


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено  
на заседании кафедры  
протокол № 6 от 26.01.2021 г.

Зав. кафедрой  / Ишкин Х.К.

Согласовано:

Председатель УМК  
Института экономики,  
финансов и бизнеса

 / Абзалилова Л.Р.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Математический анализ

Обязательная часть

**Программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)

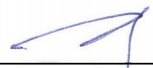
01.03.05 «Статистика»

Направленность (профиль) подготовки

«Анализ данных»,

Квалификация

Бакалавр

Разработчик (составитель)	 / <u>Ишкин Х.К.</u>
<u>профессор, д.ф.-м.н., доцент</u>	
<i>должность, уч. степень, уч. звание</i>	

Для приема: 2021

Уфа — 2021

# Содержание

<b>1</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Фонд оценочных средств по дисциплине</b>	<b>6</b>
4.1	Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине . . . . .	6
4.2	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине . . . . .	11
	1. Рейтинг-план дисциплины . . . . .	11
	2. Экзамен . . . . .	11
	3. Контрольные работы . . . . .	20
	4. Тесты . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)</b>	<b>34</b>
5.1	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины . . . . .	34
5.2	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы . . . . .	36
	А. Ресурсы «Интернет» . . . . .	36
	В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины	36
<b>6</b>	<b>Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине</b>	<b>38</b>
	<b>Приложение № 1: Содержание рабочей программы</b>	<b>39</b>
	<b>Приложение № 2: Рейтинг-планы</b>	<b>59</b>

# 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
1	2	3	4
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3. Способен осознанно применять методы математической и дескриптивной статистики для анализа количественных данных, в том числе с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ, содержательно интерпретировать полученные результаты, готовить статистические материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов	ОПК-3.1. Применяет современный статистический и математический инструментарий для решения профессиональных задач	Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям экономико-математического знания и к дисциплинам естественно-научного и экономического содержания

1	2	3 ОПК-3.2. Использует методы математической и дескриптивной статистики для построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, разрабатывает прогноз	4 Умеет применять методы математической и дескриптивной статистики для построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, разрабатывать прогноз
		ОПК-3.3. Интерпретирует полученные результаты анализа количественных данных и готовит материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов	Владеет навыками интерпретации полученных результатов анализа количественных данных и подготовки материалов для докладов, публикаций и других аналитических материалов

## 2 Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются:

- формирование математической культуры студентов;
- фундаментальная подготовка в области математического анализа;
- овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математики и дисциплинах естественно-научного, экономического циклов.

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части цикла Б1 Дисциплины (модули). Дисциплина изучается на 1,2 курсах в 1 –3 семестрах.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения школьного курса математики а также дисциплины «Алгебра и геометрия».

Дисциплина «Математический анализ» относится к числу основных разделов современной математики. Знание математического анализа является важной составляющей общей математической культуры выпускника. Эти знания необходимы для освоения дисциплин: «прикладной функциональный анализ», «теория вероятностей и математическая статистика», «экономико-математическое моделирование».

### **3 Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## 4 Фонд оценочных средств по дисциплине

### 4.1 Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции

ОПК-3. Способен осознанно применять методы математической и дескриптивной статистики для анализа количественных данных, в том числе с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ, содержательно интерпретировать полученные результаты, готовить статистические материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения
		Неудовлетворительно   Удовлетворительно   Хорошо   Отлично

<p>ОПК-3.1 При- меняет совре- менный статисти- ческий и матема- тический инстру- ментарий для ре- шения професси- ональных задач</p>	<p>Знает современный статистический и математический инструментарий для решения про- фессиональных задач</p>	<p>Фрагментарные пред- ставления о современ- ном статистическом и математическом инструментарии</p>	<p>Неполные представ- ления о современном статистическом и математическом ин- струментарии для решения професси- ональных задач</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдель- ные пробелы пред- ставления о современ- ном статистическом и математическом инструментарии для решения професси- ональных задач</p>	<p>Сформированные си- стематические пред- ставления о современ- ном статистическом и математическом инструментарии для решения професси- ональных задач</p>
--	--	---	---	--	---

