

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:

на заседании кафедры  
математического анализа  
протокол № 9 от 17 апреля 2020 г.

Зав. кафедрой



/ Х.К. Ишкин

Согласовано:

Председатель УМК факультета математики и  
информационных технологий

 / Ефимов А.М.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Методы комплексного анализа в задачах математической физики

(наименование дисциплины)

Часть, формируемая участниками образовательных отношений

(указать часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений,  
факультатив))

**программа магистратуры**

Направление подготовки

01.04.01 Математика

(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация магистр

(указывается квалификация)

Разработчик (составитель)

доцент, к.ф.-м.н.

(должность, ученая степень, ученое звание)



/Башмаков Р.А.

(подпись, Фамилия И.О.)

Для приема: 2020 года

Уфа 2020 г



## **Список документов и материалов**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
  - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

<b>Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)</b>	<b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>
Тип задач профессиональной деятельности: научно-исследовательский	ПК-1. Способен продемонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.	ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	<i>Знать ...</i> Основы комплексного анализа, важные в приложениях
		ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий.	<i>Уметь</i> находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий.
		ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий.	<i>Владеть</i> опытом научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий.

<b>Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)</b>	<b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>
---	---	---	--

Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ПК-2. Способность проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.	ПК-2.1. Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.	<i>Знать ...</i> современные методы сбора и анализа исследуемого материала
		ПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой.	<i>Уметь</i> решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
		ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной	<i>Владеть</i> практическим опытом выступлений

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Целями освоения дисциплины (модуля) «Методы комплексного анализа в задачах математической физики» являются::

-формирование у будущих специалистов по анализу представлений о приложениях комплексного анализа, теории конформных отображений, интегральных преобразований к практическим задачам математической физики;

--формирование практических навыков решения задач математической физике

Дисциплина «Методы комплексного анализа в задачах математической физики» входит в Часть, формируемую участниками образовательных отношений Б1.В.ДВ.02.02. Преподается в 4 семестре

Дисциплина тесно связана с такими дисциплинами как Функциональный анализ, комплексный анализ, Уравнения в частных производных, Математический анализ.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, алгебра, аналитическая геометрия.

## 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

**4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.**

Код и формулировка компетенции

ПК-1. Способен продемонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.

ПК-2. Способность проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными	<i>Знать ...</i> Основы выпуклого анализа . <i>Уметь</i> Решать задачи выпуклого	Отсутствие знаний	Частичные знания содержания материала по предмету, основных	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания	Полные и четкие знания содержания материала по предмету,

в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	анализа		методов решения задач, основных теорем	содержания материала по комплексному анализу, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины	основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины
ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий.	<i>Уметь</i> использовать методы выпуклого анализа в профессиональной деятельности	Отсутствие умений	Фрагментарные умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	Сформированное умение решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету
ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий.	<i>Владеть</i> Навыками решения математических и физических задач с использованием выпуклого анализа	Отсутствие владений	В целом успешные, но не систематические владения способностью поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения способностью поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	Успешные владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ПК-2.1. Владеет современным и методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации . Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.	<i>Знать ...</i> Основы выпуклого анализа . <i>Уметь</i> Решать задачи выпуклого анализа	Отсутствие знаний	Частичные знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания содержания материала по комплексному анализу, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины	Полные и четкие знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины
ПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой.	<i>Уметь</i> использовать методы выпуклого анализа в профессиональной деятельности	Отсутствие умений	Фрагментарные умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	Сформированное умение решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету

ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессионал ьной	<i>Владеть</i> Навыками решения математических и физических задач с использованием выпуклого анализа	Отсутств ие владений	В целом успешные, но не систематиче ские владения способность у корректно поставить задачу, классически ми современны ми методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения способность у корректно поставить задачу, классически ми современны ми методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	Успешные владения способность у корректно поставить задачу, классически ми современны ми методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета
---	--	----------------------------	--	--	--

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)		
Первый этап (уровень)	<b>Знать:</b> Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	ПК-1. Способен продемонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.	РГР, экзамен
Второй этап (уровень)	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-	1. Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее	РГР, экзамен

	исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий.	решения	
Третий этап (уровень)	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий.	ПК-1 - Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	РГР, экзамен
Первый этап (уровень)	<b>Знать:</b> ПК-2.1. Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.	ПК-2 - Способен проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	РГР, экзамен
Второй этап (уровень)	<b>Уметь:</b> ПК-2.1. Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.	1. Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения	РГР, экзамен
Третий этап (уровень)	ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности.		РГР, экзамен

Зачет является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: билет состоит из 2 вопросов, по 1 из каждой части, на которые условно делится прочитанный в течение семестра лекционный курс.

