

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 6 от 26.01.2021 г.

Зав. кафедрой

 / Ишкин Х.К.

Согласовано:  
Председатель УМК  
факультета математики и  
информационных технологий

 / Ефимов А.М.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (РПД)

дисциплина Математические вопросы квантовой механики

### Обязательная часть

Направление подготовки (специальность)


01.04.01 «Математика»

Направленность (профиль) подготовки

«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Квалификация

Магистр

Разработчик (составитель)	
зав. кафедрой, д.ф.-м.н., доцент	/ Ишкин Х.К.
должность, уч. степень, уч. звание	(подпись, ФИО)

Для приема 2021

Уфа — 2021

# Содержание

<b>1</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Фонд оценочных средств</b>	<b>5</b>
4.1	Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине . . . . .	5
4.2	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине . . . . .	8
	1. Экзамен . . . . .	8
	2. Контрольные работы . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)</b>	<b>11</b>
5.1	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины . . . . .	11
5.2	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины . . . . .	13
	А. Ресурсы «Интернет» . . . . .	13
	В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины	13
<b>6</b>	<b>Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине</b>	<b>14</b>
	<b>Приложение № 1: Содержание рабочей программы</b>	<b>16</b>

# 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
1	2	3	4
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем математики.	Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания
		ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания
		ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики	Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности

## 2 Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математические вопросы квантовой механики» относится к обязательной части, изучается на II курсе, в IV семестре.

Целями освоения дисциплины «Математические вопросы квантовой механики»

является овладение современным аппаратом теоретических знаний по спектральной теории несамосопряженных операторов для дальнейшего использования их в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, алгебра, геометрия.

Знания по спектральной теории несамосопряженных операторов является важной составляющей общей математической культуры выпускника. Эти знания необходимы для освоения дисциплин: «дополнительные главы математической физики», «математические вопросы квантовой механики» и др., а также для написания магистерской диссертации.

### **3 Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы — в Приложении № 1.

## 4 Фонд оценочных средств

### 4.1 Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции

ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения
		Неудовлетворительно   Удовлетворительно   Хорошо   Отлично

<p>ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем математики.</p>	<p>Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p>	<p>Фрагментарные представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p>	<p>Неполные представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p>	<p>Сформированные систематические представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p>
---	--	---	--	---	--

<p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p>Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания</p>	<p>Фрагментарные представления о доказательствах утверждений, методах решения задач преподаваемой дисциплины, применении полученных навыков в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое использование основных утверждений и методов преподаваемой дисциплины</p>	<p>В целом успешное, но содержащие отдельные пробелы, использование основных утверждений и методов математического анализа</p>	<p>Сформированное умение использовать основные утверждения и методы преподаваемой дисциплины</p>
<p>ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики.</p>	<p>Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>Фрагментарное использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы, использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>Успешное и систематическое использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p>

## 4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем математики.	Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, приложения к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания	Контрольная работа № 1
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Умеет доказывать утверждения и решать задачи математического анализа, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания	Контрольная работа № 2
ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики.	Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области математического анализа в будущей профессиональной деятельности	Контрольная работа № 3

### 1. Экзамен

Структура экзаменационного билета: билет состоит из 1 вопроса.

#### А. Вопросы к экзаменам

1. Свободный гамильтониан. Спектральные проекторы. Свободный пропагатор.
2. Теорема Като–Реллиха. Оператор Шредингера.
3. КЛМН-теорема.
4. Принцип неопределенности.
5. Гамильтонианы атомов. Двухчастичный гамильтониан (водородоподобный атом).



6. Положительная квадратичная форма и ассоциированный с ней оператор.
7. Гармонический осциллятор.
8. Ангармонический осциллятор.
9. Расширение по Фридрихсу. Операторы Шредингера с магнитным потенциалом.
10. Гамильтониан Дирака.
11. Лапласиан в ограниченной области.
12. Лапласиан в круге и в квадрате.
13. Спектр гамильтонианов. Существенный спектр. Абсолютно непрерывный спектр.

## Б. Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА  
Экзаменационный билет № 1  
по курсу «Математические вопросы квантовой механики»

1. Теорема Като–Реллиха.

Зав. кафедрой Ишкин Х.К. / \_\_\_\_\_ /

## В. Критерии оценки

- 5 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все вопросы билета, продемонстрировал знание терминологии, определений, основных утверждений, умение применять теоретические знания. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.
- 4 балла выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допустил неточности в определении основных понятий, при ответе на дополнительные вопросы.
- 3 балла выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.
- 2 балла выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при решении задач. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

## 2. Контрольные работы

Для рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов предусмотрено проведение 2 контрольных работ, которые охватывают весь пройденный материал на лекциях и семинарских занятиях.

