

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 6 от 26.01.2021 г.

Согласовано:
Председатель УМК
факультета математики и
информационных технологий

Зав. кафедрой



/ X.K. Ишкин



/ A.M. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (РПД)

дисциплина Спектральная теория дифференциальных операторов

Обязательная часть

Направление подготовки (специальность)

01.04.01 «Математика»

Направленность (профиль) подготовки

"Вещественный, комплексный и функциональный анализ"

Квалификация

Магистр

Разработчик (составитель)
доцент, к.ф.-м.н., доцент



/Ахмерова Э.Ф.

Для приема 2021

Уфа-2021

Содержание

| | |
|---|-----------|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций | 3 |
| 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы | 3 |
| 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) | 4 |
| 4. Фонд оценочных средств | 5 |
| 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине . . | 5 |
| 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине | 7 |
| 1. Экзамен | 7 |
| 2. Контрольные работы | 9 |
| 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) | 11 |
| 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины | 11 |
| 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины | 12 |
| А. Ресурсы «Интернет» | 12 |
| В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины | 12 |
| 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине | 13 |
| Приложение № 1: Содержание рабочей программы | 14 |

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

| Категория (группа) компетенций (наличия ОПК) | Формируемая компетенция (с указанием кода) | Код и наименование индикатора достижения | Результаты обучения по дисциплине |
|---|--|--|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики; | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке решении актуальных и значимых проблем математики. | Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического знания и дисциплинам естественнонаучного содержания |
| | | ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. | Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания |
| | | ОПК-1.3 Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики | Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности |

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Спектральная теория дифференциальных операторов» относится к обязательной части. Дисциплина изучается на I курсе в I и II семестрах.

Целями освоения дисциплины (модуля) «Спектральная теория дифференциальных операторов» являются:

- формирование у будущих специалистов теоретических знаний в области спектральной теории операторов и практических навыков в исследовании

конкретных задач,

- ознакомление студентов с теоретическими и практическими задачами, приводящими к необходимости владеть методами спектральной теории операторов.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, алгебра, геометрия.

Знания по спектральной теории дифференциальных операторов является важной составляющей общей математической культуры выпускника. Эти знания необходимы для освоения дисциплин: «функциональный анализ», «уравнения в частных производных», «теория вероятностей», «математическая статистика».

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы — в Приложении № 1

4. Фонд оценочных средств

4.1 Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкалоценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции

ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине | Критерии оценивания результатов обучения | | | |
|--|--|--|---|---|---|
| | | Неудовлетворительно | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем | Знает основные понятия определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического | Фрагментарные представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям | Неполные представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к | Сформированные систематические представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, |

| | | | | | |
|--|---|--|--|--|---|
| математи- ки. | знания и к дисциплинам естественнонаучн ого содержания | математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания | математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания | дисциплинам естественнонаучного содержания | приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучно го содержания |
| ОПК-1.2. Умеет использо- вать их в професси- ональной деятель- ности. | Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучн ого содержания | Фрагментарные представления о доказательствах утверждений, методах решения задач преподаваемой дисциплины, применении полученных навыков в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания | В целом успешное, но не систематическое использование основных утверждений и методов преподаваемой дисциплины | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использование основных утверждений и методов преподаваемой дисциплины | Сформированное умение использовать основные утверждения и методы преподаваемой дисциплины |
| ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуаль- ных и значимых проблем математи- ки. | Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональн ой деятельности | Фрагментарное использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности | В целом успешное, но не систематическое использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности | В целом успешное, содержащее отдельные пробелы, использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности | Успешное и систематическое использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности |

4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине | Оценочные средства |
|---|---|-----------------------|
| ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке решении актуальных и значимых проблем математики. | Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического знания и дисциплинам естественнонаучного содержания | Контрольная работа №1 |
| ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. | Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания | Контрольная работа №2 |
| ОПК-1.3 Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики | Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности | Контрольная работа №3 |

1. Экзамен

Структура экзаменационного билета: билет состоит из 1 вопроса.

А. Вопросы к экзаменам

- 1 Общие понятия теории линейных операторов. Замкнутые операторы. Элементарная теория линейных дифференциальных операторов.
2. Линейные дифференциальные выражения. Краевые условия. Линейный дифференциальный оператор.
- 3 Формула Лагранжа. Сопряженный оператор.
- 4 Собственные значения и собственные функции дифференциального оператора.
5. Обобщения задачи о собственных значениях, присоединенные функции.
6. Соотношение между собственными значениями и собственными функциями сопряженных операторов.

