


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 5 от «25» января 2021 г.

Зав. кафедрой  / Хабибуллин Б.Н.

Согласовано:  
Председатель УМК факультета /института

 / Балапанов М.Х.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Векторный и тензорный анализ

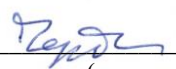
обязательная

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)  
03.03.01 Прикладные математика и физика

Направленность (профиль) подготовки  
Моделирование физических процессов и технологий

Квалификация  
Бакалавр

|   |  |
|---|--|
| Разработчик (составитель)<br><u>доц., к.ф.-м.н.</u><br>(должность, ученая степень, ученое звание) |  / <u>Черданцев И.Ю.</u><br>(подпись, Фамилия И.О.) |
|---|--|

Для приема: 2021

Уфа 2021 г.

Составитель / составители: доц., к.ф.-м.н. Черданцев И.Ю.

Рабочая программа дисциплины *утверждена* на заседании кафедры высшей алгебры и геометрии протокол от «25» января 2021 г. № 5.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры высшей алгебры и геометрии протокол № 11 от «15» июня 2021 г.

Заведующий кафедрой



/ Б.Н. Хабибуллин/

### Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций 4
2. **Цель** и место дисциплины в структуре образовательной программы 6
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) 6
4. Фонд оценочных средств по дисциплине 6
  - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине. 6
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине. 9
  - 4.3. *Рейтинг-план дисциплины (при необходимости)* 10
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины 13
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 13
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы 13
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине 14

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

| <b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>   | <b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b> | <b>Результаты обучения по дисциплине</b>   |
|---|---|--|
| <i>ОПК-2 – способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности.</i> | <i>ОПК-2.1. Знание понятий.</i>                             | Знать: основные понятия, определения и свойства объектов векторного и тензорного анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства.       |
|   | <i>ОПК-2.2. Способность оперировать понятиями.</i>          | Уметь: доказывать утверждения векторного и тензорного анализа, уметь применять полученные навыки для создания математических моделей типовых профессиональных задач. |
|   | <i>ОПК-2.3. Умение решать задачи.</i>                       | Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.  |

| <b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>   | <b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b> | <b>Результаты обучения по дисциплине</b>   |
|---|---|--|
| <i>ОПК-3 – способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты).</i> | <i>ОПК-3.1. Знание понятий.</i>                             | Знать: естественнонаучную сущность понятий тензора, тензорного закона преобразования, векторного и тензорного полей, ковариантного дифференцирования векторных и тензорных полей, градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа.  |
|   | <i>ОПК-3.2. Способность оперировать понятиями.</i>          | Уметь: производить алгебраические операции над тензорами, вычислять компоненты тензоров при изменении базиса, производить свертку тензоров, осуществлять спуск и подъем индексов, производить ковариантное дифференцирование векторных и тензорных полей, находить градиент, дивергенцию, ротор и оператор Лапласа в ортогональных криволинейных |

|  |                                       |   |
|--|---------------------------------------|---|
|  |                                       | системах координат.   |
|  | <i>ОПК-3.3. Умение решать задачи.</i> | Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач. |

## **2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» относится к обязательной части и входит в раздел «Б1.0.09.06» (обязательная часть) ФГОС по направлению подготовки 03.03.01 «Прикладная математика и физика».

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 семестре.

**Цели изучения дисциплины:** научиться производить алгебраические операции над тензорами, вычислять компоненты тензоров при изменении базиса, производить свертку тензоров, осуществлять спуск и подъем индексов, производить ковариантное дифференцирование векторных и тензорных полей, находить градиент, дивергенцию, ротор и оператор Лапласа в ортогональных криволинейных системах координат.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: аналитическая геометрия, линейная алгебра, математический анализ. Понятия полилинейных функционалов и тензоров основываются на: понимании векторных пространств, линейных операторов, билинейных функций и скалярных произведений; умении преобразовывать координаты векторов, матрицы линейных операторов и билинейных функционалов при изменении базисов. Для освоения ковариантного дифференцирования векторных и тензорных полей, нахождения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа в ортогональных криволинейных системах координат необходимо знание и владение математическим анализом.

