
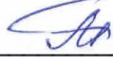


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Утверждено: на заседании кафедры  
протокол от « 25 » января 2021 г.  
№ 5  
Зав. кафедрой  /Хабибуллин Б.Н.

Согласовано:  
Председатель УМК факультета /института  
 /Балапанов М.Х.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Дисциплина Аналитическая геометрия. Линейная алгебра.

*(наименование дисциплины)*

Обязательная часть, модуль «Математика»

*(Цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору))*

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)

03.03.01 Прикладные математика и физика

*(указывается код и наименование направления подготовки (специальности))*

Направленность (профиль) подготовки

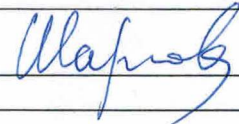
Моделирование физических процессов и технологий

*(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)*

Квалификация

бакалавр

*(указывается квалификация)*

Разработчик (составитель) Доцент кафедры ВАиГ, к.ф.-м.н.	 /Шарипов Р.А.
---	--

Для приёма: 2021 г.

Уфа 2021 г.

Составитель: к. ф.-м. н., доцент Шарипов Руслан Абдулович.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры Высшей алгебры и геометрии,  
протокол № 5 от « 25 » января 2021 г.

Заведующий кафедрой



/ Хабидуллин Б. Н. /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины,  
утверждены на заседании кафедры Высшей алгебры и геометрии,  
протокол № 11 от « 15 » июня 2021 г.

Заведующий кафедрой



/ Хабидуллин Б. Н. /

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	6
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	7, 19
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	7
4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.	7
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.	11, 33, 35
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	17
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.	17
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы	17
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.	18
7. Приложение 1	19
8. Приложение 2	31
9. Приложение 3	33
10. Приложение 4	35

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

<b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>
<p><i>УК-1 – Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</i></p>	<p><i>УК-1.1. Знание понятий.</i></p>	<p><b><u>1 семестр</u></b>  <b><u>Знать:</u></b> понятие линейного уравнения и системы линейных уравнений, метод Гаусса и метод Крамера для их решения; понятие матрицы и матричные операции; понятие определителя и обратной матрицы; понятие вектора и алгебраические операции с векторами; свойства алгебраических операций с векторами; понятия коллинеарности и компланарности; базисы на прямой, на плоскости и в пространстве; понятие скалярного, векторного, смешанного произведения и их свойства, способы вычисления этих произведений в косоугольном и ортонормированном базисах; формулы свёртки; различные виды уравнений прямых и плоскостей; канонические уравнения эллипсов, гипербол и парабол, уравнения касательных к ним, расположение их фокусов и директрис, формулы для вычисления их эксцентриситета; уравнения поверхностей второго порядка в пространстве.</p> <p><b><u>2 семестр</u></b>  <b><u>Знать:</u></b> понятие линейного векторного пространства и его подпространств; понятие базисов и их замен; понятие множеств и их отображений; понятие линейных отображений и их матриц; понятие линейных операторов и их матриц; понятие собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, понятия инвариантных, собственных и корневых подпространств линейного оператора; понятие жордановых форм матрицы линейного оператора; понятие ковекторов, понятие билинейных и квадратичных форм и их сигнатур; понятие многомерного евклидова пространства.</p>
	<p><i>УК-1.2. Способность оперировать понятиями.</i></p>	<p><b><u>1 семестр</u></b>  <b><u>Уметь:</u></b> складывать и умножать матрицы, приводить матрицы к Гауссовскому ступенчатому виду; вычислять определители матриц и находить обратные матрицы; складывать векторы и умножать их на числа; раскладывать векторы по базисам; вычислять скалярное, векторное и смешанное произведения по</p>

		<p>координатам векторов в различных базисах; распознавать различные виды уравнений прямых и плоскостей и преобразовывать одни виды уравнений к другим; приводить уравнения кривых второго порядка к каноническому виду; распознавать поверхности второго порядка по их уравнениям.</p> <p><b>2 семестр</b></p> <p><u>Уметь:</u> отличать линейные векторные пространства и их подпространства от других множеств; выполнять замены базисов; вычислять суммы и пересечения подпространств; строить отображения множеств; вычислять матрицы линейных отображений и линейных операторов; находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов; приводить матрицы линейных операторов к жордановой форме; вычислять скалярное произведение векторов с ковекторами; находить сигнатуры билинейных и квадратичных форм; находить длины векторов и углы между ними в многомерных евклидовых пространствах.</p>
	УК-1.3. Умение решать задачи.	<p><b>1 и 2 семестры</b></p> <p><u>Владеть:</u> способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.</p>

<b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>
ОПК-1 – Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	ОПК-1.1. Знание понятий.	<p><b>1 семестр</b></p> <p><u>Знать:</u> естественнонаучную сущность понятий линейного уравнения и системы линейных уравнений, матрицы и определителя, обратной матрицы, вектора, базиса, скалярного, векторного, смешанного произведений, прямых и плоскостей; эллипсов, гипербол и парабол, поверхностей второго порядка в пространстве.</p> <p><b>2 семестр</b></p> <p><u>Знать:</u> естественнонаучную сущность понятий линейного векторного пространства и его подпространств, базисов в линейных векторных пространствах, множеств и их отображений, линейных отображений, линейных операторов, собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, ковекторов,</p>

		билинейных и квадратичных форм, многомерных евклидовых пространств.
	ОПК-1.2. Способность оперировать понятиями.	<p><b>1 семестр</b></p> <p><i>Уметь:</i> применять математический аппарат сложения и умножения матриц; приведения матриц к Гауссовскому ступенчатому виду; вычисления определителей матриц и обратных матриц; сложения векторов и умножения их на числа; разложения векторов по базисам; вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений по координатам векторов в различных базисах; распознавания различных видов уравнений прямых и плоскостей и преобразования одних видов уравнений к другим; приведения уравнений кривых второго порядка к каноническому виду; распознавания поверхностей второго порядка по их уравнениям.</p> <p><b>2 семестр</b></p> <p><i>Уметь:</i> применять математический аппарат замены базисов; построения отображений множеств; вычисления матриц линейных отображений и линейных операторов; нахождения собственных чисел и собственных векторов линейных операторов, приведения матриц линейных операторов к жордановой форме, вычисления скалярного произведения векторов с координатами; нахождения сигнатуры билинейных и квадратичных форм; нахождения длин векторов и углов между ними в многомерных евклидовых пространствах.</p>
	ОПК-1.3. Умение решать задачи.	<p><b>1 и 2 семестры</b></p> <p><i>Владеть:</i> способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.</p>

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Аналитическая геометрия, Линейная алгебра» относится к обязательной части.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1 и 2 семестрах.