7. Собственные значения и собственные функции самосопряженного оператора.
8. Сужение и расширение операторов.
9. Обратный оператор. Функция Грина. Обращение дифференциального оператора при помощи функции Грина.
10. Функция Грина оператора Штурма-Лиувилля. Связь с теорией интегральных уравнений.
11. Спектр и резольвента. Классификация спектра: непрерывный, дискретный и остаточный.
12. Некоторые соотношения для резольвенты.
13. Проекционные и унитарные операторы в гильбертовом пространстве.
14. Инвариантные подпространства.
15. Самосопряженные операторы с дискретным спектром.
16. Формула Муртазина для спектра возмущений самосопряженных операторов.
17. Асимптотика спектра оператора Штурма-Лиувилля на отрезке.
18. Асимптотика спектра оператора Штурма-Лиувилля с периодическими граничными условиями.
19. Асимптотика собственных чисел дифференциального оператора $2n$ -го порядка, возмущенного дифференциальным оператором порядка $2n-2$, заданным квазидифференциальным выражением на отрезке.
20. Следы операторов. Теорема о следе для ядерного оператора.
21. Формулы регуляризованных следов для обыкновенных дифференциальных операторов.

Б. Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
Экзаменационный билет № 1
по курсу «Спектральная теория дифференциальных операторов »

1 Общие понятия теории линейных операторов. Замкнутые операторы. Элементарная теория линейных дифференциальных операторов.

Зав. кафедрой Ишкин Х.К. / _____ /

В. Критерии оценки

Оценка за итоговый контроль в семестре устанавливается согласно критерию оценивания.

| Оценка | Баллы | Критерии |
|---------------------|-------|--|
| отлично | 10 | Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений. |
| | 9 | Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений. |
| | 8 | Выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами. |
| хорошо | 7 | Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты. |
| | 6 | Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности. |
| | 5 | Выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей. |
| удовлетворительно | 4 | Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации. |
| | 3 | Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации. |
| неудовлетворительно | 2 | Выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач. |
| | 1 | Выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач. |

2. Контрольные работы

типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

1. Для дифференциального выражения $l(y)$ второго порядка выписать формулу Лагранжа и сопряженное дифференциальное выражение.

2. Найти собственные значения и собственные функции оператора $T = -d^2/dx^2$ с областью определения D_T , состоящей из всех функций $f(x)$: $f(x), f'(x)$ – абсолютно непрерывны на $[0,1]$ $d^2f/dx^2 \in L^2[0,2\pi]$, $f(0)=f(\pi)=0$.
3. Найти собственные значения и собственные функции оператора $T = -d^2/dx^2$ с областью определения D_T , состоящей из всех функций $f(x)$: $f(x), f'(x)$ – абсолютно непрерывны на $[0,1]$ $d^2f/dx^2 \in L^2[0,2\pi]$, $f(0)=f(2\pi), f'(0)=f'(2\pi)$.
4. Рассмотреть дифференциальный оператор $T = d/dx$ в пространстве $L^p[a,b]$, найти область определения максимального оператора. Рассматривая различные граничные условия, определить сужения максимального оператора.
5. Дифференциальный оператор $T = d/dx$ рассматривается в пространстве $C[a,b]$. Пусть D_1 подмножество $D(T)$, состоит из всех $u \in D(T)$, удовлетворяющих граничному условию $u(a)=0$. Оператор T_1 в $C[a,b]$ определен равенствами $T_1 = d/dx, D(T) = D_1$. Являются ли операторы T и T_1 обратимыми?
6. Показать, что всякое линейное однородное уравнение второго порядка $A(x)y'' + B(x)y' + C(x)y = 0$ можно привести к виду $d/dx(p(x)y') + q(x)y = 0$.
7. Доказать тождество Гильберта-Шмидта: $R(\lambda) - R(z) = (\lambda - z) R(\lambda) R(z)$.
8. Докажите, что резольвента $R(z)$ - голоморфная функция от z .
9. Доказать, что спектр замкнутое множество.
10. Доказать, что всякий самосопряженный оператор P , удовлетворяющий условию $P^2 = P$, есть оператор проектирования.