Знания, полученные в результате освоения курса «Векторный и тензорный анализ» формируют у студентов правильные представления об основных понятиях векторного и тензорного анализа - математической науки, используемой при изучении механики, электричества и магнетизма, квантовой теории, электродинамики, геофизики. Кроме того, этот курс позволяет создавать математические модели различных физических задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей. Поэтому, изучение дисциплины является одним из важнейших элементов подготовки специалистов по данному направлению.

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» одна из базовых дисциплин профиля, ибо без её знания невозможно адекватное понимание механики, электричества и магнетизма, квантовой теории, электродинамики, геофизики.

По предмету и методу своих исследований данный курс тесно связан с аналитической геометрией, линейной алгеброй, математическим анализом и способствует формированию у будущих специалистов навыков создания математических моделей типовых профессиональных задач и интерпретирования полученных результатов с учетом границ применимости моделей.

## **3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## **4. Фонд оценочных средств по дисциплине**

### **4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.**

Код и формулировка компетенции

**ОПК-2** способностью использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности.

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине  | Критерии оценивания результатов обучения  |   |
|--|--|---|---|
|  |  | Не зачтено  | Зачтено   |
| ОПК-2.1.<br>Знание понятий.                          | Знать: основные понятия, определения и свойства объектов векторного и тензорного анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства.   | Отсутствие знаний или фрагментарные представления о основных понятиях, определениях и свойствах объектов векторного и тензорного анализа, формулировках и доказательствах утверждений, методах их доказательства.   | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о основных понятиях, определениях и свойствах объектов векторного и тензорного анализа, формулировках и доказательствах утверждений, методах их доказательства.   |
| ОПК-2.2.<br>Умение оперировать понятиями.            | Уметь: доказывать утверждения и решать задачи векторного и тензорного анализа, уметь применять полученные навыки для создания математических моделей типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей. | Отсутствие умений или фрагментарные умения: доказывать утверждения и решать задачи векторного и тензорного анализа, применять полученные навыки для создания математических моделей типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей. | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение: доказывать утверждения и решать задачи векторного и тензорного анализа, применять полученные навыки для создания математических моделей типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей. |
| ОПК-2.3.<br>Умение решать задачи.                    | Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики.                        | Отсутствие владения или фрагментарное владение способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем использовать в профессиональной деятельности базовые   | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем использовать в профессиональной деятельности базовые   |

|  |  |   |   |
|--|--|---|---|
|  |  | знания фундаментальных разделов математики. | знания фундаментальных разделов математики. |
|--|--|---|---|

Код и формулировка компетенции

**ОПК-3** – способностью составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты).

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине  | Критерии оценивания результатов обучения   |  |
|--|--|--|--|
|  |  | Не зачтено   | Зачтено  |
| ОПК-3.1.<br>Знание понятий.                          | Знать: естественнонаучную сущность понятий тензора, тензорного закона преобразования, векторного и тензорного полей, ковариантного дифференцирования векторных и тензорных полей, градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа.  | Отсутствие знаний или фрагментарные представления о естественнонаучной сущности понятий тензора, тензорного закона преобразования, векторного и тензорного полей, ковариантного дифференцирования векторных и тензорных полей, градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа.   | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о естественнонаучной сущности понятий тензора, тензорного закона преобразования, векторного и тензорного полей, ковариантного дифференцирования векторных и тензорных полей, градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа.   |
| ОПК-3.2.<br>Умение оперировать понятиями.            | Уметь: производить алгебраические операции над тензорами, вычислять компоненты тензоров при изменении базиса, производить свертку тензоров, осуществлять спуск и подъем индексов, производить ковариантное дифференцирование векторных и тензорных полей, находить градиент, дивергенцию, ротор и оператор Лапласа в ортогональных криволинейных системах координат. | Отсутствие умений или фрагментарные умения производить алгебраические операции над тензорами, вычислять компоненты тензоров при изменении базиса, производить свертку тензоров, осуществлять спуск и подъем индексов, производить ковариантное дифференцирование векторных и тензорных полей, находить градиент, дивергенцию, ротор и оператор Лапласа в ортогональных криволинейных системах координат. | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использование умений производить алгебраические операции над тензорами, вычислять компоненты тензоров при изменении базиса, производить свертку тензоров, осуществлять спуск и подъем индексов, производить ковариантное дифференцирование векторных и тензорных полей, находить градиент, дивергенцию, ротор и оператор Лапласа в ортогональных криволинейных системах координат. |