Цели изучения дисциплины: овладение математическим аппаратом, используемым в дисциплинах специализации.

**Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные на предыдущем уровне образования и проверенные при поступлении в университет.**

### 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся).

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

#### 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

УК-1 – Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Код и наим. индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
УК-1.1. Знание понятий.	<p><b>1 семестр</b></p> <p><u>Знать:</u> понятие линейного уравнения и системы линейных уравнений, метод Гаусса и метод Крамера для их решения; понятие матрицы и матричные операции; понятие определителя и обратной матрицы; понятие вектора и алгебраические операции с векторами; свойства алгебраических операций с векторами; понятия коллинеарности и компланарности; базисы на прямой, на плоскости и в пространстве; понятие скалярного, векторного, смешанного произведения и их свойства, способы вычисления этих произведений в косоугольном и ортонормированном базисах; формулы свёртки; различные виды уравнений прямых и плоскостей; канонические уравнения эллипсов, гипербол и парабол, уравнения касательных к ним, расположение их фокусов и директрис, формулы для вычисления их эксцентриситета; уравнения поверхностей второго порядка в пространстве.</p> <p><b>2 семестр</b></p>	Практически не знает	Имеет значительные пробелы в знаниях	Знает почти всё	Знает всё

	<p><u>Знать</u>: понятие линейного векторного пространства и его подпространств; понятие базисов и их замен; понятие множеств и их отображений; понятие линейных отображений и их матриц; понятие линейных операторов и их матриц; понятие собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, понятия инвариантных, собственных и корневых подпространств линейного оператора; понятие жордановых форм матрицы линейного оператора; понятие ковекторов, понятие билинейных и квадратичных форм и их сигнатур; понятие многомерного евклидова пространства.</p>				
<p>УК-1.2. Умение оперировать понятиями</p>	<p><b>1 семестр</b> <u>Уметь</u>: складывать и умножать матрицы, приводить матрицы к Гауссовскому ступенчатому виду; вычислять определители матриц и находить обратные матрицы; складывать векторы и умножать их на числа; раскладывать векторы по базисам; вычислять скалярное, векторное и смешанное произведения по координатам векторов в различных базисах; распознавать различные виды уравнений прямых и плоскостей и преобразовывать одни виды уравнений к другим; приводить уравнения кривых второго порядка к каноническому виду; распознавать поверхности второго порядка по их уравнениям.</p> <p><b>2 семестр</b> <u>Уметь</u>: отличать линейные векторные пространства и их подпространства от других множеств; выполнять замены базисов; вычислять суммы и пересечения подпространств; строить отображения множеств; вычислять матрицы линейных отображений и линейных операторов; находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов; приводить матрицы линейных операторов к жордановой форме; вычислять скалярное произведение векторов с ковекторами; находить сигнатуры билинейных и квадратичных форм; находить длины векторов и углы между ними в многомерных евклидовых пространствах.</p>	<p>Практически не умеет</p>	<p>Не умеет по значительной части материала дисциплины</p>	<p>Умеет почти всё</p>	<p>Умеет всё</p>
<p>УК-1.3. Умение решать</p>	<p><b>1 и 2 семестры</b> <u>Владеть</u>: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.</p>	<p>Практически не владеет</p>	<p>Не владеет по значитель</p>	<p>По существу владеет</p>	<p>Владеет</p>



задачи.			ной части материала дисциплины		
---------	--	--	--------------------------------	--	--

ОПК-1 – Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

Код и наим. индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
ОПК-1.1. Знание понятий.	<p><b>1 семестр</b> <u>Знать:</u> естественнонаучную сущность понятий линейного уравнения и системы линейных уравнений, матрицы и определителя, обратной матрицы, вектора, базиса, скалярного, векторного, смешанного произведений, прямых и плоскостей; эллипсов, гипербол и парабол, поверхностей второго порядка в пространстве.</p> <p><b>2 семестр</b> <u>Знать:</u> естественнонаучную сущность понятий линейного векторного пространства и его подпространств, базисов в линейных векторных пространствах, множеств и их отображений, линейных отображений, линейных операторов, собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, ковекторов, билинейных и квадратичных форм, многомерных евклидовых пространств.</p>	Практически не знает	Имеет значительные пробелы в знаниях	Знает почти всё	Знает всё
ОПК-1.2. Умение оперировать понятиями	<p><b>1 семестр</b> <u>Уметь:</u> применять математический аппарат сложения и умножения матриц; приведения матриц к Гауссовскому ступенчатому виду; вычисления определителей матриц и обратных матриц; сложения векторов и умножения их на числа; разложения векторов по базисам; вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений по координатам векторов в различных базисах; распознавания различных видов уравнений прямых и плоскостей и преобразования</p>	Практически не умеет	Не умеет по значительной части материала дисциплины	Умеет почти всё	Умеет всё

	<p>одних видов уравнений к другим; приведения уравнений кривых второго порядка к каноническому виду; распознавания поверхностей второго порядка по их уравнениям.</p> <p><b>2 семестр</b></p> <p><u>Уметь: применять математический аппарат замены базисов; построения отображений множеств; вычисления матриц линейных отображений и линейных операторов; нахождения собственных чисел и собственных векторов линейных операторов, приведения матриц линейных операторов к жордановой форме, вычисления скалярного произведения векторов с ковекторами; нахождения сигнатуры билинейных и квадратичных форм; нахождения длин векторов и углов между ними в многомерных евклидовых пространствах.</u></p>				
ОПК-1.3. Умение решать задачи.	<p><b>1 и 2 семестры</b></p> <p><u>Владеть:</u> способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.</p>	Практически не владеет	Не владеет по значительной части материала дисциплины	По существу владеет	Владеет

### Форма итогового контроля по дисциплине в 1-ом и 2-ом семестрах – экзамен

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины.