Б. Критерий оценивания

- 5 баллов, если все задачи решены полностью, в логических рассуждениях и обосновании решений нет пробелов и ошибок,
- 4 балла, если задачи решены, но в обосновании шагов решений имеются пробелы, есть недочеты в выкладках, рисунках, чертежах или графиках,
- 3 балла, если приведены обязательные для решений задач формулы, но допущены ошибки в их применении,
- 2 балла, если приведены некоторые формулы, которые могут (или не могут) быть использованы при решении задач, допущены существенные ошибки, показывающие отсутствие обязательных умений и навыков по данной теме.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля).

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература:

1. Ахмерова Э.Ф. Дифференциальные операторы. Асимптотика спектра и формулы следов. Saarbrücken: LAP Academic Publishing GmbH&Co.KG. 2011
2. Наймарк, М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.

б) Дополнительная литература:

3. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1 М.: Мир, 1977.
4. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М.: Мир, 1972.
5. Левитан Б.М., Саргсян И.С. Введение в спектральную теорию. М.: Наука, 1970.
6. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958.
7. Данфорд П., Шварц Дж. Линейные операторы. Общая теория. М.: ИЛ, 1962.
8. И.М. Глазман Прямые методы качественного спектрального анализа сингулярных дифференциальных операторов – М.: Физматгиз, 1963.
9. Садовничий В.А. Теория операторов. М.: Дрофа, 2004.
10. Рудин У. Функциональный анализ. М.: ИЛ, 1975.
11. Ахиезер Н.И., Глазман Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1966.
12. Марченко В.А. Операторы Штурма – Лиувилля и их приложения. Киев: Наукова думка, 1977.
13. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. М.: Наука, 1981
14. Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики. Т.1. М.: Мир, 1979.
15. Олвер Ф. Асимптотика и специальные функции. М.: Наука, 1990.
16. Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. М: Наука, 1983.
17. Федорюк М.В. Метод перевала. М: Наука, 1977.
18. Де Брёйн Н.Г. Асимптотические методы в анализе. М: Изд. иностр. литературы, 1961.
19. Вазов В. Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений. М: Мир, 1968.
20. Люстерник Л.А. Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М: Наука, 1965.
21. Садовничий В.А. Теория операторов. М.: Дрофа, 2004.
22. Рудин У. Функциональный анализ. М.: ИЛ, 1975.
23. Муртазин Х.Х., Амангильдин Т.Г. Асимптотика спектра оператора Штурма-Лиувилля //Матем. сб. 1979. Т.110. № 1 с. 135-149.
24. Федорюк М.В. Асимптотические методы в теории одномерных сингулярных дифференциальных операторов // Тр. московского матем. общества. 1966. Т. 15. С. 296-345.
25. Марченко В.А. Операторы Штурма – Лиувилля и их приложения. Киев: Наукова думка, 1977.
26. Халмош П. Гильбертово пространство в задачах. М: Мир, 1970.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

А. Ресурсы «Интернет»

5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

А. Ресурсы «Интернет»

| | | | | | |
|---|---|---|--|--|---|
| 1 | Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ» | Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ | Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет | Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет | https://elib.bashedu.ru/ |
| 2 | Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» | Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий | Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет | Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет | http://www.biblioclub.ru |
| 3 | Электронно-библиотечная система издательства «Лань» | Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий | Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет | Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети | http://e.lanbook.com |

В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий | Вид занятий | Оборудование | Программное обеспечение |
|---|--|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Аудитория 501 | Лекции, практические (семинарские) занятия | Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304 | 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. |
| Аудитория 503 | Лекции, практические (семинарские) занятия | Учебная мебель, доска настенная меловая | |

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|--|--|---|
| Аудитории 517 | Лекции, практические (семинарские) занятия | Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32 | 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. |
| Аудитории 531 | Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование | Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32 | 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. |
| читальный зал №2 (физико-математический корпус) | Самостоятельная работа, выполнение курсовой работы | Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт. | 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. |

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины **Спектральная теория дифференциальных операторов** на первый семестр

очная форма обучения

| Вид работы | Объем дисциплины |
|---|-------------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов) | 3 /108 |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем: | 37.7 |
| лекций | 12 |
| практических / семинарских | 0 |
| лабораторных | 24 |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) | 1.7 |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР) | 35.5 |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль) | 34.8 |

Формы контроля:

экзамен, контрольная работа

| № п/п | Тема и содержание | Форма изучения материалов (лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа) | Кол-во часов аудиторной работы | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка) | Задания по самостоятельной работе студентов с указанием литературы, номеров задач | Кол-во часов самостоятельной работы | Форма контроля самостоятельной работы студентов (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.) |
|-------|---|--|--------------------------------|--|---|-------------------------------------|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Общие понятия теории линейных операторов. Замкнутые операторы. Элементарная теория линейных дифференциальных операторов. Линейные дифференциальные выражения. Краевые условия. Линейный дифференциальный оператор. Формула Лагранжа. Сопряженный оператор. | ЛК | 2 | [2]-[4], [11], [13] | [15]: 1, 2, 5 (стр. 5), 1, 2 (стр. 9). | 5 | проверка дом. работ |
| | ЛР | 4 | | | | | |
| | | | | | | | |
| 2 | Собственные значения и собственные функции дифференциального оператора. Обобщения задачи о собственных значениях, присоединенные функции. Соотношение между собственными значениями и собственными функциями сопряженных операторов. Собственные значения и собственные функции самосопряженного оператора. | ЛК | 2 | [2]-[9], [13] | [9]: 1-4 (стр. 286) | 6 | проверка дом. работ, кр. |
| | ЛР | 4 | | | | | |
| | | | | | | | |
| 3 | Сужение и расширение операторов. Обратный оператор. Функция Грина. Обращение дифференциального оператора при помощи функции Грина. Функция Грина оператора Штурма-Лиувилля. Связь с теорией интегральных уравнений. | ЛК | 2 | [2]-[9], [10]-[11] | [9]: 5-6 (стр. 287) | 6 | проверка дом. работ |
| | ЛР | 4 | | | | | |
| | | | | | | | |
| 4 | Спектр и резольвента. Классификация спектра: непрерывный, дискретный и остаточный. Некоторые | ЛК | 2 | [3],[7]-[9], [11] | [9]:7-11 (стр. 262) | 6 | Самостоятельная работа |

| | | | | | | | |
|---|---|----|---|----------|-----------------------|---|------------------------------|
| | соотношения для резольвенты. Проекционные и унитарные операторы в гильбертовом пространстве. Инвариантные подпространства. Самосопряженные операторы с дискретным спектром. | ЛР | 4 | | | | |
| 5 | Формула для спектра возмущений самосопряженных операторов. Асимптотика спектра оператора Штурма-Лиувилля на отрезке. Асимптотика спектра оператора Штурма-Лиувилля с периодическими граничными условиями; Асимптотика собственных чисел дифференциального оператора $2n$ -го порядка, возмущенного дифференциальным оператором порядка $2n-2$, заданным квазидифференциальным выражением на отрезке. | ЛК | 2 | [1] | [1, стр. 23-38]. | 7 | проверка дом. работ |
| | | ЛР | 4 | | | | |
| 6 | Следы операторов. Теорема о следе для оператора в n -мерном пространстве. Теорема о следе для ядерного оператора. Формулы регуляризованных следов для обыкновенных дифференциальных операторов. | ЛК | 2 | [9], [1] | [9]: 1,2,5 (стр. 327) | 4 | Ср, проверка дом. работ, кр. |
| | | ЛР | 4 | | | | |

Примечание: ЛК – лекция, ЛЗ - практическое занятие, ЛР - лабораторная работа, СР - самостоятельная работа.

Основная литература

1. Ахмерова Э.Ф. Дифференциальные операторы. Асимптотика спектра и формулы следов. Saarbrücken: LAP Academic Publishing GmbH&Co.KG. 2011
2. Наймарк, М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.

Дополнительная литература

3. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1 М.: Мир, 1977.
4. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М.: Мир, 1972.
5. Левитан Б.М., Саргсян И.С. Введение в спектральную теорию. М.: Наука, 1970.
6. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958.
7. Данфорд П., Шварц Дж. Линейные операторы. Общая теория. М.: ИЛ, 1962.
8. И.М. Глазман Прямые методы качественного спектрального анализа сингулярных дифференциальных операторов – М.: Физматгиз, 1963.
9. Садовничий В.А. Теория операторов. М.: Дрофа, 2004.