|                                   |  |  |  |
|-----------------------------------|--|--|--|
| ОПК-3.3.<br>Умение решать задачи. | Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач для выработки в последующем понимания ключевых аспектов и концепций в области их специализации. | Отсутствие владения или фрагментарное владение способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач для выработки в последующем понимания ключевых аспектов и концепций в области их специализации. | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач для выработки в последующем понимания ключевых аспектов и концепций в области их специализации. |
|-----------------------------------|--|--|--|

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),  
не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.**

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине  | Оценочные средства                                    |
|--|--|---|
| ОПК-2.1. Знание понятий.                             | Знать: основные понятия, определения и свойства объектов векторного и тензорного анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства.       | Индивидуальный, групповой опрос; контрольные работы   |
| ОПК-2.2. Умение оперировать понятиями.               | Уметь: доказывать утверждения векторного и тензорного анализа, уметь применять полученные навыки для создания математических моделей типовых профессиональных задач. | Индивидуальный, групповой опрос; практическое задание |
| ОПК-2.3. Умение решать задачи.                       | Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.  | Контрольные работы                                    |

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине  | Оценочные средства                                    |  |
|--|--|---|--|
| ОПК-3.1. Знание понятий.                             | Знать: естественнонаучную сущность понятий тензора, тензорного закона преобразования, векторного и тензорного полей, ковариантного дифференцирования векторных и тензорных полей, градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа.  | Индивидуальный, групповой опрос; контрольные работы   |  |
| ОПК-3.2. Умение оперировать понятиями.               | Уметь: производить алгебраические операции над тензорами, вычислять компоненты тензоров при изменении базиса, производить свертку тензоров, осуществлять спуск и подъем индексов, производить ковариантное дифференцирование векторных и тензорных полей, находить градиент, дивергенцию, ротор и оператор Лапласа в ортогональных криволинейных системах координат. | Индивидуальный, групповой опрос; практическое задание |  |
| ОПК-3.3. Умение решать задачи.                       | Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.  | Контрольные работы                                    |  |

#### 4.3. Рейтинг-план дисциплины (при необходимости)

Рейтинг-план дисциплины представлен в приложении 2.

Примерные вопросы для зачета:

1. Сопряженное пространство. Преобразование сопряженного базиса и координат ковекторов.
2. Билинейные функционалы. Пространства со скалярным умножением. Метрические коэффициенты и взаимные базисы.
3. Пространство билинейных функционалов. Билинейные функционалы от ковекторов. Смешанные билинейные функционалы.
4. Полилинейные функционалы. Тензоры. Алгебра тензоров. Базис пространства тензоров.
5. Свертка тензоров.
6. Тензоры в пространстве с невырожденным скалярным умножением. Подъем и спуск индексов.
7. Симметричные и кососимметричные тензоры.
8. Тензорные и векторные поля. Ковариантное дифференцирование векторных полей. Ковариантное дифференцирование тензоров.
9. Инварианты линейного оператора. Дивергенция и ротор линейного оператора.

10. Градиент скалярного поля. Производная по направлению.
11. Дивергенция и ротор векторного поля. Производная векторного поля по направлению.
12. Повторные операции теории поля.
13. Криволинейные координаты. Выражение основных операций теории поля в криволинейных координатах.

### **Вопросы для практических занятий**

#### Занятие № 1

Сопряженное пространство. Преобразование сопряженного базиса и координат ковекторов.

#### Занятие № 2

Билинейные функционалы. Пространства со скалярным умножением.

#### Занятие № 3

Метрические коэффициенты и взаимные базисы. Пространство билинейных функционалов.

#### Занятие № 4, 5

Полилинейные функционалы. Тензоры. Тензорный закон преобразования.

#### Занятие № 6

Базис пространства тензоров. Свертка тензоров.

#### Занятие № 7, 8

Тензоры в пространстве с невырожденным скалярным умножением. Подъем и спуск индексов.

#### Занятие № 9

Симметричные и кососимметричные тензоры.

#### Занятие № 10

Векторные поля. Ковариантное дифференцирование векторных полей.