- от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;
- от 60 до 79 баллов – «хорошо»;
- от 80 баллов – «отлично».

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.**

Код и наим. индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства
<p>УК-1.1. Знание понятий.</p>	<p><b>1 семестр</b> <u>Знать:</u> понятие линейного уравнения и системы линейных уравнений, метод Гаусса и метод Крамера для их решения; понятие матрицы и матричные операции; понятие определителя и обратной матрицы; понятие вектора и алгебраические операции с векторами; свойства алгебраических операций с векторами; понятия коллинеарности и компланарности; базисы на прямой, на плоскости и в пространстве; понятие скалярного, векторного, смешанного произведения и их свойства, способы вычисления этих произведений в косоугольном и ортонормированном базисах; формулы свёртки; различные виды уравнений прямых и плоскостей; канонические уравнения эллипсов, гипербол и парабол, уравнения касательных к ним, расположение их фокусов и директрис, формулы для вычисления их эксцентриситета; уравнения поверхностей второго порядка в пространстве.</p> <p><b>2 семестр</b> <u>Знать:</u> понятие линейного векторного пространства и его подпространств; понятие базисов и их замен; понятие множеств и их отображений; понятие линейных отображений и их матриц; понятие линейных операторов и их матриц; понятие собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, понятия инвариантных, собственных и корневых подпространств линейного оператора; понятие жордановых форм матрицы линейного оператора; понятие ковекторов, понятие билинейных и квадратичных форм и их сигнатур; понятие многомерного евклидова пространства.</p>	<p>Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.</p>

<p>УК-1.2. Умение оперировать понятиями</p>	<p><b>1 семестр</b> <u>Уметь:</u> складывать и умножать матрицы, приводить матрицы к Гауссовскому ступенчатому виду; вычислять определители матриц и находить обратные матрицы; складывать векторы и умножать их на числа; раскладывать векторы по базисам; вычислять скалярное, векторное и смешанное произведения по координатам векторов в различных базисах; распознавать различные виды уравнений прямых и плоскостей и преобразовывать одни виды уравнений к другим; приводить уравнения кривых второго порядка к каноническому виду; распознавать поверхности второго порядка по их уравнениям.</p> <p><b>2 семестр</b> <u>Уметь:</u> отличать линейные векторные пространства и их подпространства от других множеств; выполнять замены базисов; вычислять суммы и пересечения подпространств; строить отображения множеств; вычислять матрицы линейных отображений и линейных операторов; находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов; приводить матрицы линейных операторов к жордановой форме; вычислять скалярное произведение векторов с ковекторами; находить сигнатуры билинейных и квадратичных форм; находить длины векторов и углы между ними в многомерных евклидовых пространствах.</p>	<p>Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.</p>
<p>УК-1.3. Умение решать задачи.</p>	<p><b>1 и 2 семестры</b> <u>Владеть:</u> способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.</p>	<p>Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.</p>

Код и наим. индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства
<p>ОПК-1.1. Знание</p>	<p><b>1 семестр</b> <u>Знать:</u> естественнонаучную сущность понятий линейного уравнения и системы</p>	<p>Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты,</p>

понятий.	<p>линейных уравнений, матрицы и определителя, обратной матрицы, вектора, базиса, скалярного, векторного, смешанного произведений, прямых и плоскостей; эллипсов, гипербол и парабол, поверхностей второго порядка в пространстве.</p> <p><b>2 семестр</b></p> <p><u>Знать:</u> естественнонаучную сущность понятий линейного векторного пространства и его подпространств, базисов в линейных векторных пространствах, множеств и их отображений, линейных отображений, линейных операторов, собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, ковекторов, билинейных и квадратичных форм, многомерных евклидовых пространств.</p>	работа в аудитории и у доски.
ОПК-1.2. Умение оперировать понятиями	<p><b>1 семестр</b></p> <p><u>Уметь:</u> применять математический аппарат сложения и умножения матриц; приведения матриц к Гауссовскому ступенчатому виду; вычисления определителей матриц и обратных матриц; сложения векторов и умножения их на числа; разложения векторов по базисам; вычисления скалярного, векторного и смешанного произведений по координатам векторов в различных базисах; распознавания различных видов уравнений прямых и плоскостей и преобразования одних видов уравнений к другим; приведения уравнений кривых второго порядка к каноническому виду; распознавания поверхностей второго порядка по их уравнениям.</p> <p><b>2 семестр</b></p> <p><u>Уметь:</u> применять математический аппарат замены базисов; построения отображений множеств; вычисления матриц линейных отображений и линейных операторов; нахождения собственных чисел и собственных векторов линейных операторов, приведения матриц линейных операторов к жордановой форме, вычисления скалярного произведения векторов с ковекторами; нахождения сигнатуры билинейных и квадратичных форм; нахождения длин векторов и углов между ними в многомерных евклидовых пространствах.</p>	Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.
ОПК-1.3. Умение	<p><b>1 и 2 семестры</b></p> <p><u>Владеть:</u> способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при</p>	Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты,

решать задачи.	решении учебно-тренировочных задач.	работа в аудитории и у доски.
----------------	-------------------------------------	-------------------------------

