ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено: на заседании кафедры протокол № 6 от 26.01.2021 г.	Согласовано: Председатель УМК факультета математики и информационных технологий
Зав. кафедрой * / Х.К. Ишкин*	* / А.М. Ефимов*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина «Комплексный анализ»

(наименование дисциплины)

Обязательная часть

(указать часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив))

программа бакалавриата

Направление подготовки
02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Системное и интернет-программирование»
(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация
бакалавр
(указывается квалификация)

Разработчик (составитель) доцент, к.ф.-м.н. (должность, ученая степень, ученое звание)	/Башмаков Р.А. (подпись, Фамилия И.О.)

Для приема: 2021 года

Уфа 2021 г

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине

   4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

   4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций.Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

   5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

   5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1- Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	*Знать …* Основы комплексного анализа, теории конформных отображений, теории аналитических функций . *Уметь* Решать задачи комплексного анализа
		ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	*Уметь* использовать методы теории функций в профессиональной деятельности
		ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	*Владеть* Навыками решения математических и фимзических задач с использованием теории функций комплексного переменного

2. **Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Комплексный анализ» входит в обязательную часть цикла Б1 Дисциплины (модули) (Б1.О.18).

Дисциплина изучается на 2 курсе в 4 семестре.

Целью учебной дисциплины «Комплексный анализ» является: получение знаний в области функций комплексного переменного, фундаментальная подготовка студентов в теории функций в комплексной области, овладение методами решения основных задач по теории функции комплексного переменного, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при изучении математических дисциплин и в приложениях.Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Аналитическая геометрия».

Освоение дисциплины «Комплексный анализ» необходимо при последующем изучении дисциплин «Функциональный анализ», «Уравнения в частных производных», «Численные методы» и ряда других.

Дисциплина тесно связана с такими дисциплинами как «Высшая алгебра», «Математический анализ», «Функциональный анализ».

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	**Результаты обучения по дисциплине**	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	*Знать …* Основы комплексного анализа, теории конформных отображений, теории аналитических функций . *Уметь* Решать задачи комплексного анализа	Отсутствие знаний	Частичные знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания содержания материала по комплексному анализу, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины	Полные и четкие знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	*Уметь* использовать методы теории функций в профессиональной деятельности	Отсутствие умений	Фрагментарные умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать задачи по преподаваем	Сформированное умение решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность

	Уметь:		поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	ой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	поставленной задачи, применять на практике знания по предмету
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	*Владеть* Навыками решения математических и фимзических задач с использованием теории функций комплексного переменного	Отсутствие владений	В целом успешные, но не систематические владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	Успешные владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена:* текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета:* текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена:*

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-1- Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности		
ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	*Знать:* Основы комплексного анализа, теории конформных отображений, теории аналитических функций . *Уметь* Решать задачи комплексного анализа	Контрольная работа,
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	*Уметь:* использовать методы теории функций в профессиональной деятельности	зачет, экзамен
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	*Владеть:* Навыками решения математических и физических задач с использованием теории функций комплексного переменного	зачет, экзамен

Длятекущегоконтроляуспеваемостиипромежуточнойаттестациистудентовпредусмотренопроведение 3 контрольныхработ и одного компьютерного тестирования в системе WebWork.

Контрольныеработыитестовыезаданияохватываютвесьпройденныйматериалналекцияхисеминарскихзанятиях. Формамиконтроляявляютсязачетиэкзамен.

Контрольная работа №1 (комплексные числа, функции)

1. Найти $|z|$, $\arg z$, $\arg w$, $z+w$, zw, $\frac{z}{w}$, z^{12} представить z в тригонометрической и показательной формах, если
   $z=-4\sqrt{3}+4i$, $w=-2$
2. Вычислить $\sqrt[3]{-8-8i}$ и изобразить все значения на плоскости.
3. Изобразить множества точек z на плоскости

1) $\left|\frac{z-1}{z+1}\right|=1$, 2) $\operatorname{Re}\left(2i(z+1+i)\right)=1$

4. Вычислить

$$\frac{(2+3i)(1-6i)}{-4i}$$

Задача 5: Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру $\oint\limits_{|z|=1} \frac{z^2}{z-2i}dz$

Ответы: 1). $4\pi i$ 2). $1-2i$ 3). 0 4). $2i+1$ 5). $-8\pi i$

Задача 6 Разложить функцию $f(z)=\frac{1}{1+z^2}$ в ряд Тейлора в окрестности нуля.

Ответы: 1).

2). $1-z+z^2-z^3+...+(-1)^n z^n+...$

3). $1+z^2+z^4+z^6+...+z^{2n}+...$

4). $1+z+z^2+z^3+...+z^n+...$

5). нет правильного ответа

Задача 7 Разложить в ряд Лорана в окрестности т. $z=0$ функцию $f(z)=\frac{e^z-1}{z}$

Ответы: 1). $1+\frac{1}{2!}+\frac{z^2}{3!}+\frac{z^3}{4!}+\frac{z^4}{5!}+...$ 2). не разлагается

3). $1-\frac{z}{2!}+\frac{z^2}{3!}-\frac{z^3}{4!}+\frac{z^4}{5!}+...$ 4). $\frac{1}{2!}-\frac{z^2}{3!}+\frac{z^4}{6!}-\frac{z^6}{8!}+...$

5). нет правильных ответов

---

1 Найти $|z|$, $\arg z$, $\arg w$, $z+w$, zw, $\frac{z}{w}$, w^{12}, представить z в тригонометрической и показательной формах, если

$z=-6i$ $w=-2\sqrt{3}+2i$,

2 Вычислить $\sqrt[3]{-8i}$ и изобразить все значения на плоскости

3 Изобразить множества точек z на плоскости

1) $\operatorname{Re}\frac{z-1}{z+1}=1$, 2) $\operatorname{Im}\left((2+i)z\right)>1$

4 Вычислить

$$\frac{(1+3i)(1-i)}{4i-1}$$

Задача 5 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру $\oint\limits_{|z|=2} \frac{2z-1-i}{(z-1)(z-i)}dz$

Ответы: 1). $-2\pi i$ 2). $-4\pi i$ 3). $4\pi i$ 4). $2\pi i$ 5). 0

Задача 6 Разложить функцию $f(z)=\ln(1-z^2)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $z=0$.

Ответы: 1). $\frac{z^2}{1}-\frac{z^4}{2}+\frac{z^6}{3}-...+(-1)^{n+1}\frac{z^{2n}}{n}+...$

2). $\frac{z^2}{1}+\frac{z^4}{2}+\frac{z^6}{3}+\ldots+\frac{z^{2n}}{n}+\ldots$

3). $1-\frac{z^2}{1!}+\frac{z^4}{2!}-\frac{z^6}{3!}+\ldots+(-1)^n\frac{z^{2n}}{n!}+\ldots$

4). $1-\frac{z^2}{2^2 2!}+\frac{z^4}{2^4 4!}-\frac{z^6}{2^6 3!}+\ldots+(-1)^n\frac{z^{2n}}{2^n n}+\ldots$

5). нет правильного ответа

Задача 7 Разложить в ряд Лорана в окрестности т. $z=\infty$ функцию $f(z)=\frac{1}{\sin z-5}$

Ответы: 1). $1+\frac{z}{2!}+\frac{z^2}{3!}+\frac{z^3}{4!}+\ldots$ 2). не разлагается

3). $1+\frac{z^3}{3!}+\frac{z^5}{5!}+\frac{z^7}{7!}+\ldots$ 4). $\frac{1}{z}+1+\frac{z}{2!}+\frac{z^2}{3!}+\ldots$

5). нет правильных ответов

1. Найти $|z|$, $\arg z$, $\arg w$, $z+w$, zw, $\frac{z}{w}$, z^{32}, представить z в тригонометрической и показательной формах, если

$z=-4+4\sqrt{3}i$, $w=2i$

2. Вычислить $\sqrt[4]{-16}$ и изобразить все значения на плоскости
3. Изобразить множества точек z на плоскости

1) $\operatorname{Im}\frac{z-1}{z+1}=1$, 2) $|z-3-i|>1$

4. Вычислить

$\frac{(-4+3i)(-i)}{4i-1}$

Задача 5 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру $\oint\limits_{|z+i|=1}\frac{\sin z}{(z+i)^3}dz$

Ответы: 1). $2\pi\cdot sh1$ 2). $-2\pi i\cdot sh1$ 3). $-\pi\cdot sh1$ 4). $\pi\cdot\sin 1$ 5). $-\pi\cdot\sin 1$

Задача 6 Разложить функцию $f(z)=\frac{1}{1-z^2}$ в ряд Тейлора в окрестности нуля.