#### Занятие № 11, 12

Тензорные поля. Ковариантное дифференцирование тензорных полей.

#### Занятие № 13

Градиент скалярного поля. Производная векторного поля по направлению.

#### Занятие № 14

Дивергенция и ротор векторного поля.

#### Занятие № 15

Повторные операции теории поля.

#### Занятие № 16

Криволинейные координаты.

#### Занятие № 17

Градиент, дивергенция, ротор и оператор Лапласа в ортогональных криволинейных системах координат.

Описание методики оценивания практических занятий:

**Критерии оценки (в баллах):** за каждую решенную задачу у доски ставится 2 балла.

## Задания для контрольной работы

Описание контрольной работы:

Контрольная работа состоит из пяти практических заданий по пройденному материалу.

Пример варианта контрольной работы:

### Контрольная работа №1

1. Найти значение тензора  $A \otimes B - B \otimes A \in T_5^0(V)$  от набора  $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ :

1)  $A = e^1 \otimes e^2 + e^2 \otimes e^3 + e^2 \otimes e^2 \in T_2^0(V)$ ,

$B = e^1 \otimes e^1 \otimes (e^3 - e^3) \in T_3^0(V)$ ,  $v_1 = e_1, v_2 = e_1 + e_2, v_3 = e_2 + e_3, v_4 = v_5 = e_2$ ;

2)  $A = e^1 \otimes e^2 + e^2 \otimes e^3 + e^3 \otimes e^1 \in T_2^0(V)$ ,

$B \in T_3^0(V)$ , все координаты которого равны 1,

$$v_1 = e_1 + e_2, v_2 = e_2 + e_3, v_3 = e_1 + e_3, v_4 = v_5 = e_2.$$

2. Найти координаты:

$t_{i'j'}^{k'}$  тензора  $e^1 \otimes e^2 \otimes (e_1 + e_2) \in T_2^1(V)$  в базисе

$$(e_{1'}, e_{2'}) = (e_1, e_2) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$$

3. Найти координаты:

$t_{i'j'}^{k'n'}$  тензора  $e^2 \otimes e^1 \otimes e_3 \otimes e_1 + e^3 \otimes e^3 \otimes e_1 \otimes e_2 \in T_2^2(V)$  в базисе

$$(e_{1'}, e_{2'}, e_{3'}) = (e_1, e_2, e_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти свертку:

1) по первому верхнему и нижнему индексам тензора

$$T = 2e^2 \otimes e_1 \otimes e_2 - 3e^1 \otimes e_1 \otimes e_2 - 9e^1 \otimes e_2 \otimes e_1;$$

2) по верхнему и второму нижнему индексам тензора

$$T = 3e^2 \otimes e^1 \otimes e_2 + 2e^1 \otimes e^2 \otimes e_2 - 12e^2 \otimes e^1 \otimes e_1.$$

5. Дан метрический тензор  $G = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  и тензор

$$T = 2e^2 \otimes e_1 \otimes e_2 - 3e^1 \otimes e_1 \otimes e_2 - 9e^1 \otimes e_2 \otimes e_1.$$

1) Опустить первый верхний индекс на первое место вниз;

2) Поднять нижний индекс на второе место вверх;

3) Поднять нижний индекс на третье место вверх.

Описание методики оценивания контрольных работ:

**Критерии оценки (в баллах):** за каждую решенную задачу ставится 5 баллов, если задача решена на половину, то за нее ставится 2-3 балла.

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Постников, М.М. Линейная алгебра. Санкт-Петербург : Лань, 2009. <https://e.lanbook.com/book/319>.
2. Дмитриенко И.Ю. Тензорное исчисление: учеб. пособие для вузов.— М.: Высшая школа, 2001.
3. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. Санкт-Петербург: Лань, 2018. <https://e.lanbook.com/book/109625>.
4. Горлач, Б.А. Тензорная алгебра и тензорный анализ. Санкт-Петербург : Лань, 2015. <https://e.lanbook.com/book/56160>.

#### Дополнительная литература:

5. Ильин В. А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: М.: Физматлит, 2008. <https://e.lanbook.com/book/2178>.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: Часть II. М.: Физматлит, 2009. <https://e.lanbook.com/book/2736>.