### Вопросы для проведения экзамена в 1-ом семестре.

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса для их решения.
2. Системы линейных уравнений. Метод Крамера для их решения.
3. Определители квадратных матриц произвольного размера. Свойства определителей.
4. Умножение матриц. Понятие об обратной матрице и способы ее вычисления.
5. Понятие вектора. Геометрические и свободные векторы. Алгебраические операции с векторами. Свойства алгебраических операций с векторами.
6. Коллинеарность, компланарность и линейная зависимость векторов.
7. Базисы на прямой, на плоскости, и в пространстве. Единственность разложения вектора в базисе.
8. Замена базиса. Матрицы перехода. Пересчет координат вектора при замене базиса.
9. Скалярное произведение векторов и его свойства. Вычисление скалярного произведения векторов по их координатам в косоугольном базисе. Матрица Грама. Ортонормированный базис.
10. Векторное произведение векторов и его свойства. Вычисление векторного произведения векторов по их координатам в ортонормированном базисе.
11. Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрическая интерпретация смешанного произведения. Ориентированный объем базиса.
12. Вычисление векторного произведения по координатам векторов в косоугольном базисе.
13. Формулы свертки.
14. Формула двойного векторного произведения.
15. Уравнения прямой на плоскости.
16. Уравнения плоскости в пространстве.
17. Уравнения прямой в пространстве.
18. Геометрическое определение эллипса и каноническое уравнение. Числовые параметры и геометрические свойства эллипса.
19. Геометрическое определение гиперболы и каноническое уравнение. Числовые параметры и геометрические свойства гиперболы.
20. Геометрическое определение параболы и каноническое уравнение. Числовые параметры и геометрические свойства параболы.

21. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду.
22. Поверхности второго порядка, их типы и канонические уравнения.

### **Вопросы для проведения экзамена во 2-ом семестре.**

1. Комплексные числа.
2. Линейные векторные пространства.
3. Линейная зависимость и независимость.
4. Порождающие системы и базисы. Координаты векторов.
5. Координаты векторов. Преобразование координат векторов при замене базиса.
6. Пересечения и суммы подпространств.
7. Множества и отображения.
8. Линейные отображения.
9. Матрица линейного отображения.
10. Линейные операторы.
11. Матрица линейного оператора.
12. Инвариантные подпространства. Сужение операторов.
13. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.
14. Корневые подпространства, базисы из цепочек и Жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора.
15. Линейные функционалы. Векторы и ковекторы. Сопряженное пространство.
16. Билинейные и квадратичные формы. Формула восстановления.
17. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Индексы инерции и сигнатура.

### **Экзаменационные билеты**

Экзаменационные билеты состоят из 2 вопросов, первый вопрос берётся из первой половины списка вопросов к экзамену (1-11), второй вопрос — из второй половины списка (12-22). Исчерпывающий и верный ответ на каждый вопрос оценивается в 15 баллов.

#### **Критерии оценки (в баллах):**

- **25-30 баллов** если студент продемонстрировал владение более 80% учебного материала по дисциплине.

- **17-24 баллов** если студент продемонстрировал владение от 60% до более 79% учебного материала по дисциплине.
- **10-16 баллов** если студент продемонстрировал владение от 45% до более 59% учебного материала по дисциплине.
- **1-10 баллов** если студент продемонстрировал владение менее 45% учебного материала по дисциплине.

Образец экзаменационных билетов представлен в приложении 4

### **Задачи для рубежного контроля.**

Дисциплина разбита на два модуля в каждом из двух семестров. По каждому модулю имеется свой список задач для самостоятельного решения. Задачи доставляются студенту в режиме онлайн через университетский сервер WebWork

<http://webwork-okko.bashedu.ru/webwork2/>

либо через систему тестирований в личном кабинете студента

<https://cabinet.bashedu.ru/>

За рубежный контроль студент может получить до 30 баллов, по 15 баллов за каждый модуль. Примеры задач для рубежного контроля по двум модулям представлены в приложении 3.

### **Работа в аудитории и у доски.**

Работа у доски состоит в выборочном разборе отдельных задач, аналогичных тем, что студенты получают в режиме онлайн через университетский сервер WebWork. Решение задачи сопровождается обсуждением теории. За каждый модуль студент выходит к доске как минимум 1 раз. При этом знание теории оценивается в 5 баллов, решение задач в 10 баллов, реплики с места, дополнения, пояснения в 5 баллов. Суммарно по 20 баллов за каждый из двух модулей.

### **4.3. Рейтинг-план дисциплины.**

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.



## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Шарипов Р. А. Курс аналитической геометрии. Учебное пособие. // РИЦ БашГУ, Уфа, 2011, С. 225. ISBN 978-5-7477-2574-4 [Электронный ресурс] — Электронная версия печ. публикации. — <URL: [https://elib.bashedu.ru/dl/local/Sharipov\\_Course\\_of\\_analitica\\_geometry\\_up\\_2011.pdf/info](https://elib.bashedu.ru/dl/local/Sharipov_Course_of_analitica_geometry_up_2011.pdf/info)>.
2. Гайдамак О. Г., Силова Е. В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Учебное пособие. // РИЦ БашГУ, Уфа, 2012, С. 96. [Электронный ресурс] — Электрон. версия печ. публикации. — <URL: [https://elib.bashedu.ru/dl/read/GaidamakSilovaAnalit.Geometriy\\_i\\_LineinayAlgebraUPos.2012.pdf/info](https://elib.bashedu.ru/dl/read/GaidamakSilovaAnalit.Geometriy_i_LineinayAlgebraUPos.2012.pdf/info)>.
3. Шарипов Р. А. Курс линейной алгебры и многомерной геометрии. Учебное пособие. // РИЦ БашГУ, Уфа, 1996, С. 146. ISBN 978-5-7477-0099-5 [Электронный ресурс] — Электронная версия печ. публикации. — <URL: [https://elib.bashedu.ru/dl/local/Sharipov\\_Kurs\\_linejnoj\\_algebry\\_up\\_1996.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/local/Sharipov_Kurs_linejnoj_algebry_up_1996.pdf)>.