### **Вопросы для подготовки к зачету**

1. Функции комплексного переменного
2. Дифференцируемость и аналитичность
3. Элементарные функции
4. Течение флюида от скважины в пористой среде.
5. Функция Жуковского.
6. Показательная функция и логарифм.
7. Приложения функции Жуковского для изучения поля давления вокруг гидроразрывной трещины.
8. Тригонометрические и гиперболические функции. Общастепенная функция.
9. Интегрирование функций комплексного переменного
10. Формула Коши и теорема о среднем
11. Представление аналитических функций рядами
12. Понятие конформного отображения. Основная задача
13. Соответствие границ
14. Простейшие конформные отображения
15. Дробно-линейные отображения . Отображения круговых луночек
16. Приложения конформных отображений к решению задач математической физики
17. Принцип симметрии и отображение многоугольников
18. Краевые задачи теории функций и их приложения
19. Гармонические функции
20. Свойства гармонических функций
21. Задача Дирихле
22. Метод сеток
23. Физические представления. Постановка краевых задач
24. Плоское поле и комплексный потенциал Физические представления Краевые задачи. Приложения.
25. Плоская задача теории упругости.
26. Краевые задачи теории упругости .
27. Интеграл типа Коши и краевые задачи
28. Интеграл типа Коши. Формулы Сохоцкого
29. Формула Келдыша - Седова . Другие краевые задачи .
30. Приложения. Расчет длины трещины гидроразрыва пласта.
31. Уравнения с частными производными.
32. Задачи гидродинамики и газовой динамики. Задачи теории упругости.
33. Приложения теории вычетов
34. Вычисление интегралов
35. Операционный метод и его приложения
36. Преобразование Лапласа. Свойство преобразования. Лапласа
37. Теоремы умножения . Теоремы разложения .

- 38. Приложения
- 39. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы
- 40. Уравнения с частными производными .
- 41. Специальные функции
- 42. Цилиндрические функции. Приложения

## Варианты заданий для контрольной работы

### Контрольная работа

Задача 1: Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру

$$\oint_{|z|=1} \frac{z^2}{z-2i} dz$$

Ответы: 1).  $4\pi i$       2).  $1-2i$  3). 0      4).  $2i+1$       5).  $-8\pi i$

Задача 2 Разложить функцию  $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$  в ряд Тейлора в окрестности нуля.

Ответы: 1).  
 2).  $1 - z + z^2 - z^3 + \dots + (-1)^n z^n + \dots$   
 3).  $1 + z^2 + z^4 + z^6 + \dots + z^{2n} + \dots$   
 4).  $1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^n + \dots$   
 5). нет правильного ответа

Задача 3 Разложить в ряд Лорана в окрестности т.  $z=0$  функцию  $f(z) = \frac{e^z - 1}{z}$

Ответы: 1).  $1 + \frac{z}{2!} + \frac{z^2}{3!} + \frac{z^3}{4!} + \frac{z^4}{5!} + \dots$       2). не разлагается  
 3).  $1 - \frac{z}{2!} + \frac{z^2}{3!} - \frac{z^3}{4!} + \frac{z^4}{5!} + \dots$       4).  $\frac{1}{2!} - \frac{z^2}{3!} + \frac{z^4}{6!} - \frac{z^6}{8!} + \dots$   
 5). нет правильных ответов

Задача 1 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру

$$\oint_{|z|=2} \frac{2z-1-i}{(z-1)(z-i)} dz$$

Ответы: 1).  $-2\pi i$       2).  $-4\pi i$       3).  $4\pi i$       4).  $2\pi i$       5). 0

Задача 2 Разложить функцию  $f(z) = \ln(1-z^2)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $z=0$ .

Ответы: 1).  $\frac{z^2}{1} - \frac{z^4}{2} + \frac{z^6}{3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{z^{2n}}{n} + \dots$   
 2).  $\frac{z^2}{1} + \frac{z^4}{2} + \frac{z^6}{3} + \dots + \frac{z^{2n}}{n} + \dots$   
 3).  $1 - \frac{z^2}{1!} + \frac{z^4}{2!} - \frac{z^6}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{z^{2n}}{n!} + \dots$   
 4).  $1 - \frac{z^2}{2^2 2!} + \frac{z^4}{2^4 4!} - \frac{z^6}{2^6 3!} + \dots + (-1)^n \frac{z^{2n}}{2^n n} + \dots$   
 5). нет правильного ответа

