://e.lanbook.com

В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор №104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
Аудитория № 517 (Физико-математический корпус)	Лабораторные занятия	<ol style="list-style-type: none"> 1. Учебная мебель, доска, 2. Мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, 3. экраннастенный Projecta SlimScreen 200*200 cm Matte White, 4. потолочное крепление для проектора, 5. доска аудитор.ДА32 	<p>1.Windows8Russian.WindowsProfessional 8RussianUpgrade.Договор№104от 17.06.2013г.Лицензиибессрочные.</p> <p>2.MicrosoftOfficeStandard2013Russian. Договор№114от12.11.2014г.Лицензии бессрочные.</p>
Аудитория № 526 (Физико-математический корпус)	Лабораторные занятия	Учебная мебель, доска	
Аудитория № 530(Физико-математический корпус)	Лабораторные занятия	Учебная мебель, доска	
Читальный зал №2 (физико-математический корпус)	Самостоятельная работа	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд пожарной безопасности, мониторы стационарные – 8 шт., принтер – 1 шт., сканер – 1 шт	<p>1.Windows8Russian.WindowsProfessional 8RussianUpgrade.Договор№104от 17.06.2013г.Лицензиибессрочные.</p> <p>2.MicrosoftOfficeStandard2013Russian. Договор№114от12.11.2014г.Лицензии бессрочные.</p>

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум на ___
5 семестры
 (наименование дисциплины)
очная
 форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	1/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	32,2
лекций	0
практических/ семинарских	0
лабораторных	32
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	3,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	0

Форма(ы) контроля:

зачет 5 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоят ельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ПР/СЕ М	Лр	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5 семестр								
1.	Тригонометрические ряды			2		2		Проверка д/р, к/р, зачет
2.	Интеграл Дирихле			3		2		Проверка д/р, к/р, зачет
3.	Теорема Римана-Лебега			3		2		Проверка д/р, к/р, зачет
4.	Проблема разложения функции в ряд Фурье			2		2		Проверка д/р, к/р, зачет
5.	Ряды Фурье для четных и нечетных функций			2		2		Проверка д/р, к/р, зачет
6.	Разложение в ряд Фурье функций, заданных в неполном промежутке			4		2		Проверка д/р, к/р, зачет
7.	Сдвиг основного промежутка			3		2		Проверка д/р, к/р, зачет
8.	Растяжение основного промежутка			2		2		Проверка д/р, к/р, зачет
9.	Интеграл Фурье			3	1,4	2		Проверка д/р, к/р, зачет
10.	Различные виды формулы Фурье			2		2		Проверка д/р, к/р, зачет
11.	Гармонический анализ непериодических функций			4	2,4	2		Проверка д/р, к/р, зачет
12.	Преобразование Фурье			2		2		Проверка д/р, к/р,
	Всего часов:			32	3,8			

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум на ___
5-8 семестры
(наименование дисциплины)
очная
форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	1/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	32,2
лекций	0
практических/ семинарских	0
лабораторных	32
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	3,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	0

Форма(ы) контроля:

зачет б семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоя тельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ПР/СЕ М	Лр	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
6 семестр								
1.	Нахождение изображений и оригиналов			2		1		Проверка д/р, к/р, зачет
2.	Преобразование Лапласа			3		1		Проверка д/р, к/р, зачет
3.	Дифференцирование оригинала и изображения			3		1		Проверка д/р, к/р, зачет
4.	Интегрирование оригинала и изображения			2		1		Проверка д/р, к/р, зачет
5.	Теорема запаздывания			2		1		Проверка д/р, к/р, зачет
6.	Теорема о свертке			3	1,4	1		Проверка д/р, к/р, зачет
7.	Первая теорема разложения			3		1		Проверка д/р, к/р, зачет
8.	Отыскание оригинала по изображению			3		1		Проверка д/р, к/р, зачет
9.	Решение задачи Коши для ОЛДУ с постоянными коэффициентами			3		1		Проверка д/р, к/р, зачет
10.	Решение некоторых ЛДУ с переменными коэффициентами			4	2,4	1		Проверка д/р, к/р, зачет
11.	Уравнение Бесселя			3		1		Проверка д/р, к/р, зачет
12.	Интеграл Дюамеля			3		1		Проверка д/р, к/р, зачет
	Всего часов:			32	3,8			

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум на ___
7 семестры
(наименование дисциплины)
очная
форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	32,2
лекций	0
практических/ семинарских	0
лабораторных	32
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	3,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	0