#### Дополнительная литература:

4. Ахметвалиева Э. Н., Ахтямов А. М. Математика. Ч. 1: Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. // РИЦ БашГУ, Уфа, 2010 — Электрон. версия печ. публикации. — <URL: <https://elib.bashedu.ru/dl/read/AhmetvalievaAhtymovaMatematika1Uch.pos.2010.pdf>>.
5. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебник для физ.-мат. спец. вузов / П. С. Александров. — СПб. : Лань, 2009. — 512 с. : ил. — ISBN 978-5-8114-0908-2. — <URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=493](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=493)>.
6. Картак В. В., Зеркина А. В. Высшая алгебра: метод. указания. 2 семестр // РИЦ БашГУ, Уфа, 2013. — Электрон. версия печ. публикации. — <URL: <https://elib.bashedu.ru/dl/corp/KartakVysshayaAlgebra.pdf/info>>.
7. Садриева Р. Т., Сидельникова Н. А. Линейная алгебра. Методические указания к решению задач контрольных работ. // РИЦ БашГУ, Уфа, 2013 — Электрон. версия печ. публикации. — <URL: [https://elib.bashedu.ru/dl/corp/Sadrieva,Sidelnicova\\_coct\\_Lineynaya\\_algebra\\_Met.uk\\_Ufa\\_2013.pdf/info](https://elib.bashedu.ru/dl/corp/Sadrieva,Sidelnicova_coct_Lineynaya_algebra_Met.uk_Ufa_2013.pdf/info)>.
8. Гумеров И. С., Муртазина С. А. Практикум по алгебре. Типовые задачи и упражнения для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов. // РИЦ БашГУ, Уфа, 2013 — Электрон. версия печ. публикации. — <URL: [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Gumerov,\\_Murtazina\\_Praktikun\\_po\\_algebre\\_Tipov.zadachi\\_dlya\\_proved.prakt.zanyatiy\\_2013.pdf/info](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Gumerov,_Murtazina_Praktikun_po_algebre_Tipov.zadachi_dlya_proved.prakt.zanyatiy_2013.pdf/info)>.
9. Александров Н. Д. Лекции по алгебре (многочлены от одной переменной). // Бирск: БФ БашГУ, 2015. — Электрон. версия печ. публикации. — <URL: [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Alexandrov\\_avt-sost\\_Lexii\\_po\\_algebre\\_up\\_Birsk\\_2015.pdf/info](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Alexandrov_avt-sost_Lexii_po_algebre_up_Birsk_2015.pdf/info)>.

### 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

10. Университетский сервер WebWork на сайте БашГУ: <http://webwork-okko.bashedu.ru/webwork2/>.

11. Шарипов Р. А. Электронный курс «Ангем ФТИ» в системе дистанционного обучения БашГУ: <URL: <http://sdo.bashedu.ru/course/view.php?id=812>>.

12. Шарипов Р. А. Электронный курс «Линалг ФТИ» в системе дистанционного обучения БашГУ: <URL: <http://sdo.bashedu.ru/course/view.php?id=2632>>

#### 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Аудитория 01, 02, 301 или иная аудитория по расписанию занятий	<i>Лекции</i>	Доска
Аудитория 322, 318, 216 или иная аудитория по расписанию занятий	<i>Практические занятия</i>	Доска
Библиотека, читальные залы	<i>Самостоятельная работа</i>	Интернет, университетский сервер WebWork

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Аналитическая геометрия, Линейная алгебра на 1 и 2 семестры

очная

форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	6/216
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:136	
лекций	66
практических/ семинарских	70
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	2,4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	23,6
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	54

Форма контроля:

экзамен 1 семестр

экзамен 2 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР /СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Аналитическая геометрия, Семестр 1, Модуль 1</b>								
1.	<p>Системы линейных уравнений СЛУ. Матричное представление линейных уравнений. Основная и расширенная матрица СЛУ. Элементарные преобразования систем линейных уравнений и элементарные преобразования их матриц. Метод Гаусса для решения СЛУ. Приведение матрицы системы линейных уравнений к гауссовскому ступенчатому виду. Зависимые и независимые переменные. Совместность систем линейных уравнений - понятие о ранге матрицы и теорема Кронекера-Капелли.</p> <p>Метод Крамера для решения систем линейных уравнений. Понятие определителя квадратной матрицы. Определители матриц размера <math>2 \times 2</math> и <math>3 \times 3</math>. Вычисление определителей методом разложения по строке. Миноры и алгебраические дополнения. Свойства определителей произвольного размера.</p> <p>Вычисление определителей при помощи элементарных преобразований строк и столбцов в матрице. Определители треугольных и диагональных матриц.</p>	4	4	0	1	1-3,11	10, первое задание онлайн по WebWork, задачи 1-8 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