<p>ОПК-3.2. Использует методы математической и дескриптивной статистики для построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, разрабатывает прогнозы</p>	<p>Умеет применять методы математической и дескриптивной статистики для построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, разрабатывать прогнозы</p>	<p>Фрагментарные представления о методах математической и дескриптивной статистики, построения прогнозов</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое использование методов математической и дескриптивной статистики для построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, построения прогнозов</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использование методов математической и дескриптивной статистики для построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, построения прогнозов</p>	<p>Сформированное умение использовать методы математической и дескриптивной статистики для построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, разрабатывать прогнозы</p>
---	---	--	--	--	--



ОПК-3.3. Интерпретирует полученные результаты анализа количественных данных и готовит материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов	Владеет навыками интерпретации полученных результатов анализа количественных данных и подготовки материалов для докладов, публикаций и других аналитических материалов	Фрагментарные навыки интерпретации полученных результатов анализа количественных данных и подготовки материалов для докладов, публикаций и других аналитических материалов	В целом успешные, но не систематические навыки интерпретации полученных результатов анализа количественных данных и подготовки материалов для докладов, публикаций и других аналитических материалов	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы навыки интерпретации полученных результатов анализа количественных данных и подготовки материалов для докладов, публикаций и других аналитических материалов	Успешное и систематическое использование полученных результатов анализа количественных данных и подготовки материалов для докладов, публикаций и других аналитических материалов
---	--	--	--	--	--

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),

- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

## 4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-3.1. Применяет современный статистический и математический инструментарий для решения профессиональных задач	Знает современный статистический и математический инструментарий для решения профессиональных задач	Контрольные работы, тесты
ОПК-3.2. Использует методы математической и дескриптивной статистики для построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, разрабатывает прогноз	Умеет применять методы математической и дескриптивной статистики для построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, разрабатывать прогнозы	Контрольные работы, тесты, коллоквиум
ОПК-3.3. Интерпретирует полученные результаты анализа количественных данных и готовит материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов	Владеет навыками применения интерпретации полученных результатов анализа количественных данных и подготовки материалов для докладов, публикаций и других аналитических материалов	Контрольные работы, тесты

### 1. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг-план дисциплины представлен в приложении № 2.

### 2. Экзамен

#### В. Вопросы к экзамену

- I семестр

1. Понятие множества. Парадокс Рассела. Операции над множествами. Отношения, отображения, функции. Мощность множества.
2. Аксиоматика множества вещественных чисел и некоторые общие свойства.
3. Аксиома полноты. Принцип верхней грани.
4. Натуральные числа. Принцип математической индукции. Неравенство Бернулли. Бином Ньютона.
5. Некоторые свойства натуральных чисел.
6. Рациональные и иррациональные числа. Иррациональность  $\sqrt{2}$ . Принцип Архимеда. Плотность рациональных чисел.
7. 2 модели множества вещественных чисел: геометрическая интерпретация и бдд.
8. Основные леммы анализа: Кантора о вложенных отрезках, Гейне – Бореля, Больцано – Вейерштрасса.
9. Счетность множества рациональных чисел. Некоторые свойства счетных множеств. Несчетность  $[0, 1]$ .
10. Предел последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
11. Пределный переход и неравенства
12. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Свойства предела, связанные с арифметическими операциями.
13. Предел монотонной последовательности.
14. Число  $e$ .
15. Подпоследовательности, частичные пределы. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
16. Критерий Коши сходимости последовательности
17. Два определения предела функции и их эквивалентность.
18. Различные типы пределов. Примеры
19. Свойства пределов функции, связанные с арифметическими операциями.
20. Критерий Коши.
21. Б.б. и б.м. функции. О-символика. Связь между бм и бб функциями.
22. Свойства пределов, связанные с неравенствами.
23. Существование предела монотонной функции.
24. Непрерывность функции. Непрерывность результатов арифметических действий над непрерывными функциями.
25. Непрерывность сложной функции.
26. Существование и непрерывность функции, обратной к монотонной.
27. Теорема о точках разрыва монотонной функции.
28. Определение и непрерывность показательной функции.