Форма(ы) контроля:
зачет 7 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоя тельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ПР/СЕ М	Лр	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
7 семестр								
1.	Дифференцирование комплексных функций. Условия Коши-Римана.			4		4, 6		Проверка д/р,к/р, опрос на занятии
2.	Интегрирование по кривой в комплексной плоскости. Интегральная формула Коши.			4		4, 6		Проверка д/р, опрос на занятии, к/р,
3.	Числовые ряды, признаки сходимости. Функциональные ряды, область сходимости.			4		4, 6		Проверка д/р, опрос на занятии, к/р,
4.	Степенные ряды. Ряды Тейлора и Лорана.			4		4, 6		Проверка д/р, опрос на занятии
5.	Особые точки, их классификация. Формулы вычисления вычетов для полюсов.			4		4, 6		Проверка д/р, опрос на занятии, к/р,
6.	Ортогональные системы функций. Базис в ∞ -мерных пространствах. Тригонометрический ряд Фурье.			6		4, 6		Проверка д/р, опрос на занятии, к/р,
7.	Свойства преобразования Лапласа, применение операторного методов к решению дифференциальных уравнений.			6		4, 6		Проверка д/р,, опрос на занятии, зачет, к/р,

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум на ___
8 семестры
(наименование дисциплины)
очная
форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	1/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	26,2
лекций	0
практических/ семинарских	0
лабораторных	26
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	9,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	0

Форма(ы) контроля:
зачет 8 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоят ельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ПР/СЕ М	Лр	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
8 семестр								
1.	Замкнутость тригонометрической системы.			2		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
2.	Лемма Римана. Интегральное представление для частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке.			3		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
3.	Интеграл Римана по n-мерному промежутку. Необходимое условие интегрируемости.			3		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
4.	Критерии Лебега (без доказательства) и Дарбу (с доказательством) интегрируемости по Риману.			2		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
5.	Измеримые по Жордану множества. Их свойства.			2		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
6.	Интеграл по множеству.			3	1,4	2-6		Проверка д/р, к/р, зачет

	Корректность определения. Критерий интегрируемости на измеримом множестве.							
7.	.Мера Жордана. Критерий измеримости по Жордану.			3		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
8.	Свойства интеграла (линейность, аддитивность, оценка интеграла).			3		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
9.	Свойства интеграла (монотонность, теоремы о среднем).			3		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
10.	Теорема Фубини. Следствия из нее.			4	2,4	2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
11.	.Замена переменных в n- мерном интеграле			3		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
12.	12.Несобственный n- мерный интеграл. Несобственный интеграл от неотрицательной функции.			3		2-6		Проверка д/р, к/р, зачет
	Всего часов:			32				

Рейтинг-план дисциплины

Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум

*(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)*направление 01.03.01 Математикакурс 3, семестр 5

Рейтинг-план №1 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Тригонометрические ряды				
Текущий контроль			0	25
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	15
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
Модуль 2. Интеграл Фурье				
Текущий контроль			0	25
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	35
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
1. Итоговый зачет			0	20
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Итоговый контроль				
1. Зачет	20	1	60	110

Рейтинг-план дисциплины

Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление 01.03.01 Математика

курс 3, семестр 6

Рейтинг-план №1 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Основы операционного исчисления				
Текущий контроль			0	25
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	15
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
Модуль 2. Задача Коши				
Текущий контроль			0	25
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	35
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
2. Итоговый зачет			0	20
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
3. Посещение лекционных занятий			0	-6
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Итоговый контроль				
1. Зачет	20	1	60	110

Рейтинг-план дисциплины

Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление 01.03.01 Математика

курс 4, семестр 7

Рейтинг-план №1 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Ряды				
Текущий контроль			0	25
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	15
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
Модуль 2. Ортогональные системы				
Текущий контроль			0	25
1. Аудиторная работа	1	15	0	15
2. Выполнение домашней работы	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	35
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
3. Итоговый зачет			0	20
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
5. Посещение лекционных занятий			0	-6
6. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Итоговый контроль				
1. Зачет	20	1	60	110

Рейтинг-план дисциплины

Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Практикум

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление 01.03.01 Математика

курс 3, семестр 8

Рейтинг-план №1 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Интеграл Фурье				
Текущий контроль			0	35
1. Аудиторная работа			0	15
2. Тестовый контроль			0	10
3. Выполнение домашней работы			0	10
Рубежный контроль			0	30
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
Модуль 2. Несобственный интеграл				
Текущий контроль			0	35
1. Аудиторная работа			0	15
2. Тестовый контроль			0	10
3. Выполнение домашней работы			0	10
Рубежный контроль			0	15
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
7. Посещение лекционных занятий			0	-6
8. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
1. Зачет	20	1	60	110