Ответы: 1). $1-z^2+z^4-z^6+\ldots+(-1)^n z^{2n}+\ldots$

2). $1-z+z^2-z^3+\ldots+(-1)^n z^n+\ldots$

3). $1+z^2+z^4+z^6+\ldots+z^{2n}+\ldots$

4). $1+z+z^2+z^3+\ldots+z^n+\ldots$

5). нет правильного ответа

Задача 7 Разложить в ряд Лорана в окрестности т. $z=\infty$ функцию $f(z)=ctg\, z$

Ответы: 1). $1+\frac{z^2}{4!}+\frac{z^4}{6!}+\frac{z^6}{8!}+\ldots$ 2). не разлагается

3). $\frac{1}{2}-\frac{z^2}{2!}+\frac{z^4}{4!}-\frac{z^6}{6!}+\ldots$ 4). $\frac{1}{2!}-\frac{z^2}{4!}+\frac{z^4}{6!}-\frac{z^6}{8!}+\ldots$

5). нет правильных ответов

1. Найти $|z|$, $\arg z$, $\arg w$, $z+w$, zw, $\frac{z}{w}$, w^{14}, представить z в тригонометрической и

показательной формах, если

$z = -6$, $w = -1 + i$

2. Вычислить $\sqrt{4+4i}$ и изобразить все значения на плоскости
3. Изобразить множества точек z на плоскости

1) $\arg((-1-i)z) = \frac{\pi}{4}$, 2) $|\operatorname{Im}\left((2+i)z\right) + \operatorname{Re} z = 2$

4. Вычислить $\dfrac{(-2-i)(-2+i)}{(4i-1)i}$

Задача 5 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру $\oint\limits_{|z|=3} \dfrac{dz}{z^2+2z}$

Ответы: 1). 0 2). $2i$ 3). $-\frac{1}{2}i$ 4). -2 5). πi

Задача 6 Разложить функцию $f(z) = \dfrac{1}{1-z}$ в ряд Тейлора в окрестности нуля.

Ответы: 1). $1 - z^2 + z^4 - z^6 + \ldots + (-1)^n z^{2n} + \ldots$

2). $1 - z + z^2 - z^3 + \ldots + (-1)^n z^n + \ldots$

3). $1 + z^2 + z^4 + z^6 + \ldots + z^{2n} + \ldots$

4). $1 + z + z^2 + z^3 + \ldots + z^n + \ldots$

5). нет правильного ответа

Задача 7 Разложить в ряд Лорана в окрестности т. $z = 0$ функцию $f(z) = \dfrac{1-\cos z}{z^2}$ Ответы: 1). $\frac{1}{2!} + \frac{z^2}{4!} + \frac{z^4}{6!} + \frac{z^6}{8!} + \ldots$ 2). не разлагается

3). $1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \frac{z^6}{6!} + \ldots$ 4). $\frac{1}{2!} - \frac{z^2}{4!} + \frac{z^4}{6!} - \frac{z^6}{8!} + \ldots$

5). нет правильных ответов

1. Найти $|z|$, $\arg z$, $\arg w$, $z+w$, zw, $\frac{z}{w}$, z^{20} представить z в тригонометрической и показательной формах, если

$z = -2\sqrt{3} - 2i$, $w = -1 + i$

2. Вычислить $\sqrt[4]{-16}$ и изобразить все значения на плоскости.
3. Изобразить множества точек z на плоскости

1) $\operatorname{Re}\frac{z-1}{z+1} = 1$, 2) $\operatorname{Im}\left((2+i)z\right) > 1$

4. Вычислить

$\dfrac{(2+3i)(1-i)}{-i(3+4i)}$

1. Найти $|z|$, $\arg z$, $\arg w$, $z+w$, zw, $\frac{z}{w}$, w^{12} представить z в тригонометрической и показательной формах, если

$z = -2i$, $w = -2\sqrt{3} - 2i$

2. Вычислить $\sqrt[3]{-8+8i}$ и изобразить все значения на плоскости
3. Изобразить множества точек z на плоскости

1) $\left|\dfrac{z-i}{z+i}\right|=1$, 2) $\operatorname{Im}\big((1+i)z\big)+\operatorname{Re} z>1$

4. Вычислить
$$\frac{(-2+7i)(1-i)}{(-1+4i)i}$$

Задача 5 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру $\oint\limits_{|z-i|=1} \dfrac{dz}{(z-1)^3(z+1)^3}$

Ответы: 1). $\dfrac{\pi}{2}i$ 2). $-2\pi i$ 3). 0 4). $\dfrac{3}{8}\pi$ 5). $\dfrac{3}{8}\pi i$

Задача 6 Разложить функцию $f(z)=\dfrac{1}{1+z}$ в ряд Тейлора в окрестности нуля.

Ответы: 1). $1-z^2+z^4-z^6+\ldots+(-1)^n z^{2n}+\ldots$

2). $1-z+z^2-z^3+\ldots+(-1)^n z^n+\ldots$

3). $1+z^2+z^4+z^6+\ldots+z^{2n}+\ldots$

4). $1+z+z^2+z^3+\ldots+z^n+\ldots$

5). нет правильного ответа

Задача 7 Разложить в ряд Лорана в кольце функцию

Ответы: 1). $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left[n-\dfrac{(-1)^n}{2^n}\right]z^{n-1}$ 2). не разлагается

3). $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left[n+\dfrac{(-1)^n}{2^n}\right]z^{n-1}$ 4). $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left[n-\dfrac{1}{2^n}\right]z^n$

5). нет правильных ответов

---

1. Найти $|z|$, $\arg z$, $\arg w$, $z+w$, zw, $\dfrac{z}{w}$, z^{10} представить z в тригонометрической и показательной формах, если

$z=-4+4\sqrt{3}i$, $w=-2-2i$

2. Вычислить $\sqrt[6]{-64}$ и изобразить все значения на плоскости
3. Изобразить множества точек z на плоскости

1) $\arg((1+i)z)=\dfrac{\pi}{4}$, 2) $\operatorname{Im}\big((2+i)z\big)>1$

4. Вычислить
$$\frac{(1-7i)(-11-i)}{2i+1}$$

Задача 5 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру $\oint\limits_{|z|=4} \dfrac{\cos z}{z^2-\pi^2}dz$

Ответы: 1). 0 2). $\dfrac{\pi}{2}$ 3). $-\dfrac{\pi}{2}i$ 4). $2\pi i$ 5). $\dfrac{1}{2}-i$

Задача 6 Разложить функцию $f(z)=e^{-z^2}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $z=0$.

Ответы: 1). $\dfrac{z^2}{1}-\dfrac{z^4}{2}+\dfrac{z^6}{3}-\ldots+(-1)^{n+1}\dfrac{z^{2n}}{n}+\ldots$

2). $\frac{z^2}{1}+\frac{z^4}{2}+\frac{z^6}{3}+\ldots+\frac{z^{2n}}{n}+\ldots$

3). $1-\frac{z^2}{1!}+\frac{z^4}{2!}-\frac{z^6}{3!}+\ldots+(-1)^n\frac{z^{2n}}{n!}+\ldots$

4). $1-\frac{z^2}{2^2 2!}+\frac{z^4}{2^4 4!}-\frac{z^6}{2^6 3!}+\ldots+(-1)^n\frac{z^{2n}}{2^n n}+\ldots$

5). нет правильного ответа

Задача 7 Разложить в ряд Лорана в окрестности т. $z=0$ функцию $f(z)=z^4\cos\frac{1}{z}$

Ответы: 1). $z^4-\frac{z^2}{2!}+\frac{1}{4!}-\frac{1}{6!z^2}+\ldots$ 2). не разлагается

3). $z^4+\frac{z^2}{2!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{6!z^2}+\ldots$ 4). $1-\frac{z^2}{2!}+\frac{1}{4!}-\frac{1}{6!z^2}+\ldots$

5). нет правильных ответов

1. Найти $|z|$, $\arg z$, $\arg w$, $z+w$, zw, $\frac{z}{w}$, w^{20}, представить z в тригонометрической и показательной формах, если
   $z=-6i$ $w=2\sqrt{3}-2i$,
2. Вычислить $\sqrt[3]{8i}$ и изобразить все значения на плоскости
3. Изобразить множества точек z на плоскости

1) $\arg((1-i)z)=\frac{\pi}{4}$, 2) $|\operatorname{Im}((2+i)z)|>1$

4. Вычислить

$$\frac{(-1-i)(-1+i)}{4i-1}$$

Задача 5 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру $\oint\limits_{|z|=2}\frac{dz}{(z-1)^3(z+1)^3}$

Ответы: 1). $-\frac{3\pi}{4}$ 2). $\frac{3\pi}{4}$ 3). $\frac{3}{4}\pi i$ 4). 0 5). $\frac{3}{8}\pi i$

Номер: 2.7.В

Задача 6 Разложить функцию $f(z)=\cos(z^2)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $z=0$.