Задача 3 Разложить в ряд Лорана в окрестности т.  $z=\infty$  функцию  $f(z) = \frac{1}{\sin z - 5}$

Ответы: 1).  $1 + \frac{z}{2!} + \frac{z^2}{3!} + \frac{z^3}{4!} + \dots$       2). не разлагается  
 3).  $1 + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \frac{z^7}{7!} + \dots$       4).  $\frac{1}{z} + 1 + \frac{z}{2!} + \frac{z^2}{3!} + \dots$   
 5). нет правильных ответов

Задача 1 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную

формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по

замкнутому контуру  $\oint_{|z+i|=1} \frac{\sin z}{(z+i)^3} dz$

Ответы: 1).  $2\pi \cdot \operatorname{sh} 1$  2).  $-2\pi i \cdot \operatorname{sh} 1$  3).  $-\pi \cdot \operatorname{sh} 1$  4).  $\pi \cdot \sin 1$  5).  $-\pi \cdot \sin 1$

Задача 2 Разложить функцию  $f(z) = \frac{1}{1-z^2}$  в ряд Тейлора в окрестности нуля.

Ответы: 1).  $1 - z^2 + z^4 - z^6 + \dots + (-1)^n z^{2n} + \dots$

2).  $1 - z + z^2 - z^3 + \dots + (-1)^n z^n + \dots$

3).  $1 + z^2 + z^4 + z^6 + \dots + z^{2n} + \dots$

4).  $1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^n + \dots$

5). нет правильного ответа

Задача 3 Разложить в ряд Лорана в окрестности т.  $z = \infty$  функцию  $f(z) = \operatorname{ctg} z$

Ответы: 1).  $1 + \frac{z^2}{4!} + \frac{z^4}{6!} + \frac{z^6}{8!} + \dots$  2). не разлагается

3).  $\frac{1}{2} - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \frac{z^6}{6!} + \dots$  4).  $\frac{1}{2!} - \frac{z^2}{4!} + \frac{z^4}{6!} - \frac{z^6}{8!} + \dots$

5). нет правильных ответов

Задача 1 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по

замкнутому контуру  $\oint_{|z|=3} \frac{dz}{z^2 + 2z}$

Ответы: 1). 0 2).  $2i$  3).  $-\frac{1}{2}i$  4).  $-2$  5).  $\pi i$

Задача 2 Разложить функцию  $f(z) = \frac{1}{1-z}$  в ряд Тейлора в окрестности нуля.

Ответы: 1).  $1 - z^2 + z^4 - z^6 + \dots + (-1)^n z^{2n} + \dots$

2).  $1 - z + z^2 - z^3 + \dots + (-1)^n z^n + \dots$

3).  $1 + z^2 + z^4 + z^6 + \dots + z^{2n} + \dots$

4).  $1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^n + \dots$

5). нет правильного ответа

Номер: 2.42.В

Задача 3 Разложить в ряд Лорана в окрестности т.  $z = 0$  функцию  $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$  Ответы: 1).

$\frac{1}{2!} + \frac{z^2}{4!} + \frac{z^4}{6!} + \frac{z^6}{8!} + \dots$  2). не разлагается

3).  $1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \frac{z^6}{6!} + \dots$  4).  $\frac{1}{2!} - \frac{z^2}{4!} + \frac{z^4}{6!} - \frac{z^6}{8!} + \dots$

5). нет правильных ответов

Задача 1 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по

замкнутому контуру  $\oint_{|z-i|=1} \frac{dz}{(z-1)^3(z+1)^3}$

Ответы: 1).  $\frac{\pi}{2}i$  2).  $-2\pi i$  3). 0 4).  $\frac{3}{8}\pi$  5).  $\frac{3}{8}\pi i$

Задача 2 Разложить функцию  $f(z) = \frac{1}{1+z}$  в ряд Тейлора в окрестности нуля.

Ответы: 1).  $1 - z^2 + z^4 - z^6 + \dots + (-1)^n z^{2n} + \dots$

2).  $1 - z + z^2 - z^3 + \dots + (-1)^n z^n + \dots$

3).  $1 + z^2 + z^4 + z^6 + \dots + z^{2n} + \dots$

4).  $1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^n + \dots$

5). нет правильного ответа

Задача 3 Разложить в ряд Лорана в кольце функцию

Ответы: 1).  $\sum_{n=0}^{\infty} \left[ n - \frac{(-1)^n}{2^n} \right] z^{n-1}$  2). не разлагается

3).  $\sum_{n=0}^{\infty} \left[ n + \frac{(-1)^n}{2^n} \right] z^{n-1}$  4).  $\sum_{n=0}^{\infty} \left[ n - \frac{1}{2^n} \right] z^n$

5). нет правильных ответов

Задача 1 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру

$$\oint_{|z|=4} \frac{\cos z}{z^2 - \pi^2} dz$$

Ответы: 1). 0 2).  $\frac{\pi}{2}$  3).  $-\frac{\pi}{2}i$  4).  $2\pi i$  5).  $\frac{1}{2} - i$

Задача 2 Разложить функцию  $f(z) = e^{-z^2}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $z = 0$ .