### 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

| № | Наименование ресурса   | Краткая характеристика  |
|---|--|---|
| 1 | <a href="http://www.iqlib.ru">http://www.iqlib.ru</a>                          | Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания  |
| 2 | Электронная библиотека <a href="http://www.mccme.ru/">http://www.mccme.ru/</a> | Сайт Московского Центра Непрерывного Математического Образования ставит своей целью сохранение и развитие традиций математического образования, поддержку различных форм внеклассной работы со школьниками (кружков, олимпиад, турниров и т.д.), методическую помощь руководителям кружков и преподавателям классов с углубленным изучением математики, поддержку программ в области преподавания математики в высшей школе и аспирантуре, научной работы |
| 3 | <a href="http://www.eqworld.ipmnet.ru/">http://www.eqworld.ipmnet.ru/</a>      | Учебно-образовательная физико-математическая библиотека, содержащая DjVu- и PDF-файлы учебников   |
| 4 | <a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>                    | 3 Общероссийский математический портал  |
| 5 | <a href="http://www.biblioclub.ru/">http://www.biblioclub.ru/</a>              | Электронная библиотечная система «Университетская библиотека – online»: специализируется на учебных материалов для ВУЗов по научно-гуманитарной тематике, а также содержит материалы по точным и естественным наукам  |

**Примечание [F1]:** В библиотеке не более 20 экз. за все годы издания. Есть в ЭБС (надо указать его обязательно):  
 Постников, Михаил Михайлович. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Математика" / М.М. Постников. — 3-е изд, испр. — СПб. : Лань, 2009. — 400 с. — Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему издательства "Лань". — ISBN 978-5-8114-0890-0. — <URL:[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=319](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=319)>.

**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

| <i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i> | <i>Вид занятий</i>   | <i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i> |
|--|----------------------|--|
| <i>1</i>   | <i>2</i>             | <i>3</i>   |
| Аудитории 301, 01, 02, 324   | Лекции               | Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска.          |
| Аудитории 224, 318, 323, 324   | Практические занятия | Доска.   |

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
 ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
 ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины *Векторный и тензорный анализ* на 5 семестр  
 (наименование дисциплины)

очная

форма обучения

| <b>Вид работы</b>   | <b>Объем дисциплины</b> |
|---|-------------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)   | 2/72                    |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем:  | 54,2                    |
| лекций  | 18                      |
| практических/ семинарских   | 36                      |
| лабораторных  |                         |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР) | 0,2                     |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)  | 17,8                    |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)   |                         |

Форма(ы) контроля:

Зачет 5 семестр

| №<br>п/п | Тема и содержание   | Форма изучения материалов: лекции,<br>практические занятия, семинарские занятия,<br>лабораторные работы, самостоятельная работа<br>и трудоемкость (в часах) |        |    |     | Основная и<br>дополнительная<br>литература,<br>рекомендуемая<br>студентам<br>(номера из<br>списка) | Задания по<br>самостоятельной<br>работе<br>студентов                                     | Форма<br>текущего<br>контроля<br>успеваемости<br>(коллоквиумы,<br>контрольные<br>работы,<br>компьютерные<br>тесты и т.п.) |
|----------|---|---|--------|----|-----|--|--|---|
|          |   | ЛК  | ПР/СЕМ | ЛР | СР  |  |  |   |
| 1        | 2   | 3   | 4      | 5  | 6   | 7  | 8  | 9   |
| 1.       | Сопряженное пространство.<br>Преобразование сопряженного<br>базиса и координат ковекторов.<br>Билинейные функционалы.<br>Пространства со скалярным<br>умножением. Метрические<br>коэффициенты и взаимные базисы.<br>Пространство билинейных<br>функционалов. Билинейные<br>функционалы от ковекторов.<br>Смешанные билинейные<br>функционалы. | 3   | 6      |    | 3,8 | [1]:Лекции 4,5;<br>[5]:гл.8,§1.  | [3]: гл.14, §35,<br>№1- 10,15-<br>18,21,22,<br>24,34,37-39.                              | Проверка<br>домашних<br>заданий, опрос<br>теоретического<br>материала   |
| 2.       | Полилинейные функционалы.<br>Тензоры. Алгебра тензоров. Базис<br>пространства тензоров. Свертка<br>тензоров. Тензоры в<br>пространстве с невырожденным<br>скалярным умножением. Подъем<br>и спуск индексов. Симметричные и<br>кососимметричные тензоры.   | 6   | 12     |    | 5   | [1]:Лекции 6,8;  | [3]: гл.14, §36,<br>№4,5,15,16,<br>17,20,21,25,<br>27,28,36,37, 40;<br>§37, №8,9, 11,13. | Проверка<br>домашних<br>заданий, опрос<br>теоретического<br>материала,<br>контрольная<br>работа                           |
| 3.       | Тензорные и векторные поля.<br>Ковариантное дифференцирование<br>векторных полей. Ковариантное<br>дифференцирование тензоров.   | 3   | 6      |    | 3   | [2]:гл.5, 6;<br>[4]:гл.2,§1-4,<br>гл.3, §1-12.   | [2]:гл.5,<br>№5.1.1-5.1.5,<br>5.2.1-5.2.5;   | Проверка<br>домашних<br>заданий, опрос<br>теоретического<br>материала   |