2.	<p>Алгебраические операции с матрицами. Сложение матриц, умножение матриц на число и умножение двух матриц. Запись матричного умножения в компонентах. Нулевая матрица и единичная матрица. Понятие обратной матрицы для квадратных матриц. Определитель произведения двух квадратных матриц. Невырожденность и обратимость квадратных матриц. Геометрические векторы и операция параллельного переноса. Понятие свободного вектора. Алгебраические операции со свободными векторами: сложение векторов (правило параллелограмма и правило треугольника) и умножение векторов на числа. Нулевой вектор и вектор, противоположный заданному. Свойства алгебраических операций с векторами (8 свойств). Понятие линейной комбинации. Коэффициенты и значение линейной комбинации. Тривиальность и равенство нулю линейных комбинаций. Понятия линейной зависимости и линейной независимости.</p>	4	4	0	1	1-3,11	10, первое задание онлайн по WebWork, задачи 9-16 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
3.	<p>Линейная зависимость для систем из одного, из двух и из трех векторов. Понятия коллинеарности и компланарности, их связь с линейной зависимостью. Базисы на прямой, на плоскости и в пространстве. Геометрические построения, используемые для разложения вектора по базису. Теорема о линейной зависимости систем из четырех и более векторов в геометрическом пространстве Евклида. Базисы и координатное представление векторов. Теорема о единственности разложения вектора по заданному базису. Запись координат</p>	4	4	0	1	1-3,11	10, первое задание онлайн по WebWork, задачи 17-24 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	вектора в столбик и использование верхних индексов. Замена базиса. Формулы перехода и матрицы перехода. Матрицы прямого и обратного переходов. Пересчёт координат векторов при замене базиса. Эйнштейновская конвенция о расположении индексов в суммах.							
4	<p>Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения (4 свойства). Вычисление скалярного произведения векторов по их координатам в косоугольном базисе. Матрица Грама для косоугольного базиса. Понятие об ортонормированном базисе. Вычисление скалярного произведения векторов по их координатам в ортонормированном базисе. Символ Кронекера. Ориентация. Понятие о правой и левой тройках некомпланарных векторов. Векторное произведение векторов (три условия, определяющие векторное произведение двух векторов). Свойства векторного произведения (4 свойства). Вычисление векторного произведения по координатам векторов в косоугольном базисе (структурные константы векторного произведения). Структурные константы в случае правого и левого ортонормированных базисов. Вычисление векторного произведения по координатам векторов в ортонормированном правом базисе (формула в виде детерминанта). Использование векторного произведения для вычисления площадей параллелограмма и треугольника.</p>	4	4	0	1	1-3,11	10, первое задание онлайн по WebWork, задачи 25-34 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
<b>Аналитическая геометрия, Семестр 1, Модуль 2</b>								
5	Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения (4 свойства).	4	4	0	0	1-3,11	10, второе задание онлайн по	Оценка работы в аудитории и у доски

	<p>Вычисление смешанного произведения векторов по их координатам в косоугольном базисе. Структурные константы смешанного произведения. Ориентированный объем базиса и символ Леви-Чивита. Выражение структурных констант смешанного произведения через символ Леви-Чивита. Вычисление смешанного произведения векторов по их координатам в ортонормированном базисе правого базиса (формула в виде определителя). Использование смешанного произведения для вычисления объемов косоугольного параллелепипеда, косоугольной призмы и пирамиды. Формулы свёртки. Последовательный вывод первой, второй, третьей и четвертой формул свёртки. Формула двойного векторного произведения и тождество Якоби. Использование тождеств свёртки для вывода формулы двойного векторного произведения. Другие примеры использования формул свёртки (произведение двух смешанных произведений). Связь структурных констант векторного и смешанного произведений. Понятие об обратной матрице Грама. Поднятие и опускание индексов. Выражение структурных констант векторного произведения через символ Леви-Чивита и матрицу Грама.</p>						WebWork, задачи 1-5 из числа задач для рубежного контроля	
6	<p>Базисы и системы координат. Понятие радиус-вектора. Преобразование координат точки при замене системы координат. Поворот системы координат. Угол поворота и матрица поворота. Задание линий и поверхностей уравнениями в координатах. Параметрические и непараметрические уравнения. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой</p>	4	4	0	1	1-3,11	10, второе задание онлайн по WebWork, задачи 6-10 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	на плоскости: 1) векторно-параметрическое уравнение; 2) координатно-параметрическое уравнение; 3) нормальное векторное уравнение; 4) общее уравнение в координатах; 5) каноническое уравнение в координатах; 6) уравнение прямой, проходящей через две заданные точки; 7) уравнение прямой в отрезках.							
7	Плоскость в пространстве. Различные виды уравнения плоскости в пространстве: 1) векторно-параметрическое уравнение; 2) координатно-параметрическое уравнение; 3) нормальное векторное уравнение; 4) общее уравнение в координатах; 5) каноническое уравнение; 6) уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки; 7) уравнение плоскости в отрезках. Прямая в пространстве. Различные виды уравнения прямой в пространстве: 1) векторно-параметрическое уравнение, 2) координатно-параметрическое уравнение, 3) векторное уравнение, 4) каноническое уравнение в координатах, 5) уравнение прямой, проходящей через две заданные точки, 6) задание прямой в виде пересечения двух плоскостей.	4	4	0	1	1-3,11	10, второе задание онлайн по WebWork, задачи 11-15 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
8	Эллипс. Геометрическое определение и каноническое уравнение эллипса. Вершины, полуоси, фокусы, эксцентриситет и директрисы эллипса. Уравнение касательной к эллипсу. Свойство директрис и фокальное свойство эллипса. Гипербола. Геометрическое определение и каноническое уравнение гиперболы. Вершины, полуоси, фокусы, эксцентриситет и директрисы гиперболы.	4	4	0	1	1-3,11	10, второе задание онлайн по WebWork, задачи 16-20 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски



	Асимптоты гиперболы. Уравнение касательной к гиперболе. Свойство директрис и фокальное свойство гиперболы.							
9	Парабола. Геометрическое определение и каноническое уравнение параболы. Вершина, фокусы, и параметр параболы. Уравнение касательной к параболы. Фокальное свойство параболы. Кривые второго порядка на плоскости. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду. Классификация кривых второго порядка (9 типов, регулярные и вырожденные случаи). Поверхности второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка (17 типов, регулярные и вырожденные случаи).	4	4	0	0,8	1-3,11	10, второе задание онлайн по WebWork, задачи 21-28 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
	<b>Всего часов за 1-ый семестр:</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>0</b>	<b>7,8</b>			