29. Определение и непрерывность логарифмической функции, тригонометрических функций, обратных тригонометрических функций.
30. Два замечательных предела.
31. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.
32. Теорема Коши о прохождении через нуль и о промежуточном значении.
33. 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.
34. Равномерная непрерывность, Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
35. Производная. Геометрический смысл производной. Дифференцируемость и производная. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал.
36. Дифференцируемость и арифметические операции.
37. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
38. Дифференцируемость обратной функции.
39. Производные элементарных функций.
40. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
41. Точка локального экстремума. Лемма Ферма.
42. Теоремы Ролля, Лагранжа Следствия из теоремы Лагранжа.
43. Правило Лопиталья (неопределенность  $(\frac{0}{0})$  и  $(\frac{\infty}{\infty})$ ).
44. Теорема Тейлора об остаточном члене в общей форме. Следствия из нее: остаточный член в форме Лагранжа и Коши.
45. Локальная формула Тейлора.
46. Формулы Тейлора для основных элементарных функций.
47. Монотонность в точке и на интервале. Ее связь со знаком производной.
48. Достаточные условия экстремума.
49. Выпуклость функции на отрезке. Геометрическая интерпретация.
50. Достаточное условие выпуклости.
51. Точка перегиба. Необходимое условие перегиба.
52. Достаточные условия перегиба.
53. Асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты. Исследование функции и построение графика. Пример.
54. Первообразная. Теорема об общем виде первообразных. Неопределенный интеграл. Основные свойства.
55. Таблица неопределенных интегралов.
56. Основные методы интегрирования (метод подстановки и по частям).
57. Интегральные суммы, их геометрический смысл. Интегрируемость. Необходимое условие интегрируемости. Пример ограниченной неинтегрируемой функции.

58. Суммы Дарбу. Основные свойства. Верхние и нижние интегралы.
59. Критерий интегрируемости.
60. Классы интегрируемых функций.
61. Свойства определенного интеграла: линейность и интегрируемость произведения.
62. Свойства определенного интеграла: аддитивность.
63. Оценки интегралов: монотонность. Интегрируемость модуля интегрируемой функции.
64. Теоремы о среднем значении. Следствия из нее.
65. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница.
66. Интегрирование по частям. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
67. Замена переменной в определенном интеграле.
68. Понятие кривой. Длина дуги кривой. Корректность определения длины.
69. Формула для длины гладкой кривой.
70. Определение площади фигуры. Площадь криволинейной трапеции. Площадь сектора. Кубируемость. Кубируемость цилиндра. Объем тела вращения.

• **II семестр**

1. Множество  $\mathbb{R}^n$  и метрика в нем. Открытые и замкнутые множества в  $\mathbb{R}^n$ . Критерий замкнутости.
2. Компакты в  $\mathbb{R}^n$ . Компактность  $n$ - мерного параллелепипеда.
3. Т. Гейне – Бореля – Лебега.
4. Понятие функции многих переменных.
5. Последовательности точек в  $\mathbb{R}^n$ . Критерий Коши.
6. Т. Больцано - Вейерштрасса.
7. Два определения предела функции в  $\mathbb{R}^n$ . Их эквивалентность. Повторные пределы.
8. Непрерывность функции в  $\mathbb{R}^n$ . Основные свойства непрерывных функций в: арифметические свойства. непрерывность сложной функции, устойчивость знака непрерывной функции. Т. о промежуточном значении, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.
9. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
10. Частные производные. Дифференцируемость. Существование частных производных дифференцируемой функции. Дифференцируемость  $\Rightarrow$  непрерывность. Дифференциал.
11. Достаточное условие дифференцируемости.
12. Дифференцируемость сложной функции.
13. Инвариантность формы первого дифференциала.

14. Частные производные высших порядков. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования.
15. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность их форм. Инвариантность в случае линейной зависимости.
16. Формула Тейлора для функций многих переменных.
17. Экстремум функций многих переменных. Необходимое условие экстремума.
18. Квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
19. Достаточные условия экстремума.
20. Достаточные условия экстремума в случае 2 переменных.
21. Наибольшее и наименьшее значения функции многих переменных.
22. Понятие о неявной функции. Неявная функция 1 переменной.
23. Неявная функция многих переменных.
24. Неявные функции, заданные системой уравнений.
25. Т. об обратном отображении.
26. Условный экстремум. Сведение к безусловному экстремуму. Необходимые условия условного экстремума.
27. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
28. Достаточные условия условного экстремума. Пример.
29. Числовой ряд. Инвариантность сходимости относительно добавления (отбрасывания) конечно-го числа членов. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши.
30. Критерий сходимости рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения.
31. Признак Даламбера.
32. Признак Коши.
33. Соотношение между признаками Коши и Даламбера.
34. Интегральный признак Коши. Признак Раабе.
35. Абсолютная и условная сходимость. Примеры.
36. Теорема Римана о перестановке условно сходящегося ряда.\*
37. Теорема Коши о перестановке абсолютно сходящегося ряда.
38. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Признак Лейбница.
39. Сходимость суммы и разности сходящихся рядов. Теорема Мертенса.
40. Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости. Связь с рядами.
41. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку. Аналогия с рядами. Примеры.
42. Несобственный интеграл от неотрицательной функции: критерий сходимости, признаки сравнения, частный признак сравнения.