|                     |  |    |    |  |      |  |  |   |
|---------------------|--|----|----|--|------|--|--|---|
| 4.                  | Инварианты линейного оператора. Дивергенция и ротор линейного оператора. Градиент скалярного поля. Производная по направлению. Дивергенция и ротор векторного поля. Производная векторного поля по направлению. Повторные операции теории поля. Криволинейные координаты. Выражение основных операций теории поля в криволинейных координатах. | 6  | 12 |  | 6    | [2]: гл.6, §3-5;<br>[4]: гл.3, §13-15;<br>[6]: гл.6, §1-3. | [2]: гл.6, №6.1.1-6.1.8, 6.2.1-6.2.3, 6.3.1-6.3.3. | Проверка домашних заданий, опрос теоретического материала, контрольная работа |
| <b>Всего часов:</b> |  | 18 | 36 |  | 17,8 |  |  |   |

## Рейтинг – план дисциплины

Векторный и тензорный анализ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление/специальность 03.03.01 Прикладные математика и физикакурс 3, семестр 5

| Виды учебной деятельности студентов                                    | Балл за конкретное задание | Число заданий за семестр | Баллы       |              |
|--|----------------------------|--------------------------|-------------|--------------|
|  |                            |                          | Минимальный | Максимальный |
| <b>Модуль 1.</b>   |                            |                          |             |              |
| <b>Текущий контроль</b>  |                            |                          | <b>0</b>    | <b>26</b>    |
| 1. Аудиторная работа (практические занятия)                            | 2                          | 8                        | <b>0</b>    | <b>16</b>    |
| 2. Выполнение домашних заданий   | 1                          | 10                       | <b>0</b>    | <b>10</b>    |
| <b>Рубежный контроль</b>   |                            |                          | <b>0</b>    | <b>25</b>    |
| 1. Письменная контрольная работа                                       | 5                          | 5                        | <b>0</b>    | <b>25</b>    |
| <b>Модуль 2.</b>   |                            |                          |             |              |
| <b>Текущий контроль</b>  |                            |                          | <b>0</b>    | <b>24</b>    |
| 1. Аудиторная работа (практические занятия)                            | 1                          | 7                        | <b>0</b>    | <b>14</b>    |
| 2. Выполнение домашних заданий   | 1                          | 10                       | <b>0</b>    | <b>10</b>    |
| <b>Рубежный контроль</b>   |                            |                          | <b>0</b>    | <b>25</b>    |
| 1. Письменная контрольная работа                                       | 5                          | 5                        | <b>0</b>    | <b>25</b>    |
| <b>Поощрительные баллы</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов                        |                            |                          | <b>10</b>   | <b>10</b>    |
| 2. Публикация статей   |                            |                          |             |              |
| 3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)                 |                            |                          |             |              |
| <b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b> |                            |                          |             |              |
| 1. Посещение лекционных занятий  |                            |                          | <b>0</b>    | <b>-6</b>    |
| 2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)          |                            |                          | <b>0</b>    | <b>-10</b>   |
| <b>Итоговый контроль</b>   |                            |                          |             |              |
| 1. Зачет   |                            |                          | <b>60</b>   | <b>110</b>   |