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР /СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Линейная алгебра, Семестр 2, Модуль 1</b>								
1.	Матричное решение уравнения $i^2=-1$ . Комплексные числа. Вещественная и мнимая части комплексного числа. Сложение и вычитание комплексных чисел. Умножение и деление комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корней. Комплексный логарифм и комплексная экспонента. Линейное векторное пространство (ЛВП). Определение и примеры ЛВП. Аксиомы ЛВП и простейшие следствия из них. Понятие подпространства. Линейная зависимость и независимость систем векторов в ЛВП. Свойства линейной зависимости. Теорема Штейница.	4	2	0	2	1-3,12	10, первое задание онлайн по WebWork, задачи 1-8 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
2.	Системы векторов и их линейные оболочки. Порождающие системы векторов. Свойства минимальности и линейной независимости порождающих систем. Базисы и размерность ЛВП. Свойства размерности. Теорема о дополнении базиса. Базисы и координатное представление векторов, верхние и нижние	4	2	0	2	1-3,12	10, первое задание онлайн по WebWork, задачи 9-16 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	индексы. Замена базисов в ЛВП. Матрицы перехода. Связь матриц прямого и обратного переходов. Преобразование координат вектора при замене базисов.							
3.	Отображения. Область определения и область значений отображения. Образы и полные прообразы отдельных элементов и подмножеств. Множество значений отображения. Сюръективность, инъективность и биективность отображений. Композиция отображений. Тожественное отображение. Понятие об обратном отображении. Сужение и продолжение отображений. Линейные отображения. Ядро и образ линейного отображения. Критерии инъективности и сюръективности линейных отображений к терминах ядра и образа. Линейность отображения, обратного линейному и биективному отображению. Теорема о линейной независимости прообразов линейно независимых векторов. Изоморфизм линейных векторных пространств. Теорема о совпадении размерностей изоморфных пространств. Базисы и изоморфизм общих линейных векторных пространств пространствам $\mathbb{K}^n$ , где $\mathbb{K}$ — поле.	4	2	0	2	1-3,12	10, первое задание онлайн по WebWork, задачи 17-24 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
4	Матрица линейного отображения. Матрица составного отображения (композиции). Изменение матрицы линейного отображения при замене базисов в области определения и в области значений. Задача о приведении матрицы линейного отображения к почти диагональному виду. Теорема о сумме размерностей ядра и образа линейного отображения. Вычисление ядра и образа линейного отображения.	4	2	0	2	1-3,12	10, первое задание онлайн по WebWork, задачи 25-33 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	Нахождение пары базисов, диагонализующих матрицу линейного отображения.							
<b>Линейная алгебра, Семестр 2, Модуль 2</b>								
5	Линейные операторы. Инъективность, сюръективность и биективность в случае линейных операторов. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса. Детерминант линейного оператора. Невырожденность и биективность. Алгебраические операции с линейными операторами и их свойства. Коммутатор и антикоммутатор линейных операторов. Инвариантные подпространства линейного оператора. Суммы и пересечения инвариантных подпространств. Одномерные инвариантные подпространства и собственные векторы. Собственные числа и характеристическое уравнение линейного оператора. Корни характеристического уравнения (характеристические числа). Простые и кратные характеристические числа. Задача о приведении матрицы линейного оператора к каноническому виду. Диагонализируемые операторы. Собственные подпространства. Теорема о сумме собственных подпространств, отвечающих различным собственным числам.	4	2	0	2	1-3,12	10, второе задание онлайн по WebWork, задачи 1-12 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
6	Кратные собственные числа и корневые подпространства линейного оператора. Две теоремы о сумме корневых подпространств, отвечающих различным собственным числам. Особенности вещественного и комплексного случаев. Цепочки векторов в корневых подпространствах. Начальный и крайний векторы цепочки. Теорема о линейной	4	2	0	2	1-3,12	10, второе задание онлайн по WebWork, задачи 6-10 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	<p>независимости цепочек с линейно независимыми крайними векторами и теорема о базисе из цепочек в корневом подпространстве линейного оператора. Жорданов блок, жорданов базис и жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора. Теорема Гамильтона-Кэли. Линейные функционалы. Алгебраические операции с функционалами и сопряженное пространство. Координатные функционалы и сопряженный базис. Вычисление размерности сопряженного пространства. Ковекторная запись линейных функционалов и скалярное произведение вектора с ковектором. Преобразование координат ковектора при смене базиса. Ортогональные дополнения подпространств в сопряженном пространстве и их размерности. Свойства ортогональных дополнений. Сопряженное отображение.</p>							
7	<p>Билинейные и квадратичные формы. Симметричные билинейные формы. Восстановление симметричной билинейной формы по соответствующей ей квадратичной форме. Компоненты билинейных и квадратичных форм в базисе. Преобразование компонент квадратичной формы при замене базиса. Ядро квадратичной формы и ортогональные дополнения относительно квадратичных форм. Приведение матрицы квадратичной формы к диагональному виду. Нулевой индекс инерции и его связь с размерностью ядра. Сигнатура квадратичной формы (особенности комплексного и вещественного случаев). Положительный и отрицательный индексы инерции в</p>	4	2	0	2	1-3,12	10, второе задание онлайн по WebWork, задачи 11-15 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	вещественном случае. Теорема об инвариантности положительного и отрицательного индексов инерции. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности.							
8	Положительные квадратичные формы в роли скалярного произведения. Евклидовы пространства. Неравенство треугольника и неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Понятие длины вектора и угла между векторами. Матрица Грама и ее детерминант. Теорема о дополнении ортонормированного базиса из подпространства до ортонормированного базиса во всем пространстве. Квадратичные формы в евклидовом пространстве. Ограниченность квадратичных форм в конечномерных евклидовых пространствах и их нормы. Экстремальные векторы и диагонализация квадратичной формы в ортонормированном базисе. Диагонализация пары форм, одна из которых положительно определена.	2	4	0	1,8	1-3,12	10, второе задание онлайн по WebWork, задачи 16-20 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
	<b>Всего часов за 2-ой семестр:</b>	<b>30</b>	<b>34</b>	<b>0</b>	<b>15,8</b>			
	<b>Всего:</b>	<b>66</b>	<b>36</b>	<b>0</b>	<b>23,6</b>			