43. Абсолютная и условная сходимость.
44. Признаки Абеля и Дирихле.
45. Замена переменных и интегрирование по частям.
46. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
47. Несобственные интегралы с несколькими особенностями. Главное значение в смысле Коши. Примеры.

• **III семестр**

1. Поточечная сходимость функциональных последовательностей. Примеры. Основные вопросы.
2. Равномерная сходимость. Критерий Коши.
3. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса.
4. Признак Дирихле равномерной сходимости. Пример.
5. Признак Абеля равномерной сходимости.
6. Теорема о перестановке двух предельных переходов. Следствия из нее.
7. Интегрирование и предельный переход.
8. Дифференцирование и предельный переход.
9. Пример непрерывной, нигде не дифференцируемой функции.\*
10. Последовательность  $\{\sin nx\}$  не сходится на  $\{x \neq m, m \in \mathbb{Z}\}$ .
11. Существование сходящейся подпоследовательности у равномерно ограниченной и равномерно непрерывной последовательности. Достаточный признак равномерной непрерывности.
12. Степенные ряды. Пример степенного ряда, расходящегося всюду, кроме точки  $x = 0$ . Теорема Коши – Адамара.
13. Радиус сходимости. Интервал сходимости. Поведение степенного ряда на границе интервала сходимости. Примеры.
14. Непрерывность суммы степенного ряда.
15. Почленное интегрирование, дифференцирование степенного ряда.
16. Разложимость функции в степенной ряд. Необходимое условие разложимости. Единственность разложения. Критерий разложимости.
17. Разложение элементарных функций в степенной ряд.
18. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении.
19. Свойства собственного интеграла, зависящего от параметра: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость
20. Непрерывность, дифференцируемость в случае зависимости пределов интегрирования от параметра.
21. Несобственные интегралы I рода, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле.



22. Непрерывность по параметру несобственных интегралов I рода.
23. Дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственных интегралов I рода.
24. Теорема Фубини.
25. Несобственные интегралы II рода, зависящие от параметра.
26. Гамма - функция. Ее свойства. Бета - функция . Ее свойства. Связь между  $\Gamma()$  и  $B(, )$ .\*
27. Формула Стирлинга\*.
28. Л.н.п. Размерность. Примеры.  $0$  - л.н.п.
29. Неполнота пространства  $0$ .
30. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского.
31. Ортогональность. Теорема Пифагора. Ортонормированные системы. Примеры.
32. Ряды Фурье. Свойства отрезков Ряды Фурье. Неравенство Бесселя.
33. Замкнутые о.н.с. Критерий замкнутости.
34. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции тригонометрическими много-членами.\*
35. Замкнутость тригонометрической системы
36. Лемма Римана.
37. Интегральное представление для частичной суммы ряда Фурье.
38. Свойства ядра Дирихле. Принцип локализации.\*
39. Условие Дини. Поточечная сходимость ряда Фурье.
40. Условие Гельдера. Его соотношение с условием Дини.
41. Связь между гладкостью функции и скоростью убывания ее коэффициентов Фурье. Условие равномерной сходимости ряда Фурье.
42. Определение и простейшие свойства преобразования Фурье.
43. Основная теорема - формула обращения.
44. Поведение на бесконечности функции, имеющей суммируемую производную. Связь между гладкостью функции и скоростью убывания ее преобразования Фурье.
45. Связь между скоростью убывания функции и гладкостью ее преобразования Фурье.
46. Измеримые по Жордану множества. Их свойства.
47. Интеграл по множеству. Корректность определения. Критерий интегрируемости на измеримом множестве.
48. Мера Жордана. Критерий измеримости по Жордану.
49. Свойства интеграла (линейность, аддитивность, оценка интеграла).
50. Свойства интеграла (монотонность, теоремы о среднем).
51. Теорема Фубини. Следствия из нее.