Ответы: 1). $\frac{z^2}{1}-\frac{z^4}{2}+\frac{z^6}{3}-\ldots+(-1)^{n+1}\frac{z^{2n}}{n}+\ldots$

2). $\frac{z^2}{1}+\frac{z^4}{2}+\frac{z^6}{3}+\ldots+\frac{z^{2n}}{n}+\ldots$

3). $1-\frac{z^2}{1!}+\frac{z^4}{2!}-\frac{z^6}{3!}+\ldots+(-1)^n\frac{z^{2n}}{n!}+\ldots$

4). $1-\frac{z^2}{2^2 2!}+\frac{z^4}{2^4 4!}-\frac{z^6}{2^6 3!}+\ldots+(-1)^n\frac{z^{2n}}{2^n n}+\ldots$

5). нет правильного ответа

Номер: 2.38.В

Задача 7 Разложить в ряд Лорана в окрестности т. $z=0$ функцию $f\left(z\right)=\dfrac{\sin^2 z}{z}$

Ответы: 1). $\dfrac{2}{2!}z-\dfrac{8z^2}{4!}+\dfrac{32z^3}{6!}-\ldots$ 2). не разлагается

3). $\dfrac{2}{2!}z+\dfrac{8z^3}{4!}+\dfrac{32z^5}{6!}+\ldots$ 4). $\dfrac{2}{2!}z-\dfrac{8z^3}{4!}+\dfrac{32z^5}{6!}-\ldots$

5). нет правильных ответов

Контрольная работа №2 (конформные отображения)

Вариант 1 1. Найти отображение, переводящее область $\{z : \operatorname{Re} z > 1, \lvert z-1\rvert > 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Re} w > 0\}$. 2. Найти образ области $\{z : \operatorname{Re} z > 1, \lvert \operatorname{Im} z\rvert < \pi\}$ при отображении $w = e^z$. 3. Отобразить область $\{z : \lvert z\rvert > 1, z \notin [1, 2]\}$ на верхнюю полуплоскость	**Вариант 2** 1. Найти отображение, переводящее область $\{z : \operatorname{Re} z > 1, \lvert z-1\rvert < 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Re} w > 0\}$. 2. Найти образ области $\left\{z : \operatorname{Re} z > 1, \lvert \operatorname{Im} z\rvert < \frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = e^z$. 3. Отобразить область $\{z : \lvert z\rvert > 1, z \notin [-2, -1]\}$ на верхнюю полуплоскость
Вариант 3 1. Найти отображение, переводящее область $\{z : \operatorname{Re} z > 1, \lvert z-1\rvert < 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Im} w > 0\}$. 2. Найти образ области $\left\{z : \operatorname{Im} z > 0, \lvert \operatorname{Re} z\rvert < \frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = \cos z$. 3. Отобразить область $\{z : \lvert z\rvert > 1, z \notin [-\infty, -1]\}$ на верхнюю полуплоскость	**Вариант 4** 1. Найти отображение, переводящее область $\{z : \lvert z\rvert > 1, \lvert z-2\rvert > 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Im} w > 0\}$. 2. Найти образ области $\left\{z : \operatorname{Im} z > 0, 0 < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = \cos z$. 3. Отобразить область $\{z : \lvert z\rvert < 1, z \notin [0, i]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 5

1. Найти отображение, переводящее область $\{z: \operatorname{Im} z < 1, |z-1| > 1\}$ на область $\{w: \operatorname{Im} w > 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z: \operatorname{Im} z < 0, |\operatorname{Re} z| < \frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = \cos z$.
3. Отобразить область $\{z: |z| > 1,\ z \notin [-\infty, -1]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 6

1. Найти отображение, переводящее область $\{z: |z| > 1, |z-2| > 1\}$ на область $\{w: \operatorname{Im} w > 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z:\ 0 < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = \operatorname{tg} z$.
3. Отобразить область $\{z: |z| < 1,\ z \notin [-0.5, 1]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 7

1. Найти отображение, переводящее область $\{z: \operatorname{Im} z > 0, |z-1| < 1\}$ на область $\{w: \operatorname{Re} w < 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z:\ |\operatorname{Re} z| < \frac{\pi}{4}\right\}$ при отображении $w = \operatorname{ctg} z$.
3. Отобразить область $\{z: |z| > 1,\ z \notin [1, 2]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 8

1. Найти отображение, переводящее область $\{z: \operatorname{Re} z > 1, |z-1| < 1\}$ на область $\{w: \operatorname{Re} w > 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z: |\operatorname{Im} z| < \frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = \operatorname{th} z$.
3. Отобразить область $\{z: |z| > 1,\ z \notin [-10, -1]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 9

1. Найти отображение, переводящее область $\{z:|z|>1, |z-1|<1\}$ на область $\{w:\operatorname{Im} w>0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z:\operatorname{Re} z>0, |\operatorname{Im} z|<\frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w=\operatorname{ch} z$.
3. Отобразить область $\{z:|z|>1, z\notin[-\infty,-1]\}$, $z\notin[1, 2]$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 10

1. Найти отображение, переводящее область $\{z:|z|>1, |z-2i|>1\}$ на область $\{w:\operatorname{Im} w<0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z:\operatorname{Im} z<0, 0<\operatorname{Re} z<\frac{\pi}{4}\right\}$ при отображении $w=\cos z$.
3. Отобразить область $\left\{z:|z|<1, z\notin[\frac{i}{2}, i]\right\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 11

1. Найти отображение, переводящее область $\{z:\operatorname{Re} z>1, |z-1|>1\}$ на область $\{w:\operatorname{Re} w>0\}$.
2. Найти образ области $\{z:\operatorname{Re} z>1, |\operatorname{Im} z|<\pi\}$ при отображении $w=e^{z}$.
3. Отобразить область $\{z:|z|>1, z\notin[1, 2]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 12

1. Найти отображение, переводящее область $\{z:\operatorname{Re} z>1, |z-1|<1\}$ на область $\{w:\operatorname{Re} w>0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z:\operatorname{Re} z>1, |\operatorname{Im} z|<\frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w=e^{z}$.
3. Отобразить область $\{z:|z|>1, z\notin[-2,-1]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 13

1. Найти отображение, переводящее область $\{z:\operatorname{Re} z>1, |z-1|<1\}$ на область $\{w:\operatorname{Im} w>0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z:\operatorname{Im} z>0, |\operatorname{Re} z|<\frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w=\cos z$.
3. Отобразить область $\{z:|z|>1, z\notin[-\infty,-1]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 14

1. Найти отображение, переводящее область $\{z:|z|>1, |z-2|>1\}$ на область $\{w:\operatorname{Im} w>0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z:\operatorname{Im} z>0, 0<\operatorname{Re} z<\frac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w=\cos z$.
3. Отобразить область $\{z:|z|<1, z\notin[0, i]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 15

1. Найти отображение, переводящее область $\{z : \operatorname{Im} z < 1, |z-1| > 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Im} w > 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z : \operatorname{Im} z < 0, |\operatorname{Re} z| < \dfrac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = \cos z$.
3. Отобразить область $\{z : |z| > 1,\ z \notin [-\infty, -1]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 16

1. Найти отображение, переводящее область $\{z : |z| > 1, |z-2| > 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Im} w > 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z :\ 0 < \operatorname{Re} z < \dfrac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = \operatorname{tg} z$.
3. Отобразить область $\{z : |z| < 1,\ z \notin [-0.5, 1]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 17

1. Найти отображение, переводящее область $\{z : \operatorname{Im} z > 0, |z-1| < 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Re} w < 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z :\ |\operatorname{Re} z| < \dfrac{\pi}{4}\right\}$ при отображении $w = \operatorname{ctg} z$.
3. Отобразить область $\{z : |z| > 1,\ z \notin [1, 2]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 18

1. Найти отображение, переводящее область $\{z : \operatorname{Re} z > 1, |z-1| < 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Re} w > 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z : |\operatorname{Im} z| < \dfrac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = \operatorname{th} z$.
3. Отобразить область $\{z : |z| > 1,\ z \notin [-10, -1]\}$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 19

1. Найти отображение, переводящее область $\{z : |z| > 1, |z-1| < 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Im} w > 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z : \operatorname{Re} z > 0, |\operatorname{Im} z| < \dfrac{\pi}{2}\right\}$ при отображении $w = \operatorname{ch} z$.
3. Отобразить область $\{z : |z| > 1,\ z \notin [-\infty, -1]\},\ z \notin [1, 2]$ на верхнюю полуплоскость

Вариант 20

1. Найти отображение, переводящее область $\{z : |z| > 1, |z-2i| > 1\}$ на область $\{w : \operatorname{Im} w < 0\}$.
2. Найти образ области $\left\{z : \operatorname{Im} z < 0, 0 < \operatorname{Re} z < \dfrac{\pi}{4}\right\}$ при отображении $w = \cos z$.
3. Отобразить область $\left\{z : |z| < 1,\ z \notin [\dfrac{i}{2}, i]\right\}$ на верхнюю полуплоскость

Контрольная работа №3

Вычислить с помощью вычетов

Билет 1

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^2+1)} dx$

2. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{(3+2\cos x)} dx$

3. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos x}{(1+x^4)} dx$

4. $\int\limits_{|z|=1} \frac{\operatorname{ctg} z}{z} dx$

Билет 2

1. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x^4}{(1+x^2)^3} dx$

2. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{(x-1)\cos x}{x^2-4x+5} dx$

3. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{1}{(3+4\cos^2 \varphi)^2} d\varphi$

4. $\int\limits_{|z|=5} \frac{z}{\sin z(1-\cos z)} dz$

Билет 3

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2+4x+5)^2} dx$

2. $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos 2x}{17-8\cos x} dx$

3. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{3x^2-4}{x^4+1} \cos x dx$