Рейтинг-план дисциплины Аналитическая геометрия, Линейная алгебра

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Курс первый, семестр первый (осенний)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий в модуле	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
1. Работа у доски и в аудитории			0	20
<b>Рубежный контроль</b>				
1. Решение 34 задач онлайн из первого задания WebWork	15	1	0	15
<b>Модуль 2</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
1. Работа у доски и в аудитории			0	20
<b>Рубежный контроль</b>				
1. Решение 28 задач онлайн из второго задания WebWork	15	1	0	15
<b>Поощрительные баллы</b>				
Согласно положению о модульно рейтинговой системе			0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение семинарских занятий			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
. Экзамен	15	2	0	30

Рейтинг-план дисциплины Аналитическая геометрия, Линейная алгебра

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Курс первый, семестр второй (весенний)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий в модуле	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
11. Работа у доски и в аудитории			0	20
<b>Рубежный контроль</b>				
13. Решение 33 задач онлайн из первого задания WebWork	15	1	0	15
<b>Модуль 2</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
5. Работа у доски и в аудитории			0	20
<b>Рубежный контроль</b>				
23. Решение 48 задач онлайн из второго задания WebWork	15	1	0	15
<b>Поощрительные баллы</b>				
Согласно положению о модульно рейтинговой системе			0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение семинарских занятий			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
6. Экзамен	15	2	0	30

/



Образцы задач для рубежного контроля (1-ый семестр)

Из первого задания по WebWork

**Задача 1.1.** Определите, имеют ли данные матрицы ступенчатую форму, приведённую ступенчатую форму, или не имеют ступенчатой формы.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & -8 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Задача 1.2.** Приведите матрицу  $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 & 8 \\ -2 & -3 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$  к приведённой ступенчатой форме.

Из второго задания по WebWork

**Задача 2.3.** Даны два вектора  $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}$  и  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Вычислите длины векторов и их скалярное произведение.

**Задача 2.4.** Найдите уравнение плоскости, которая была бы параллельна плоскости  $9x - 7y - 2z = -6$  и проходила через точку  $(-4, -5, -2)$ . Запишите ответ в виде  $ax + by + cz = d$ , где  $a = 9$ .

**Задача 2.5.** Найдите уравнение плоскости, которая перпендикулярна прямой

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ -10 \\ 6 \end{bmatrix} t$$

и проходит через точку  $(-4, -5, 8)$ . Запишите ответ в виде  $ax + by + cz = d$ , где  $a = 10$ .

**Задача 2.6.** Даны три точки  $(-3, -1, 0)$ ,  $(-7, -4, -1)$ ,  $(-7, -3, 1)$ , через которые проведена плоскость. Найдите вектор нормали к этой плоскости.

**Задача 2.7.** Вычислите векторное произведение  $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ , если  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  и  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

Вычислите векторное произведение  $[\mathbf{c}, \mathbf{d}]$ , если  $\mathbf{c} = 3\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3$  и  $\mathbf{d} = 1\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2 + 0\mathbf{e}_3$ , где  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — вектора ортонормированного базиса в  $\mathbb{R}^3$ .

## Образцы задач для рубежного контроля (2-ой семестр)

### Из первого задания по WebWork

**Задача 1.1.** Какие из перечисленных ниже подмножеств  $\mathbb{R}^{3 \times 3}$  являются линейными подпространствами  $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ ?

- A) Матрицы размерности  $3 \times 3$  в приведённой ступенчатой форме;
- B) Диагональные матрицы размерности  $3 \times 3$ ;
- C) Матрицы размерности  $3 \times 3$  с нулями в во второй строке;
- D) Симметричные матрицы размерности  $3 \times 3$ ;
- E) Обратимые матрицы размерности  $3 \times 3$ ;
- F) Матрицы размерности  $3 \times 3$  с целыми элементами.

**Задача 1.2.** Пусть  $x, y, z$  — векторы и пусть  $z = -1x - 3y$  и  $w = -2x + 3y - 2z$ . Выберите верные утверждения из приведённого ниже списка.

- A)  $\text{Span}(y) = \text{Span}(w)$ ;
- B)  $\text{Span}(x, y) = \text{Span}(x, w, z)$ ;
- C)  $\text{Span}(y, w) = \text{Span}(z)$ ;
- D)  $\text{Span}(x, z) = \text{Span}(y, w)$ .

**Задача 1.3.** Пусть  $S_1$  — линейное подпространство пространства  $M_4(\mathbb{R})$ , состоящее из всех симметричных матриц. Пусть  $S_2$  — линейное подпространство пространства  $M_5(\mathbb{R})$ , состоящее из всех кососимметричных матриц. Найдите размерности этих подпространств.

### Из второго задания по WebWork

**Задача 2.1.** Найдите определитель матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 3 - i & 4 + 2i \\ 1 + 2i & -1 - 4i \end{bmatrix}.$$

**Задача 2.2.** Пусть

$$A = \begin{bmatrix} -13 & 12 \\ -16 & 15 \end{bmatrix}.$$

Найдите две различные диагональные матрицы  $D$  и соответствующие матрицы  $S$  такие, что  $A = SDS^{-1}$ .

**Образец экзаменационных билетов (1-ый семестр)**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ

экзаменационный билет № \_\_\_\_\_ номер скрыт  
по дисциплине «Аналитическая геометрия» (20\_\_ - \_\_ уч. год)

1. Замена базиса. Матрицы перехода. Пересчет координат вектора при замене базиса.
2. Геометрическое определение гиперболы и каноническое уравнение. Числовые параметры и геометрические свойства гиперболы.

Преподаватель \_\_\_\_\_ / Шарипов Р. А. /

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / Хабибуллин Б. Н. /

**Образец экзаменационных билетов (2-ой семестр)**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ

экзаменационный билет № \_\_\_\_\_ номер скрыт  
по дисциплине «Линейная алгебра» (20\_\_ - \_\_ уч. год)

1. Линейная зависимость и независимость.
2. Матрица линейного отображения.

Преподаватель \_\_\_\_\_ / Шарипов Р. А. /

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / Хабибуллин Б. Н. /