52. Замена переменных в  $n$ -мерном интеграле (без доказательства). Пример.
53. Несобственный  $n$ - мерный интеграл. Несобственный интеграл от неотрицательной функции.
54. Признаки сравнения сходимости несобственных  $n$ - мерных интегралов.
55. Связь между сходимостью и абсолютной сходимостью.
56. Криволинейные интегралы I и II рода. Их сведение к обычному интегралу Римана.
57. Формула Грина.
58. Условие независимости криволинейного интеграла на плоскости от пути интегрирования. Признак полного дифференциала.
59. Понятие поверхности. Способы их задания.
60. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
61. Площадь явно заданной поверхности.
62. Площадь регулярной поверхности.
63. Независимость площади регулярной поверхности от способа параметризации.
64. Поверхностные интегралы I и II рода. Их сведение к двойным интегралам.
65. Формула Гаусса- Остроградского.
66. Ориентация кусочно-гладкой поверхности. Лемма о локальном однозначном проектировании.
67. Формула Стокса.
68. Производная по направлению. Градиент. Свойство градиента.
69. Дивергенция и поток векторного поля. Формула Гаусса-Остроградского в векторной форме. Независимость дивергенции от выбора системы координат. Гидромеханический смысл дивергенции.
70. Циркуляция и ротор векторного поля. Формула Стокса в векторной форме. Независимость ротора от выбора системы координат. Механический смысл ротора.
71. Соленоидальные (трубчатые) поля. Пример. Их свойства. Потенциальные и безвихревые поля. Их связь.

### **В. Образец экзаменационного билета**

Структура экзаменационного билета: билет состоит из 2 вопросов, по 1 из каждой части, на которые условно делится прочитанный в течение семестра лекционный курс.

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**  
**ФГБОУ**  
**«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ**  
**ТЕХНОЛОГИЙ**  
**КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**  
**Экзаменационный билет № 1**  
**по курсу «Математический анализ»**

1. Лемма Больцано–Вейерштрасса.
2. Формула Тейлора.

Зав. кафедрой Фазуллин З.Ю. / \_\_\_\_\_ /

### **С. Критерии оценки**

- 25-30 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- 17-24 баллов выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- 10-16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- 1-10 баллов выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Посещение лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий оценивается в суммах до 6 и 10 баллов со ответственно, однако эти баллы являются штрафными и вычитаются преподавателем из набранных студентами баллов в ходе текущего и рубежного контроля по следующей схеме:

- за пропуски лекционных занятий

за 25 % пропусков вычитается 1 балл  
за 50 % пропусков вычитается 4 балла  
за 75 % пропусков вычитается 6 баллов  
за 100 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний

- за пропуски практических (семинарских, лабораторных) занятий  
за 20 % пропусков вычитается 2 балла  
за 40 % пропусков вычитается 5 баллов  
за 50 % пропусков вычитается 7 баллов  
за 75 % пропусков вычитается 10 баллов  
более 75 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний.

Устанавливается следующая градация перевода оценки из 100-балльной в четырехбалльную:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Студент, набравший по итогам текущего и рубежного контроля менее 35 возможных баллов или пропустивший более 75 % практических (семинарских, лабораторных) занятий, до экзамена по данной дисциплине не допускается. В этом случае он изучает не освоенные им темы, выполняет соответствующие задания на платной основе в сроки, установленные деканатом для ликвидации задолженностей. Баллы, полученные таким образом, прибавляются к количеству баллов, набранных студентом в семестре.

### 3. Контрольные работы

Для рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов предусмотрено проведение 12 контрольных работ (КР): по 3 контрольные в каждом семестре. Каждая КР состоит из 5 задач.

#### А. Примерный вариант контрольной работы

1. Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^n - 3^n}{3^n - n!}$ .
2. Найти  $M := \sup x_n$  и  $m := \inf x_n$ , если  $x_n = 1 + 2 \cos \frac{\pi n}{2}$ .
3. Найти верхний и нижний пределы последовательности  $x_n = \left\{ \frac{n-1}{n+1} \sin \frac{\pi n}{2} \right\}$ .
4. Не применяя правило Лопиталя, найти пределы:  
а)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sqrt{x+1} - 1}$ , в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^{x+1}$ .