4. $\int\limits_{|z|=2} \frac{z^5}{z^6-1} dz$

Билет 4

1. $\int\limits_{|z-i|=1,5} \frac{e^{1/z^2}}{z^2+1} dz$

2. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\cos(x^2)}{(1+x^4)^2} dx$

3. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^8} dx$

4. $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{(3+4\cos^2\varphi)^2} d\varphi$

Билет 5

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2+4x+5)^2} dx$

2. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{\cos 2x}{8\cos x-17} dx$

3. $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{2x^2+1}{x^4+81} \cos x dx$

4. $\int\limits_{|z|=3} \frac{z^6+1}{z^7-1} dz$

Билет 6

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 \cos x}{x^4+1} dx$

2. $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2+9)^2} dx$

3. $\int\limits_{|z|=4} \frac{z-1}{z+1} e^{1/z} dz$

4. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{1}{2\cos\varphi - 4} d\varphi$

Билет 7

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{(x^2+3x+4)^2} dx$

2. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{\sin 2x}{1-2p\cos x+p^2} dx, p$

3. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{2x^2+1}{(x^2+4)^2} \cos 2x dx$

4. $\int\limits_{|z|=2} \frac{z^6}{z^7-4} dz$

Билет 8

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{(x^2+2x+2)^2} dx$

2. $\int\limits_{-\pi}^{+\pi} \frac{\cos 2\varphi}{(10-6\cos\varphi)} d\varphi$

3. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x^2-4}{(x^4+1)^2} \cos x dx$

4. $\int\limits_{|z|=2} \frac{z^7+1}{z^8-1} dz$

Билет 9

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2-2}{(x^2+4)^2}\, dx$

2. $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{(7-4\sin^2\varphi)}\, d\varphi$

3. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x}{x^2+4x+8} dx$

4. $\int\limits_{|z|=3} e^{\frac{z-2}{z-1}} dz$

ъ

Билет 10

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{(x^2+6x+10)^2} dx$

2. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{\sin 2\varphi}{5-3\cos\varphi} d\varphi$

3. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2-x}{(x^4+1)^2} \sin x dx$

4. $\int\limits_{|z|=5} \frac{z^8-1}{z^9-1} dz$

Билет 11

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2+4x+5)^2} dx$

2. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{\cos 2x}{5-4\cos x} dx$

3. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{3x^2+1}{(x^2+16)^2} \cos x dx$

4. $\int\limits_{|z|=2} z \sin \frac{z+2}{z-1} dz$

Билет 12

1. $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^3} dx$

2. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1)\sin 2x}{x^2+4x+5} dx$

3. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{1}{(3+4\cos^2\varphi)} dx$

4. $\int\limits_{|z|=5} \operatorname{tg} z \, dz$

Билет 13

1. $\int\limits_{|z-i|=1,5} \frac{e^{1/z^3}}{z^2+1} dz$

2. $\int\limits_0^{\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2+4} dx$

3. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2-1}{x^4+16} dx$

4. $\int\limits_{-\pi}^{\pi} (z+1) \sin \frac{z}{z-1} dz$

Билет 14

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx$

2. $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{4+2\cos\varphi} d\varphi$

3. $\int\limits_0^{\infty} \frac{cos 2x}{(x^2+1)^2} dx$

4. $\int\limits_{|z|=2} e^{\frac{z-2}{z}} dz$

Билет 15

1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{(x^2+3x+4)^2} dx$

2. $\int\limits_0^{2\pi} \frac{\sin 2x}{10-6\cos x} dx$

3. $\int\limits_0^{\infty} \frac{2x^2+3}{(x^2+9)^2} \cos x dx$

4. $\int\limits_{|z|=2} (z^2-2z)e^{1/4z} dz$

Экзаменационные билеты

Экзамен (зачет) является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: билет состоит из 2 вопросов, по 1 из каждой части, на которые условно делится прочитанный в течение семестра лекционный курс.

Вопросы для экзамена по комплексному анализу

1. Комплексные числа и операции над ними. Комплексная плоскость.
2. Сфера Римана. Стереографическая проекция. Расширенная комплексная плоскость.
3. Открытые и замкнутые множества в C. Связность. Компактные множества. Кривые на плоскости
4. Предел последовательности. Функции комплексной переменной. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность. Однолистность
5. Дифференцируемость (определение, свойства) Дифференцируемость и условия Коши - Римана.
6. Формальные производные. Определение аналитической (голоморфной) функции
7. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Конформные отображения. Локальная конформность аналитической функции.
8. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее вещественной или мнимой части.
9. Функция $\sqrt[n]{z}$ и ее Риманова поверхность.
10. Функция e^z . Логарифмическая функция и ее Риманова поверхность.
11. Элементарные функции (степенная, с натуральным показателем, общая степенная и общая показательные функции). Тригонометрические функции.
12. Функция Жуковского.
13. Дробно - линейная функция.
14. Круговое свойство дробно - линейных отображений.
15. Общий вид дробно-линейного отображения, переводящего три точки в три заданные.
16. Сохранение симметрии при дробно-линейном отображении.
17. Дробно-линейные изоморфизмы полуплоскости на круг; круга на круг.
18. Интеграл от функции комплексной переменной. Простейшие свойства. Лемма Гурса.
19. Интегральная теорема Коши.
20. Интегральная теорема Коши (обобщение). Случай многосвязной области.
21. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.
22. Интеграл типа Коши.
23. Первообразная. Теорема Морера.
24. Числовые и функциональные ряды.
25. Теоремы о равномерно сходящихся рядах
26. Теорема Вейерштрасса.
27. Степенные ряды. Лемма Абеля. Теорема Коши-Адамара
28. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
29. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля.
30. Ряды Лорана. Разложение функций в ряд Лорана (теорема Лорана).
31. Изолированные особые точки однозначного характера. Классификация и примеры.
32. Связь между нулями и полюсами аналитических функций.
33. Изолированные особые точки однозначного характера. Связь между главной частью ряда Лорана и типом особенности.
34. Вычеты (определение, примеры). Вычет в бесконечно удаленной точке.
35. Основные теоремы о вычетах.(Теорема Коши о вычетах, Теорема о сумме вычетах)
36. Способы вычисления вычетов в полюсах.
37. Применение теории вычетов к вычислению определенных интегралов $\int_0^{2\pi} R(\cos\phi, \sin\phi)d\phi$
38. Применение теории вычетов к вычислению интегралов $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}dx.$
39. Применение теории вычетов к вычислению определенных интегралов $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{i\lambda x}dx.$ Лемма

Жордана.
40. Логарифмический вычет. Принцип аргумента.
41. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
42. Теорема единственности.
43. Принцип максимума модуля аналитической функции.
44. Элементы операционного исчисления (оригинал, изображение, преобразование Лапласа, примеры)
45. Свойства преобразования Лапласа.
46. Приложения к решению простейших дифференциальных уравнений и систем

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:
- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.
Зачеты:
· зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
· не зачтено – от 0 до 59 баллов.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене (только для тех, кто учит-ся с использованием модульно-рейтинговой системы обучения и оценки успевае-мости студентов):

Критерии оценки (в баллах):
· 25-30 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
· 17-24 баллов выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
· 10-16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
· 1-10 баллов выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Задания для РГР

Задание №1

Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа, представить его в тригонометрической и показательной формах. Изобразить число на комплексной плоскости

1. $2+5i$;
2. $-2+5i$;
3. $2-5i$;
4. $-2-5i$;

12. $\sqrt{2}+\sqrt{2}i$;
13. $-i\sqrt{3}$;
14. $1-i$;
15. $\sqrt{3}+i$;

23. $1-i$;
24. $-2+2i$
25. $7+3i$;
26. $-1+\sqrt{2}i$;

5. $-\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$;
6. $-2+2\sqrt{3}i$;
7. $-7-i$;
8. $4-3i$;
9. $3-4i$;
10. $3i$;
11. $1+i$;
16. $i\sqrt{3}$;
17. $-\sqrt{3}-i$;
18. $3\sqrt{2}+i2\sqrt{2}$;
19. $-3+3i$;
20. $2-2i$;
21. $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$;
22. $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$;
27. $-1-5i$;
28. $-1-2i$;
29. $1/4+3i$;
30. $-\sqrt{3}+i$;
31. $\frac{2+2i}{1-i}$;
32. $\frac{1-3+i}{\sqrt{3}-1}$.