### А. Примерные варианты контрольных работ

#### 1. Контрольная работа №1

- (а) Доказать, что оператор  $id/dx$  на  $C_0^\infty(0, \infty)$  имеет индексы дефекта  $n_+ = 0, n_- = 1$ . Доказать, что оператор  $id/dx$  на  $C_0^\infty(-\infty, 0)$  имеет индексы дефекта  $n_+ = 1, n_- = 0$ .
- (б) Доказать, что  $A = -d^2/dx^2 + V$  как форма ограничен снизу на  $C_0^\infty(0, \infty)$ , если  $V(x) \geq -1/4x^2$ , и не ограничен снизу, если  $V(x) \leq c/x^2$ , где  $c < -1/4$ .

## 2. Контрольная работа №2

Пусть  $T'_0 = -d^2/dx^2$  — оператор в  $L^2(0, \pi)$  с областью определения  $C_0^\infty(0, \pi)$ .

- (а) Найти замыкание  $T_0$  оператора  $T'_0$ ;
- (б) Описать все самосопряженные расширения  $T_0$ ;
- (с) Найти резольвенту и спектр одного из таких расширений  $T = -d^2/dx^2$ ,  $D(T) = \{y \in W_2^2(0, \pi) : y(0) = y(\pi) = 0\}$ .

## Б. Критерий оценивания

- 5 баллов, если все задачи решены полностью, в логических рассуждениях и обосновании решений нет пробелов и ошибок,
- 4 балла, если задачи решены, но в обосновании шагов решений имеются пробелы, есть недочеты в выкладках, рисунках, чертежах или графиках,
- 3 балла, если приведены обязательные для решений задач формулы, но допущены ошибки в их применении,
- 2 балла, если приведены некоторые формулы, которые могут (или не могут) быть использованы при решении задач, допущены существенные ошибки, показывающие отсутствие обязательных умений и навыков по данной теме.

## 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### 5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература

- [1] Като, Т. Теория возмущений линейных операторов / Т. Като ; под ред. В.П. Маслова ; пер. с англ. А. Воропаевой, А.М. Стёпина, И.А. Шишмарёва. - Москва : Мир, 1972. - 739 с. ; То же [Электронный ресурс]. - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456620>
- [2] Наймарк, М.А. Линейные дифференциальные операторы / М.А. Наймарк ; ред. В.Э. Лянце, И.М. Овчинниковой. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Москва : Наука, 1969. - 527 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456626>

## Дополнительная литература

- [1d] Ахиезер, Н.И. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве / Н.И. Ахиезер, И.М. Глазман ; ред. Рофе-Бекетов. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Москва : Наука, 1966. - 544 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456612>
- [1] Марченко, В.А. Спектральная теория операторов Штурма-Лиувилля и их приложения / В.А. Марченко ; Академия наук Украинской ССР, Физико-технический институт низких температур. - Киев : Наукова думка, 1977. - 330 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456625>

## 5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

### А. Ресурсы «Интернет»

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://elib.bashedu.ru/">https://elib.bashedu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>

### В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

## 6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
1	2	3	4
Аудитория 501	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитория 503	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая	

1	2	3	4
Аудитории 517	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитории 531	Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
читальный зал №2 (физико-математический корпус)	Самостоятельная работа, выполнение курсовой работы	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Математические вопросы квантовой механики на IV семестр

очная

*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4 /144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	37.2
лекций	12
практических / семинарских	0
лабораторных	24
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	72
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34.8

Форма(ы) контроля:  
экзамен IV семестр



№№	Тема и содержание	Форма изучения материалов				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания для самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ПЗ/СемПР	СР				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Свободный гамильтониан. Спектральные проекторы. Свободный пропагатор.	2	0	4	12	[1, 1, 1d]	[1d]: Гл. 3, №1, 2, 6, 15-19	к/р, экз
2	Теорема Като–Реллиха. Операторы Шредингера.	2	0	4	12	[1, 1, 2]	[1d]: Гл. 2, №15-22 [1]; §1.6, №1-6	То же
3	Гамильтонианы атомов. Двухчастичный гамильтониан (водородоподобный атом).	2	0	4	12	[1, 1, 2]	[1d]: Гл. 2, №24-27 [1]; §1.9, №1-5	То же
4	Гармонический осциллятор. Ангармонический осциллятор.	2	0	4	12	[1, 1, 1d]	[1d]: Гл. 6, №6-10 [1]; §7.2, №1, 2	То же

1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	Расширение по Фридрихсу. Операторы Шредингера с магнитным потенциалом.	2	0	4	12	[1, 1, 1d]	[1d]: Гл. 8, №2-5 [1]: §7.6, №1,2	То же
6	Спектр гамильтонианов. Существенный спектр. Абсолютно непрерывный спектр.	2	0	4	12	[1, 1d, 2]	[1]: Гл. 10, №1 [1]: §7.5, №1,2	То же
	Всего часов	12	0	24	72			