Ответы: 1).  $\frac{z^2}{1} - \frac{z^4}{2} + \frac{z^6}{3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{z^{2n}}{n} + \dots$

2).  $\frac{z^2}{1} + \frac{z^4}{2} + \frac{z^6}{3} + \dots + \frac{z^{2n}}{n} + \dots$

3).  $1 - \frac{z^2}{1!} + \frac{z^4}{2!} - \frac{z^6}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{z^{2n}}{n!} + \dots$

4).  $1 - \frac{z^2}{2^2 2!} + \frac{z^4}{2^4 4!} - \frac{z^6}{2^6 3!} + \dots + (-1)^n \frac{z^{2n}}{2^n n} + \dots$

5). нет правильного ответа

Задача 3 Разложить в ряд Лорана в окрестности т.  $z = 0$  функцию  $f(z) = z^4 \cos \frac{1}{z}$

Ответы: 1).  $z^4 - \frac{z^2}{2!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{6! z^2} + \dots$  2). не разлагается

3).  $z^4 + \frac{z^2}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6! z^2} + \dots$  4).  $1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{6! z^2} + \dots$

5). нет правильных ответов

Задача 1 Используя основную теорему Коши (для односвязной и многосвязной области), интегральную формулу Коши и интегральную формулу для производных аналитической функции, вычислить интеграл по замкнутому контуру

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{(z-1)^3 (z+1)^3}$$

Ответы: 1).  $-\frac{3\pi}{4}$  2).  $\frac{3\pi}{4}$  3).  $\frac{3}{4} \pi i$  4). 0 5).  $\frac{3}{8} \pi i$

Номер: 2.7.B

Задача 2 Разложить функцию  $f(z) = \cos(z^2)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $z = 0$ .

Ответы: 1).  $\frac{z^2}{1} - \frac{z^4}{2} + \frac{z^6}{3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{z^{2n}}{n} + \dots$

$$2). \frac{z^2}{1} + \frac{z^4}{2} + \frac{z^6}{3} + \dots + \frac{z^{2n}}{n} + \dots$$

$$3). 1 - \frac{z^2}{1!} + \frac{z^4}{2!} - \frac{z^6}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{z^{2n}}{n!} + \dots$$

$$4). 1 - \frac{z^2}{2^2 2!} + \frac{z^4}{2^4 4!} - \frac{z^6}{2^6 3!} + \dots + (-1)^n \frac{z^{2n}}{2^n n} + \dots$$

5). нет правильного ответа

Номер: 2.38.В

Задача 3 Разложить в ряд Лорана в окрестности т.  $z = 0$  функцию  $f(z) = \frac{\sin^2 z}{z}$

Ответы: 1).  $\frac{2}{2!}z - \frac{8z^2}{4!} + \frac{32z^3}{6!} - \dots$  2). не разлагается

3).  $\frac{2}{2!}z + \frac{8z^3}{4!} + \frac{32z^5}{6!} + \dots$  4).  $\frac{2}{2!}z - \frac{8z^3}{4!} + \frac{32z^5}{6!} - \dots$

5). нет правильных ответов

### Образцы билетов для проведения зачета

**Башкирский государственный университет**

Кафедра математического анализа

«Методы комплексного анализа в задачах математической физики»

20\_\_-20\_\_ учебный год

Билет № 13

1. Принцип симметрии и отображение многоугольников

2. Задачи гидродинамики и газовой динамики. Задачи теории упругости

Заведующий кафедрой,

д.ф.-м.н., профессор

Ишкин Х.К..

**Башкирский государственный университет**

Кафедра математического анализа

«Методы комплексного анализа в задачах математической физики»

20\_\_-20\_\_ учебный год

Билет № 14

1. Приложения функции Жуковского для изучения поля давления вокруг гидроразрывной трещины.

## 2. Цилиндрические функции. Приложения

Заведующий кафедрой,  
д.ф.-м.н., профессор

Ишкин Х.К..