Задание №2

Вычислить и изобразить результат на комплексной плоскости

1. $\left(\frac{1-2i}{2+i}\right)^6$;
2. $\left(\frac{3i-2}{2+3i}\right)^{10}$;
3. $\left(\frac{\sqrt{2}-i}{\sqrt{3}+i}\right)^{15}$;
4. $\left[\left(\sqrt{3}-i\right)\left(1+i\sqrt{3}\right)\right]^8$;
5. $\left(\frac{-2}{1+i}\right)^{14}$;
6. $\frac{1}{2}(7i-5)^{10}$;
7. $\left(\frac{(3+4i)(1-2i)}{i}\right)^4$;
8. $\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}\right)^3$;
9. $\left(\sin 30^0+i\sin 60^0\right)^3$;
10. $\left(\frac{-2-2i}{1+2i}\right)^{10}$;
11. $(1+i)^8$;
12. $\left[\left(\sqrt{2}+i\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-i\right)\right]^4$;
13. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{20}$;
14. $\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{10}$;
15. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^6$;
16. $\left(\frac{2+i}{2-i}\right)^4$;
17. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^6$;
18. $\left[\left(1+i\sqrt{3}\right)(1-i)\right]^{15}$;
19. $\left(\frac{-2-5i}{1+i}\right)^{20}$;
20. $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^{30}$;
21. $\left(2+i\sqrt{5}\right)^{15}$;
22. $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}\right)^{15}$;
23. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{17}$;
24. $\left(3+i\sqrt{3}\right)^{18}$;
25. $\left(\frac{2\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i}\right)^{12}$;
26. $\left(\frac{3-i}{2+i}\right)^9$;
27. $\left(\frac{2-i}{1+2i}\right)^{40}$;
28. $\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)^4$;
29. $\left(\frac{i+tg\,\frac{\pi}{3}}{i-tg\,\frac{\pi}{3}}\right)^4$;
30. $\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)^{18}$;
31. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5$;
32. $\left(\frac{2+i}{1-2i}\right)^4$.

Задание №3

Найти все значения корня и изобразить их на комплексной плоскости

1. $\sqrt[3]{\dfrac{i}{1-2i}}$;

2. $\sqrt[3]{(1-i)(2+3i)}$;

3. $\sqrt[4]{-1}$;

4. $\sqrt[6]{-8-8i}$;

5. $\sqrt[8]{1}$;

6. $\sqrt[4]{\dfrac{1-i}{1+i}}$;

7. $\sqrt{2+2i}$;

8. $\sqrt[3]{\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}}$;

9. $\sqrt{-8+8\sqrt{3}\,i}$;

10. $\sqrt{1+\left(2-\sqrt{3}\right)i}$;

11. $\sqrt{\dfrac{-4-3i}{1+i}}$;

12. $\sqrt[3]{2-2\sqrt{3}\,i}$;

13. $\sqrt[5]{\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)}$;

14. $\sqrt[4]{3\sqrt{2}+i\,2\sqrt{2}}$;

15. $\sqrt[5]{1+i}$;

16. $\sqrt[3]{\dfrac{3i}{2+2\sqrt{3}\,i}}$;

17. $\sqrt{-\dfrac{5}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}i}$;

18. $\sqrt[4]{(1+i)(1-i)}$;

19. $\sqrt{\dfrac{i-3}{2+i}}$;

20. $\sqrt{-\dfrac{5}{\sqrt{2}}+\dfrac{5}{\sqrt{2}}i}$;

21. $\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{3}i}$;

22. $\sqrt[3]{(1-i)(1+2i)}$;

23. $\sqrt[5]{(1-i)2i}$;

24. $\sqrt[3]{\dfrac{i}{1-2i}}$;

25. $\sqrt[3]{-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i}$;

26. $\sqrt[5]{\dfrac{2}{1-3i}}$;

27. $\sqrt[3]{i\left(\sqrt{3}+i\right)}$;

28. $\sqrt[3]{1+\sqrt{3}i}$;

29. $\sqrt[4]{-2+2i}$;

30. $\sqrt[4]{\sqrt{3}+i}$;

31. $\sqrt[4]{i(3-i)}$;

32. $\sqrt[3]{\dfrac{1+i}{1-i}}$.

Задание №4

Выяснить геометрический смысл соотношений

1. $|z-z_1|=|z-z_2|$;
2. $|z-2|-|z+2|>3$;
3. $|z-2|+|z+2|=5$;
4. $\operatorname{Re} z+\operatorname{Im} z<1$;
5. $\operatorname{Re} z=\operatorname{Im} z$;
6. $0\le\operatorname{Im} z\le 1$;
7. $\left|\dfrac{z-1}{z+1}\right|\le 1$;
8. $1\le|z+2+i|\le 2$;
9. $|z-1|<|z-i|$;
10. $|z|-\operatorname{Re} z\le 0$;
17. $\operatorname{Re}(1+z)=|z|$;
18. $z^2+\overline{z^2}=1$;
19. $\operatorname{Re}\left(z^2+\overline{z}^{\,2}\right)=0$;
20. $|z-2|=|1-2\overline{z}|$;
21. $2z\overline{z}+(2+i)z+(2-i)\overline{z}=2$;
22. $0<\operatorname{Re}(iz)<1$;
23. $\begin{cases}\alpha<\arg(z-z_0)<\beta,\\ -\pi<\alpha<\pi\end{cases}$
24. $|z|=\operatorname{Re} z+1$;
25. $\operatorname{Re} z\ge C,\ C\in R$;
26. $0<\operatorname{Re}(iz)<1$;

11. $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right)=\frac{1}{9}$;

12. $\operatorname{Im}\frac{1}{z}<-\frac{1}{2}$;

13. $4\le|z-1|+|z+1|\le 8$;

14. $\operatorname{Im}\overline{z^2}<1$;

15. $|z|>2+\operatorname{Im}z$;

16. $|z-a|<|1-a\bar{z}|$; $a\ne 0; a\in R$;

27. $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right)=\frac{1}{2}$;

28. $\begin{cases}|z|<\arg z,\\ 0\le\arg z<2\pi\end{cases}$

29. $\begin{cases}|z|<\arg z,\\ 0<\arg z<2\pi\end{cases}$

30. $\begin{cases}\arg\dfrac{z-z_1}{z-z_2}=\alpha,\\ -\pi<\alpha<\pi\end{cases}$

31. $0<\operatorname{Re}\left[i(z+2)\right]<1$;

32. $0<\operatorname{Im}\left[i(z+2)\right]<1$.

Задание №5

Проверить, являются ли аналитическими функции

1. $w=e^z$;
2. $w=\bar{z}$;
3. $w=z\operatorname{Re}z$;
4. $w=\sin z$;
5. $w=\cos z$;
6. $w=z^2$;
7. $w=z$;
8. $w=ze^z+(1+i)z$;
9. $w=\frac{1}{z}$;
10. $w=2\,sh\,z-z^2$;
11. $w=2\cos 2z+z$;
12. $w=2i(\cos z-1)-i\,z^2+2$;
13. $w=\frac{1}{z+1}$;
14. $w=\ln z$;
15. $w=ch\,z$;
16. $w=\bar{z}\operatorname{Im}z$;
17. $w=|z|\cdot\operatorname{Im}z$;
18. $w=z^2\,\bar{z}$;
19. $w=z\,e^z$;
20. $w=|z|\cdot\bar{z}$;
21. $w=e^{z^2}$;
22. $w=|z|\cdot\operatorname{Re}\bar{z}$;
23. $w=\sin 3z-i$;
24. $w=\bar{z}\operatorname{Re}z$;
25. $w=z\,\bar{z}$;
26. $w=z^2+3i\,z$;
27. $w=2\sin z-z$;
28. $w=2i(\cos z-1)$;
29. $w=(\bar{z}+1)(\overline{z^2}-1)$;
30. $w=z^2+2\bar{z}+i$;
31. $sh\,z$;
32. $w=ch\,z$.

Задание №6

Найти аналитическую функцию $w=u+iv$, если известно, что

1. $u = x^3 - 3xy^2;$

17. $v = 2\cos x \cdot ch\, y - x^2 + y^2$
$w(0) = 2,$

2. $u = \dfrac{x}{x^2 + y^2};$

18. $u = 2e^x \cos y,\ \ w(0) = 2;$

3. $u = x^2 - y^2 + 2x;$

19. $v = 3x + 2xy,\ \ w(-i) = 2;$

4. $u = \dfrac{x}{x^2 + y^2} - 2y;$

20. $u = e^x(x\cos y - y\sin y);$

5. $u = 2e^x \sin y;$

21. $v = e^x(y\cos y + x\sin y);$

6. $v = -\dfrac{y}{(x+1)^2 + y^2};$

22. $u = x^2 - y^2 - x;$

7. $v = 2xy + 3x;$

23. $v = x + y;$

8. $v = arctg\,\dfrac{y}{x},\ x > 0;$

24. $u = 2^x \cos(y\ln 2);$

9. $u = \dfrac{x}{x^2 + y^2},\ w(\pi) = \dfrac{1}{\pi};$

25. $v = \sin x \cdot sh\, y;$

10. $v = e^x(y\cos y + x\sin y) + x + y;$

26. $u = e^x \cos y;$

11. $v = arctg\,\dfrac{y}{x},\ x > 0,\ w(1) = 0;$

27. $v = e^x \sin y;$

12. $u = x^2 - y^2 + 2x,\ \ w(i) = 2i - 1;$

28. $u = x^2 - y^2 - x,\ \ w(0) = 1;$

13. $v = 2(ch\,x \cdot \sin y - xy), w(0) = 0;$

29. $v = e^y(y\cos x - x\sin x);$

14. $u = 2\sin x \cdot ch\, y - x,\ w(0) = 0;$

30. $v = -\dfrac{y}{x^2 + y^2}, x \neq 0, y \neq 0;$

15. $v = 2(2sh\,x \cdot \sin y + xy),\ w(0) = 3;$

31. $u = x^2 - y^2 + 2x;$

16. $v = -2\sin 2x \cdot sh\,2y + y,\ w(0) = 2;$

32. $v = 3x + 2xy, w(-1) = 2.$

Задание №7

Найти контурные интегралы

1. $\int\limits_{AB} f(z)dz,$ где $f(z) = (y+1) - xi$

$AB-$ отрезок прямой, соединяющий точки $z_A = 1;\ z_B = -i$.