10. Рудин У. Функциональный анализ. М.: ИЛ, 1975.
11. Ахиезер Н.И., Глазман Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1966.
12. Марченко В.А. Операторы Штурма – Лиувилля и их приложения. Киев: Наукова думка, 1977.
13. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. М.: Наука, 1981
14. Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики. Т.1. М.: Мир, 1979.
15. Муртазин Х.Х., Гимадисламов М.Г. Теория операторов. Методические указания к спецкурсу. Уфа: РИО БашГУ, 1988.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины **Спектральная теория дифференциальных операторов** на второй семестр

очная форма обучения

| Вид работы | Объем дисциплины |
|---|-------------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов) | 3 /108 |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем: | 33.2 |
| лекций | 16 |
| практических / семинарских | 0 |
| лабораторных | 16 |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) | 1.2 |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР) | 49 |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль) | 25.8 |

Формы контроля:

экзамен, контрольная работа

| № п/п | Тема и содержание | Форма изучения материалов (лекции,(лек) практические занятия(пз), семинарские занятия(сз), лабораторные работы(лр), самостоятельная работа(ср)) | Кол-во часов аудитор. работы | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам | Задания по самостоятельной работе студентов с указанием литературы, номеров задач | Количество часов самостоят. работы | Форма контроля самостоятельной работы студентов (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.) |
|-------|---|---|------------------------------|---|---|------------------------------------|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Оператор Штурма-Лиувилля в случае бесконечного интервала. Сингулярная задача Штурма-Лиувилля. Круг и точка Вейля для оператора Штурма-Лиувилля. | ЛК | 4 | [2], [3] | [3]: 1-4 (стр. 276-278). | 11 | проверка дом. работ |
| ЛР | | 4 | | | | | |
| | | | | | | | |
| 2 | Достаточные условия дискретности спектра. Уравнение Бесселя. Задача о гармоническом осцилляторе. | ЛК | 4 | [2], [3] | [2]: 1-3 (стр. 307-315), 1-2 (стр. 323-326). | 11 | проверка дом. работ кр |
| ЛР | | 4 | | | | | |
| | | | | | | | |
| 3 | Функция Эйри. Асимптотические представления цилиндрических функций. Метод эталонных решений. Сведение уравнения Штурма-Лиувилля к уравнению Эйри. | ЛК | 4 | [4]-[6], [8], [10], [13] | [10, стр. 41-43], [13]. | 14 | Ср, проверка дом. работ |
| ЛР | | 4 | | | | | |
| | | | | | | | |
| 4 | Преобразования уравнений второго порядка. ВКБ-оценки. Асимптотика решений уравнения второго порядка при больших значениях параметра. | ЛК | 4 | [5], [14] | [5]: 1-8 (стр. 30-33). | 11 | проверка дом. работ |
| ЛР | | 4 | | | | | |
| | | | | | | | |

Примечание: ЛК – лекция, ПЗ - практическое занятие, ЛР - лабораторная работа, СР - самостоятельная работа.

Основная литература

1. Ахмерова Э.Ф. Дифференциальные операторы. Асимптотика спектра и формулы следов. Saarbrücken: LAP Academic Publishing GmbH&Co.KG. 2011

Дополнительная литература

2. Левитан Б.М., Саргсян И.С. Введение в спектральную теорию. М.: Наука, 1970.
3. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М: Изд. иностр. литературы, 1958.
4. Олвер Ф. Асимптотика и специальные функции. М.: Наука, 1990.
5. Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. М: Наука, 1983.
6. Федорюк М.В. Метод перевала. М: Наука, 1977.
7. Де Брёйн Н.Г. Асимптотические методы в анализе. М: Изд. иностр. литературы, 1961.
8. Вазов В. Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений. М: Мир, 1968.
9. Люстерник Л.А. Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М: Наука, 1965.
10. Садовничий В.А. Теория операторов. М.: Дрофа, 2004.
11. Рудин У. Функциональный анализ. М.: ИЛ, 1975.
12. Ахиезер Н.И., Глазман Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1966.
13. Муртазин Х.Х., Амангильдин Т.Г. Асимптотика спектра оператора Штурма-Лиувилля //Матем. сб. 1979. Т.110. № 1 с. 135-149.
14. Федорюк М.В. Асимптотические методы в теории одномерных сингулярных дифференциальных операторов // Тр. московского матем. общества. 1966. Т. 15. С. 296-345.
15. Марченко В.А. Операторы Штурма – Лиувилля и их приложения. Киев: Наукова думка, 1977.
16. Халмош П. Гильбертово пространство в задачах. М: Мир, 1970.
17. Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики. Т.1. М.: Мир, 1979.
18. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1 М.: Мир, 1977.
19. Муртазин Х.Х., Гимадисламов М.Г. Теория операторов. Методические указания к спецкурсу. Уфа: РИО БашГУ, 1988.