### 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

##### а) основная литература

1. Евграфов М.А. Аналитические функции. Издательство "Лань" 2008. 448 С.  
<https://e.lanbook.com/book/134?category=910>

##### б) дополнительная литература

2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. «Методы теории функций комплексной переменной», СПб.: Лань, 2002.
3. Михайлов В. П., Гуцин А. К., «Дополнительные главы курса “Уравнения математической физики”», Лекц. курсы НОЦ, 7 (2007), 3–144
4. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Издательство МГУ, 1999.
5. Соболев С. Л., Некоторые применения функционального анализа в математической физике, Наука, М., 1988
6. Михайлов В. П., Дифференциальные уравнения в частных производных, Наука, М., 1983
7. Владимиров В. С., Жаринов В. В., Уравнения математической физики, Физико-математическая литература, М., 2000
8. Маркушевич А.И. *Теория аналитических функций. Т. II.* М.: Наука, 1968.  
[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=439146&sr=1](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=439146&sr=1)

#### 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

##### А. Ресурсы интернет

1. «Электронная библиотека БашГУ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
3. ЭБС «ЛАНЬ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы: Maple (компьютерный класс)..

##### Б. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian/. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор №104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.

2. Microsoft Office Standart 2013 Russian. Договор № 114 от 12ю11ю2014. Лицензии бессрочные.

.

**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Аудитория 517	Лекции, практические занятия	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска.
Аудитория 501	Лекции	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Методы комплексного анализа в задачах математической физики

(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	12
практических/ семинарских	24
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем), ФКР	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

Форма(ы) контроля:  
экзамен\_3 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Функции комплексного переменного Дифференцируемость и аналитичность Элементарные функции Течение флюида от скважины в пористой среде. Функция Жуковского. Показательная функция и логарифм.	1	2		1	1-8	Дать описание стационарного течения жидкости от одиночной скважины	Зачет экзамен
2.	Приложения функции Жуковского для изучения поля давления вокруг гидроразрывной трещины. Тригонометрические и гиперболические функции. Общая степенная функция.	1	2		2	1-8	Описать течение жидкости между двумя скважинами равной мощности	Зачет Экзамен
3.	Интегрирование функций комплексного переменного Формула Коши и теорема о среднем Представление аналитических функций рядами	1	2		3	1-8	Повторить соответствующие главы из комплексного анализа	Зачет Экзамен

4.	<p>Понятие конформного отображения. Основная задача</p> <p>Соответствие границ</p> <p>Простейшие конформные отображения. Дробно-линейные отображения .</p> <p>Отображения круговых луночек</p>	1	2		3	1-8	<p>Самостоятельно решение</p> <p>5. 135</p> <p>5. 1.167</p> <p>5. 1.167</p> <p>5.1.188 5)6</p>	<p>РГР</p> <p>Зачет</p> <p>Экзамен</p>
5.	<p>Приложения конформных отображений к решению задач математической физики</p> <p>Принцип симметрии и отображение многоугольников</p> <p>Краевые задачи теории функций и их приложения</p>	1	2		3	1-8	<p>Разобрать вопросы, связанные с интегралом Кристоффеля_Шварца</p>	<p>экзамен</p>
6.	<p>Гармонические функции</p> <p>Свойства гармонических функций</p> <p>Задача Дирихле</p> <p>Метод сеток</p>	1	2		3	1-8	<p>Решение задачи Дирихле для круга и полуплоскости</p>	<p>Экзамен</p>
7.	<p>Физические представления. Постановка краевых задач</p> <p>Плоское поле и комплексный потенциал</p> <p>Физические представления</p> <p>Краевые задачи.</p> <p>Приложения.</p>	1	2		3	1-7		

8.	Плоская задача теории упругости. Краевые задачи теории упругости .	1	2		3	1-8		РГР Экзамен
9.	Интеграл типа Коши и краевые задачи Интеграл типа Коши. Формулы Сохоцкого Формула Келдыша - Седова . Другие краевые задачи .	1	2		3	1-8		Доклад и подготовленная презентация Экзамен
10.	Приложения. Расчет длины трещины гидроразрыва пласта.	1	2		3	1-8	Посмотреть материалы, связанные с применением ГРП на практике, подготовить доклад	РГР Зачет
11.	Операционный метод и его приложения Преобразование Лапласа. Свойство преобразования.Лапласа Теоремы умножения .Теоремы.разложения . Приложения. Уравнения с частными производными .	1	2		3	1-8		Зачет Экзамен
12.	Специальные функции Цилиндрические функции. Приложения	1	2		5.8	1-8	Изучить имеющиеся специальные функции в пакетах MapleиMatlab	Зачет экзамен
	Всего часов	12	24		35,8			