2. $\int\limits_{AB} f(z)dz,$ где $f(z) = x^2 + iy^2$

$AB-$ отрезок, соединяющий точки $A(1+i), B(2+3i)$.

3. $\int\limits_{L} (1 + i - 2\bar{z})dz,$ по линиям, соединяющим точки $z_1 = 0;\ z_2 = 1 + i$.

а) по прямой; б) по параболе $y = x^2$;

в) по ломаной; z_1, z_2, z_3, где $z_3 = 1$.

4. $\int\limits_L \left(z^2 + z\bar{z}\right)dz$, где $L-$ дуга окружности $\begin{cases} |z| = 1 \\ 0 \le \phi \le \pi. \end{cases}$

5. $\int\limits_L e^{\bar{z}}\, dz$, где $L-$ отрезок прямой $y = -x$, соединяющий точки

$z_1 = 0,\ z_2 = \pi - i\pi$.

6. $\int\limits_L z \operatorname{Im} z^2\, dz$, где $L: |z| = 1;\ -\pi \le \arg z \le 0$.

7. $\int\limits_L e^{|z|^2} \operatorname{Re} z\, dz$, где $L-$ прямая, соединяющая точки

$z_1 = 0,\ z_2 = 1 + i$.

8. $\int\limits_L \ln z\ dz\ z_1 = 2;\ z_2 = 2 + i$ главное значение логарифма), где $L: |z| = 1$

а) начальная точка пути интегрирования $z_0 = 1,$ б) $z_0 = -1$.

Обход против часовой стрелки.

9. $\int\limits_L z \operatorname{Re} z\, dz$, где $L: |z| = 1$. Обход против часовой стрелки.

10. $\int\limits_L z\bar{z}\, dz$, где $L: |z| = 1$. Обход против часовой стрелки.

11. $\int\limits_L z e^z\, dz$ по отрезку AB, соединяющему точки $z_A = 1,\ z_B = i$.

12. $\int\limits_L \operatorname{Re} z\, dz$, где L: $a) z = (2 + i)t,\ 0 \le t \le 1$;

б) ломаная, состоящая из отрезка $[0;2]$ действительной оси и отрезка, соединяющего точки $z_1 = 2;\ z_2 = 2 + i$.

13. $\int\limits_L e^z\, dz$, где L : а) дуга параболы $y = x^2$, соединяющая точки $z_1 = 0;\ z_2 = 1 + i$.

б) отрезок прямой, соединяющий те же точки.

14. $\int\limits_L \cos z\, dz$, где L - отрезок прямой, соединяющий точки $z_1 = \dfrac{\pi}{2};\ z_2 = \pi + i$.

15. $\int\limits_L \dfrac{dz}{\sqrt{z}}$, где L - верхняя половина окружности $|z| = 1$; выбирается та ветвь $\sqrt{z}$, для которой $\sqrt{1} = -1$.

16. $\int\limits_L \dfrac{dz}{\sqrt{z}}$, где $L-$ верхняя половина окружности $|z| = 1$ выбирается та ветвь функции $\sqrt{z}$, для которой $\sqrt{1} = 1$.

17. $\int\limits_L \dfrac{dz}{\sqrt{z}}$, где L: $|z| = 1,\ \operatorname{Re} z \ge 0;\ \sqrt{-i} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$.

18. $\int\limits_L \dfrac{dz}{\sqrt[4]{z^3}}$, где $L-$верхняя половина окружности $|z| = 1$; берется та ветвь функции $\sqrt[4]{z^3}$, для которой $\sqrt[4]{1} = 1$.

19. $\int\limits_{1+i}^{2i} \left(z^3 - z\right)e^{\frac{z^2}{2}}\, dz$; 20. $\int\limits_0^i z \cos z\, dz$;

21. $\int_1^{1+i} z\sin z\,dz$; 22. $\int_0^{i} (z-i)e^{-z}\,dz$;

23. $\int_1^{i} \frac{\ln(z+1)}{z+1}dz$ по дуге окружности $|z|=1$, $\operatorname{Im} z\ge 0,\ \operatorname{Re} z\ge 0$ с учетом условий $\arg z = arctg\, y/x=\phi$.

24. $\int_1^{i} \frac{\ln z}{z}dz$ по отрезку прямой, соединяющей точки $z_1=1,\ z_2=i$.

25. $\int_1^{i} \frac{1+tg\, z}{\cos^2 z}dz$ по прямой, соединяющей точки $z_1=1$ и $z_2=i$.

26. $\int_{-1}^{i} \frac{\cos z}{\sqrt{\sin z}}dz$ по прямой, соединяющей точки $z_1=-1$ и $z_2=i$.

Выбираем ту ветвь функции $w=\sqrt{\sin z}$, для которой

$$\sqrt{\sin(-1)}=i\sqrt{\sin 1}$$

27. $\int_L \operatorname{Re}(\sin z)\cos z\,dz$, где $L:\ |\operatorname{Im} z|\le 1;\ \operatorname{Re} z=\frac{\pi}{4}$;

28. $\int_L z\operatorname{Im}(z^2)dz$ где $L:\ |\operatorname{Im} z|\le 1;\ \operatorname{Re} z=1$;

29. $\int_{-1}^{i} z e^{z^2}\,dz$;

30. $\int_L tg\, z\,dz$, где $L-$дуга параболы $y=x^2$, соединяющей точки $z_1=0$ и $z_2=1+i$.

31. $\int_L \cos z\,dz$, где $L-$отрезок прямой, соединяющей точки $z_1=\frac{\pi}{4}$; $z_2=\pi+i$.

32. $\int_L e^z\,dz$, где $L-$ дуга параболы $y=x^2$, соединяющей точки $z_1=1+i$; $z_2=-1+i$.

Задание №8

Используя основную теорему Коши и интегральную формулу Коши, вычислить интегралы

1. $\oint_\Gamma \frac{z^3}{z-3}dz$, где $\Gamma:\ \begin{matrix} a)|z|=2 \\ б)|z|=4 \end{matrix}$;

2. $\oint_{|z|=2} \frac{\cos z}{z^2+2z-3}dz$;

3. $\oint_\Gamma \frac{\sin z}{z^2+4}dz$, где $\Gamma: x^2+y^2+6y=0$;

4. $\oint_{|z-1|=2} \frac{z-2\sin z}{(z-\pi/2)^3}dz$;

5. $\oint_\Gamma \frac{e^z\,dz}{(z+2)^4}$, где $\Gamma-$ произвольный замкнутый контур, однократно обходящий точку $z=-2$ в положительном направлении;

6. $\oint_\Gamma \frac{2z-1-i}{(z-1)(z-i)}dz$, где $\Gamma: |z|=2$;

7. $\oint_\Gamma \frac{dz}{z^2+9}$, если а) точка $3i$ лежит внутри Γ, $(-3i)-$ вне его;

б) точка $(-3i)$ – внутри Γ; $3i$ – вне его;

в) $\pm 3i$ внутри Γ; г) $\pm 3i$ – вне Γ.

8. $\oint\limits_{|z|=3} \frac{dz}{z^3+4z}$;

9. $\oint\limits_{|z|=2} \frac{(z+1)dz}{z(z-1)^2(z-3)}$;

10. $\oint\limits_{|z|=2} \frac{e^z dz}{(z+i)^3}$;

11. $\oint\limits_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{e^{\frac{1}{2}}dz}{z^2+2}$;

12. $\oint\limits_{|z|=1} \frac{e^z \cos \pi z}{z^2+2z} dz$;

13. $\oint\limits_{|z-2|=2} \frac{ch\, z}{z^4-1} dz$;

14. $\oint\limits_{|z-1-i|=1} \frac{\sin \pi(z-1)}{z^2-2z+2} dz$;

15. $\oint\limits_{|z|=1} \frac{tg\, z}{z\, e^{1/z+2}} dz$;

16. $\oint\limits_{|z|=3} \frac{\cos(z+\pi i)}{z(e^z+2)} dz$;

17. $\oint\limits_{|z|=5} \frac{dz}{z^2+16}$;

18. $\oint\limits_{|z|=4} \frac{dz}{(z^2+9)(z+9)}$;

19. $\oint\limits_{\Gamma} \frac{sh(z+1)}{z^2+1} dz$,

где $\Gamma: x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$;

20. $\oint\limits_{|z|=2} \frac{\sin z \cdot \sin(z-1)}{z^2-z} dz$;

21. $\oint\limits_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3} dz$;

22. $\oint\limits_{|z|=1} \frac{sh^2 z}{z^3} dz$;

23. $\oint\limits_{|z-1|=1} \frac{\sin \frac{\pi}{4} z}{(z-1)^2(z-3)} dz$;

24. $\oint\limits_{|z|=2} \frac{z\, sh\, z}{(z^2-1)^2} dz$;

25. $\oint\limits_{|z-3|=6} \frac{z\, dz}{(z-2)^3(z+4)}$;

26. $\oint\limits_{|z-2|=3} \frac{ch\, e^{i\pi z}}{z^3-4z^2} dz$;

27. $\oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{1}{z^3} \cos \frac{\pi}{z+1} dz$;

28. $\oint\limits_{|z-2|=1} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{(z^2+4)^2} dz$;

29. $\oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{1-\sin z}{z^2} dz$;

30. $\oint\limits_{\Gamma} \frac{\cos z}{z(z-2)}\ dz$; а) $|z|=1$;

б) $|z-2|=1$; в) $|z-2i|=1$;

31. $\oint\limits_{|z|=2} \frac{(z+1)dz}{(z-1)^2(z-3)}$;

32. $\oint\limits_{|z|=1} \frac{e^z\, dz}{z^2+4}$.

Задание № 9

Выяснить характер особых точек функций

1. $\dfrac{1}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$;

2. $\dfrac{\sin z}{z^2}$;

3. $\sin\dfrac{1}{z^2}$;

4. $z^2 e^{\frac{1}{z}}$;

5. $\dfrac{1}{z^2+5z+4}$;

6. $\dfrac{\cos z}{\left(z+\dfrac{\pi}{2}\right)\left(z^2+1\right)^2}$;

7. $tg^2 2z$;

8. $\dfrac{1}{\cos z-\dfrac{1}{2}}$;

9. $z^2\sin\dfrac{1}{z}$;

10. $(z-1)\cos\dfrac{1}{(z-1)^2}$;

11. $\dfrac{1}{1-\cos z}$;

12. $\dfrac{1+\cos z}{z^2}$;

13. $\dfrac{e^z-1}{z}$;

14. $\dfrac{\cos 2z}{(z-\pi)\left(z-\dfrac{\pi}{6}\right)^2}$;

15. $\dfrac{1+\cos z}{z-\pi}$;

16. $\dfrac{z^2-3z+2}{z^2-2z+1}$;

17. $\dfrac{sh\,z}{z}$;

18. $\cos\dfrac{1}{z+\pi}$;

19. $\dfrac{z^2-1}{z^6+2z^5+z^4}$;

20. $\dfrac{e^{z+e}}{z+e}$;

21. $\cos\dfrac{1}{z}+\sin\dfrac{2-\pi z}{2z}$;

22. $z\,sh\dfrac{1}{z}$;

23. $\dfrac{e^z}{(z+1)^3(z-2)}$;

24. $\dfrac{\sin z^2}{z^3-\dfrac{\pi}{4}z^2}$;

25. $\dfrac{1-\cos z}{z^2(z-3)}$;

26. $\dfrac{\cos z}{z^3-\dfrac{\pi}{2}z^2}$;

27. $e^{z+\frac{1}{z^2}}$;

28. $\dfrac{z-\sin z}{z^6}$;

29. $\dfrac{sh\,z}{z-sh\,z}$;

30. $\dfrac{z\cdot e^{\frac{1}{z}}}{\sin\frac{z}{2}}$;

31. $\dfrac{e^z-1}{z^2}$;

32. $z e^{\frac{1}{z}}$.

Задание № 10

Вычислить вычеты функции относительно ее особых точек

1. $\dfrac{1}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$;

2. $\dfrac{z}{\sin z}$;

17. $\dfrac{e^z}{z^3(z-1)}$;

18. $\dfrac{z}{(z+1)^3(z-2)^2}$;

3. $z^2 e^{\frac{1}{z}}$;

4. $\dfrac{1}{\sin z + \dfrac{1}{z}}$;

5. $\dfrac{2z-5}{z^2-2z+1}$;

6. $\dfrac{\cos 2z}{(z-\pi)\left(z-\dfrac{\pi}{6}\right)^2}$;

7. $z\, e^{\frac{1}{z-1}}$;

8. $\sin\dfrac{1}{z^2}$;

9. $\dfrac{\sin z^2}{z^3-\dfrac{\pi}{4}z^2}$;

10. $\dfrac{e^z}{(z+1)^3(z-2)}$;

11. $\dfrac{1}{z^4+1}$;

12. $z^3 e^{\frac{1}{z}}$;

13. $\dfrac{tg\, z}{z^2-\dfrac{\pi}{4}z}$;

14. $z^5 \sin\dfrac{1}{z^2}$;

15. $\dfrac{ch\, z}{(z^2+1)(z-3)}$;

16. $\dfrac{e^{-\frac{1}{z^2}}}{1+z^4}$;

19. $z^2 \sin\dfrac{1}{z^2}$;

20. $\cos\dfrac{1}{z}+z^3$;

21. $\dfrac{\sin 2z}{(z+i)\left(z-\dfrac{i}{2}\right)^2}$;

22. $\dfrac{1-\cos z}{z^3(z-3)}$;

23. $e^{z^2+\frac{1}{z^2}}$;

24. $\dfrac{e^{iz}}{(z^2-1)(z+3)}$;

25. $\dfrac{\cos z}{z^3-\dfrac{\pi}{2}z^2}$;

26. $\dfrac{e^{\pi z}}{z-i}$;

27. $\dfrac{z^{2n}}{(z-1)^n}$;

28. $ctg^2 z$;

29. $\dfrac{e^z-1}{z}$;

30. $\dfrac{1-e^{-z}}{z}$;

31. $\dfrac{e^z}{z(z-1)}$;

32. $\dfrac{e^z}{1+z^2}$.

Задание № 11

Вычислить с помощью вычетов следующие интегралы

1. $\displaystyle\int\limits_{|z+2i|=3} \frac{dz}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$;

2. $\displaystyle\int\limits_{|z|=4} \frac{z}{\sin z}\,dz$;

3. $\displaystyle\int\limits_{|z+2|=1} \frac{tg\, z}{z+2}\,dz$;

17. $\displaystyle\int\limits_{|z-i|=3} \frac{e^{z^2}-1}{z^3-iz^2}\,dz$;

18. $\displaystyle\int\limits_{|z|=\frac{1}{2}} z^2 \sin\frac{1}{z}\,dz$;

19. $\displaystyle\int\limits_{|z-2|=1} (z-2)^2 \sin\frac{1}{z-2}\,dz$;

4. $\int\limits_{|z|=1} z^2 e^{\frac{1}{z}} dz;$

20. $\int\limits_{|z|=\sqrt{3}} \frac{\sin \pi z}{z^2 - z} dz;$

5. $\int\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{e^z}{(z+1)^2 z} dz;$

21. $\int\limits_{|z+1|=4} \frac{z\,dz}{e^z + 3};$

6. $\int\limits_{\alpha} \frac{z}{z^4+1} dz;$
$\alpha : \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1;$

22. $\int\limits_{|z|=1} \frac{z^2}{\sin^2 z \cdot \cos z} dz;$

7. $\int\limits_{\alpha} \frac{dz}{sh\, 2z}; \alpha : \left| z - \frac{\pi i}{2} \right| = 1;$

23. $\int\limits_{|z-i|=1} \frac{e^z}{z^4 + 2z^2 + 1} dz;$

8. $\int\limits_{|z+1|=\frac{3}{2}} \frac{ch\, 2z}{z^2 (z+2)(z-1)} dz;$

24. $\int\limits_{|z|=4} \frac{e^{iz}}{(z-\pi)^3} dz;$

9. $\int\limits_{|z|=2} e^{\frac{1}{z+1}} dz;$

25. $\int\limits_{\Gamma} \frac{\cos z}{z^2 - 4} dz,\ где\ \Gamma : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1;$

10. $\int\limits_{|z-1|=1} (z-1)^2 \sin \frac{1}{z-1} dz;$

26. $\int\limits_{\Gamma} \frac{e^{2z}}{z^3 - 1} dz,\ где\ \Gamma : x^2 + y^2 - 2x = 0;$

11. $\int\limits_{|z|=4} \frac{e^z - 1}{z^2 + z} dz;$

27. $\int\limits_{\Gamma} \frac{\sin \pi z}{(z-1)^3 (z+1)^3} dz,\ где\ \Gamma : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1;$

12. $\int\limits_{|z|=2} tg\, z\, dz;$

28. $\int\limits_{\Gamma} \frac{z+1}{z^2 + 2z - 3} dz,\ где\ \Gamma : x^2 + y^2 = 16;$

13. $\int\limits_{|z-i|=\frac{3}{2}} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z^2+1} dz;$

29. $\int\limits_{\Gamma} \frac{z \sin z}{(z-1)^5} dz,\ где\ \Gamma : \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{9} = 1;$

14. $\int\limits_{|z|=1} z\, tg\, \pi z\, dz;$

30. $\int\limits_{\Gamma} \frac{d\,z}{z^4+1},\ где\ \Gamma : x^2 + y^2 = 2x;$

15. $\int\limits_{\alpha} \frac{z\,dz}{(z-1)^2 (z+2)};$
$\alpha : x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{2}{3}};$

31. $\int\limits_{|z-1|=1} (z-1)^2 \sin \frac{1}{z-1} dz;$

16. $\int\limits_{|z|=2} \frac{e^z\, dz}{z^3 (z+1)};$

32. $\int\limits_{|z|=1} tg\, z\, dz.$

Задание № 12

Вычислить несобственные интегралы

1. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2};$

2. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx;$

3. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^3};$

17. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4}{1+x^6} dx;$

18. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx;$

19. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4 dx}{(a+bx^2)^4}; a, b > 0;$

4. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^6+1};$

5. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x^2}{\left(x^2+a^2\right)^2}\,dx;\ a>0;$

6. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(x^2+4\right)^2};$

7. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4+1}{x^6+1}\,dx;$

8. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(x^2+4x+13\right)^2};$

9. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(x^2+a^2\right)\left(x^2+b^2\right)};\ a,b>0;$

10. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\cos x}{x^2-2x+10}\,dx;$

11. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x}{x^2-2x+10}\,dx;$

12. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\ \sin x}{x^2-2x+10}\,dx;$

13. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos ax}{x^2+b^2}dx;\ a,b>0;$

14. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\sin ax}{x^2+b^2}dx;\ \ a,b>0;$

15. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(1+x^2\right)^n};\ n\in N;$

16. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(x^2+1\right)\left(x^2+4\right)};$

20. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\left(x^4+1\right)dx}{x^6+1};$

21. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(x^2+2x+2\right)^2};$

22. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(x^2+4x+20\right)^2};$

23. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos x\,dx}{\left(x^2+1\right)\left(x^2+4\right)};$

24. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos 2x}{1+x^4}\,dx;$

25. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos 4x}{4+x^2}\,dx;$

26. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{\left(x^2+1\right)\left(x^2+9\right)}\,dx;$

27. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x^2\cos x}{\left(x^2+1\right)^2}\,dx;$

28. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2+9}\,dx;$

29. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos 4x}{x^2+4}\,dx;$

30. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2+1}dx;$

31. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\cos x}{x^2+x+1}\,dx;$

32. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\sin x}{x^2+1}\,dx.$

Приложение № 1

Рейтинг – план дисциплины

Комплексный анализ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 2, семестр 4_

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1 Комплексные числа. Функции комплексного переменного и отображения множеств. Элементарные функции: целая линейная и дробно-линейная функция. Последовательности и ряды аналитических функций.				
Текущий контроль			**0**	**11**
1. Аудиторная работа			0	3
2. Тестовый контроль			0	3
3. Выполнение домашней работы			0	5
Рубежный контроль				**12**
1. Письменная контрольная работа				6
2. Работа в системе WebWork				6
Модуль 2 Интеграл по функции комплексного переменного. Интеграл Коши: интегральная формула Коши				
Текущий контроль				**14**
1. Аудиторная работа			0	9
2. Выполнение домашней работы			0	5
Рубежный контроль			**0**	**10**
1. Письменная контрольная работа			0	10
Модуль 3 Теорема единственности и принцип максимума модуля. Ряд Лорана. Вычеты, принцип аргумента. Отображения посредством аналитических функций. Аналитическое продолжение				
Текущий контроль			**0**	**10**
1. Аудиторная работа			0	5
3.Выполнение домашней работы			0	5
Рубежный контроль			**0**	**13**
1. Письменная контрольная работа			0	5
2. РГР				8
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада				**5**
2. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)				**5**
4 …				
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			**0**	**–6**
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			**0**	**–10**
Итоговый контроль				
1. Экзамен				30
ИТОГО			**45**	**100**

Устанавливается следующая градация перевода оценки из многобалльной в четырехбалльную:

<u>Экзамены</u>:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

В случае, если формой итогового контроля по одной дисциплине в одном семестре являются одновременно зачет (по практической части курса) и экзамен (по теоретической части курса), то основной формой отчетности с максимальной суммой 30 баллов является экзамен, а зачет является только условием допуска к экзамену. При этом для получения зачета студент может набрать 100 баллов (поощрительные 10 баллов не предусматриваются), а зачет автоматически проставляется при условии получения им не менее 60 баллов по формам рубежного контроля (текущий и итоговый контроль, а также учет посещаемости не предусматривается).

В случае, если студент сдает какое-либо из контрольных мероприятий позже установленного срока, преподаватель может снизить максимально возможное количество баллов за данный вид контроля на 5% за каждую неделю просрочки.

Посещение лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий оценивается в суммах до 6 и 10 баллов соответственно, однако эти баллы являются штрафными и вычитаются преподавателем из набранных студентами баллов в ходе текущего и рубежного контроля по следующей схеме:

- за пропуски лекционных занятий

за 25 % пропусков вычитается 1 балл
за 50 % пропусков вычитается 4 балла
за 75 % пропусков вычитается 6 баллов
за 100 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний

- за пропуски практических (семинарских, лабораторных) занятий

за 20 % пропусков вычитается 2 балла
за 40 % пропусков вычитается 5 баллов
за 50 % пропусков вычитается 7 баллов
за 75 % пропусков вычитается 10 баллов
более 75 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний.

Студент, набравший по итогам текущего и рубежного контроля менее 35 возможных баллов или пропустивший более 75 % практических (семинарских, лабораторных) занятий, до экзамена по данной дисциплине не допускается. В этом случае он изучает не освоенные им темы, выполняет соответствующие задания на платной основе в сроки, установленные деканатом для ликвидации задолженностей. Баллы, полученные таким образом, прибавляются к количеству баллов, набранных студентом в семестре.

Приложение 2

Экзаменационные билеты

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 1

1. Множества точек комплексной плоскости (окрестности, открытые и замкнутые множества в С). Линейная связность. Компактные множества

2. Интеграл по кривой (определение и простейшие свойства). Примеры.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 2

1. Функция e^z, логарифмическая функция.

2. Приложение вычетов к вычислению интегралов.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 3

1. Функции комплексного переменного. Предел функции комплексного переменного. Свойства предела. Непрерывность. Однолистность.

2. Интеграл типа Коши.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 4

1. Сфера Римана. Стереографическая проекция. Расширенная комплексная плоскость.

2. Теорема Руше и основная теорема алгебры.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет

Кафедра математического анализа

«Комплексный анализ»

2016-2017учебный год

Экзаменационный билет № 5

1. Дифференцируемость и условия Коши - Римана.

2. Связь между главной частью ряда Лорана и характером особенности.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет

Кафедра математического анализа

«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет №6

1. Определение аналитической функции. Основные свойства.

2. Лемма Жордана

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 7

1. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Конформные отображения.

2. Приложение вычетов к вычислению интегралов.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 8

1. Элементарные функции (степенная, $\sqrt[n]{z}$) .

2. Определение вычета. Способы вычисления вычета.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 9

1. Элементарные функции (e^z , cos z ,sin z) .

2. Теорема Сохоцкого. Теорема Пикара (формулировка).

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 10

1. Понятие Римановой поверхности функции .

2. Изолированные особые точки однозначного характера . Определения и примеры.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 11

1. Функции комплексного переменного. Предел функции комплексного переменного. Свойства предела. Непрерывность. Однолистность.

2. Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 12

1. Сфера Римана. Стереографическая проекция. Расширенная комплексная плоскость.

2. Теоремы единственности.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 13

1. Дифференцируемость (определение, свойства). Дифференцируемость сложной функции (самостоятельно) ..

2. Неравенства Коши.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 14

1. Последовательности и ряды.

2. Неравенство Коши.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 15

1. Функции z^n и $\sqrt[n]{z}$.

2. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»
2016-2017учебный год

Экзаменационный билет № 16

1. Комплексные числа и операции над ними. Комплексная плоскость.

2. Принцип максимума модуля.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»
2016-2017учебный год

Экзаменационный билет № 17

1. Дробно - линейная функция. Круговое свойство дробно - линейных отображений.

2. Интегральная формула Коши.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 18

1. Симметрия относительно окружности и прямой. Сохранение симметрии при дробно - линейном отображении.

2. Интегралы типа Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 19

1. Дробно - линейное отображение, переводящее три заданные точки в три заданные.

2. Теорема Коши (случай треугольного контура).

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 20

1. Симметрия относительно окружности и прямой. Сохранение симметрии при дробно - линейном отображении.

2. Теорема Морера. Первообразная.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 21

1. Элементарные функции (степенная, $\sqrt[n]{z}$) .

2. Круг сходимости ряда Тейлора. Лемма Абеля

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 22

1. Дифференцируемость и условия Коши - Римана.

2. Круг сходимости ряда Тейлора. Лемма Абеля

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 23

1. Дифференцируемость и условия Коши - Римана

2. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.

Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..

Башкирский государственный университет
Кафедра математического анализа
«Комплексный анализ»

Экзаменационный билет № 24

1. Комплексные числа и операции над ними. Комплексная плоскость.

2. Теорема Руше и основная теорема алгебры.

Заведующийкафедрой,
д.ф.-м.н., профессор Ишкин Х.К..