5. Исследовать функцию  $f(x) = |\operatorname{sgn} x|$  на непрерывность, указать характер точек разрыва.

## В. Критерий оценивания

За 1 задачу ставится:

- 4 балла, если задача решена полностью, в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок,
- 3 балла, если задача решена, но в обосновании шагов решения имеются пробелы, есть недочеты в выкладках, рисунках, чертежах или графиках,
- 2 балла, если приведены обязательные для решения данной задачи формулы, но допущены ошибки в их применении,
- 1 балл, если допущены существенные ошибки, показывающие отсутствие обязательных умений и навыков по данной теме,
- 0 баллов в случае вопиющего незнания изученного материала, отсутствия элементарных умений и навыков.

## 4. Тесты

В каждом семестре предусмотрены по 6 тестирований: после каждого модуля тест по теории (текущий контроль) и тест по практике (рубежный контроль).

### А. Критерии оценивания

Вид задания	Число заданий	Балл за 1 задание	Минимальная оценка	Максимальная оценка
1	2	3	4	5
<b>Тест по теории (текущий контроль)</b>				
Тест № 1	1	13	0	13
Тест № 2	1	13	0	13
Тест № 3	1	14	0	14
<b>Тест по практике (рубежный контроль)</b>				
Тест № 1	5	6	0	30
Тест № 1	5	6	0	30
Тест № 1	5	8	0	40

## В. Примерный вариант тестов (за I семестр)

### 1. Тесты (теория)

#### Тест № 1

**Задача 1.** Указать верные определения:

а) Точка  $x_0 \in \mathbb{R}$  называется предельной для множества  $X \subset \mathbb{R}$  тогда и только тогда, когда в любой проколотой окрестности точки  $x_0$  содержится хотя бы одна точка множества  $X$ ,

б) Точка  $x_0 \in \mathbb{R}$  называется предельной для множества  $X \subset \mathbb{R}$  тогда и только тогда, когда в любой окрестности точки  $x_0$  содержится хотя бы одна точка

множества  $X$ ,

в) Точка  $x_0 \in \mathbb{R}$  называется предельной для множества  $X \subset \mathbb{R}$  тогда и только тогда, когда в любой окрестности точки  $x_0$  содержится бесконечное множество точек множества  $X$ ,

г) Точка  $x_0 \in \mathbb{R}$  называется предельной для множества  $X \subset \mathbb{R}$  тогда и только тогда, когда в любой окрестности точки  $x_0$  содержится хотя бы одна точка множества  $X$ , отличная от  $x_0$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) а), в), г); 3) а), г); 4) б); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 2.** Число  $a$  называется пределом последовательности  $\{x_n\}$  тогда и только тогда, когда

- а)  $\exists \varepsilon > 0 : \forall n \in \mathbb{N} |x_n - a| < \varepsilon$ ;
- б)  $\forall \varepsilon > 0 \exists N_\varepsilon \in \mathbb{N} : \forall n \geq N_\varepsilon |x_n - a| < \varepsilon$ ;
- в)  $\exists \varepsilon > 0 : \forall n \in \mathbb{N} \exists k_n |x_{k_n} - a| < \varepsilon$ ;
- г)  $\forall \varepsilon > 0 \exists N_\varepsilon \in \mathbb{N} : |x_{N_\varepsilon} - a| < \varepsilon$ .

*Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 3.** Укажите верное определение:

- а)  $M = \sup X \iff \exists x \in X : x \leq M$  и  $\exists \varepsilon > 0 : \forall x \in X x > M - \varepsilon$ ;
- б)  $M = \sup X \iff \forall x \in X : x \leq M$  и  $\forall \varepsilon > 0 \exists x_\varepsilon \in X : x_\varepsilon > M - \varepsilon$ ;
- в)  $M = \sup X \iff \exists x \in X : x \leq M$  и  $\forall \varepsilon > 0 \exists x_\varepsilon \in X : x_\varepsilon > M - \varepsilon$ ;
- г)  $M = \sup X \iff \forall x \in X : x \leq M$  и  $\exists \varepsilon > 0 : \forall x \in X x > M - \varepsilon$ .

*Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 4.** Укажите верные утверждения:

- а) Если  $X \subset \mathbb{R}$  — ограничено, то оно имеет верхнюю и нижнюю грани;
- б) Если  $X \subset \mathbb{R}$  — ограничено снизу, то оно имеет верхнюю грань;
- в) Если  $X \subset \mathbb{R}$  — ограничено и не пусто, то оно имеет верхнюю и нижнюю грани;
- г) Если  $X \subset \mathbb{R}$  — не пусто и не имеет верхней грани, то оно неограничено сверху.

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) в), г); 3) в); 4) а); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 5.** Какое из утверждений а) — г) неверно?

- а) Между любыми двумя вещественными числами существует хотя бы одно рациональное число;
  - б) Между любыми двумя вещественными числами существует бесконечное множество рациональных чисел;
  - в) Между любыми двумя вещественными числами существует хотя бы одно иррациональное число;
  - г) Между любыми двумя вещественными числами существует бесконечное множество иррациональных чисел.
- Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в);

4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 6.** Укажите верные утверждения:

- а) Любая стягивающаяся система отрезков имеет единственную общую точку;
- б) Любая система вложенных отрезков имеет общую точку;
- в) Любая система вложенных интервалов имеет общую точку;
- г) Любая стягивающаяся система интервалов имеет единственную общую точку.

*Варианты ответа:* 1) а), б); 2) а), г); 3) а) — г); 4) в), г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 7.** Укажите верные утверждения:

- а) Из любой системы отрезков, покрывающих отрезок, можно выделить конечную систему, покрывающую этот отрезок;
- б) Из любой системы интервалов, покрывающих интервал, можно выделить конечную систему, покрывающую этот интервал;
- в) Из любой системы отрезков, покрывающих интервал, можно выделить конечную систему, покрывающую этот интервал;
- г) Из любой системы интервалов, покрывающих отрезок, можно выделить конечную систему, покрывающую этот отрезок.

*Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 8.** Укажите верные утверждения:

- а) Если  $K \subset \mathbb{R}$  — неограничен, то  $K$  не компактен;
- б) Если  $K \subset \mathbb{R}$  — не компактен, то  $K$  неограничен;
- в) Если  $K \subset \mathbb{R}$  — не компактен, то  $K$  незамкнут;
- г)  $K \subset \mathbb{R}$  — компактен тогда и только тогда, когда  $K$  ограничен и замкнут.

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) а), в); 3) а), г); 4) в), г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 9.** Укажите неверные утверждения:

- а) Любое ограниченное бесконечное множество имеет хотя бы одну предельную точку;
- б) Любое бесконечное множество имеет хотя бы одну (конечную или бесконечную) предельную точку;
- в) Любое ограниченное множество имеет хотя бы одну предельную точку;
- г) Если ограниченное множество не имеет предельных точек, то оно конечно.

*Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 10.** Укажите неверные утверждения:

- а) Объединение конечного или счетного числа счетных множеств счетно;
- б) Объединение счетного и несчетного множеств счетно;
- в) Объединение счетного и несчетного множеств несчетно;
- г) Если  $M$  — несчетно,  $N$  — счетно, то  $M \setminus N$  — счетно.

*Варианты ответа:* 1) а), г); 2) в), г); 3) г); 4) б), г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 11.** Укажите неверные утверждения:

- а) Последовательность сходится, если она ограничена;
- б) Для сходимости последовательности необходима ее ограниченность;
- в) Последовательность может иметь не более одного предела;
- г) Неограниченная последовательность расходится.

*Варианты ответа:* 1) а), г); 2) а), в); 3) а), б); 4) б) — г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 12.** Укажите верные утверждения:

- а) Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$  и  $\forall n x_n > b$ , то  $a > b$ ;
- б) Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$  и  $\forall n x_n \geq b$ , то  $a \geq b$ ;
- в) Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$  и  $\forall n x_n > b$ , то  $a \geq b$ ;
- г) Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$  и  $\forall n x_n \geq b$ , то  $a > b$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) в), г); 3) б), в); 4) а), б); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 13.** Укажите неверные утверждения:

- а) Если  $\{\alpha_n\}, \{\beta_n\}$  — бесконечно малы, то  $\{\alpha_n \pm \beta_n\}, \{\alpha_n \cdot \beta_n\}$  — бесконечно малы;
- б) Если  $\{a_n\}$  — бесконечно большая, то  $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$  — бесконечно мала;
- в) Если  $\{\alpha_n\}$  — бесконечно мала, то  $\left\{\frac{1}{\alpha_n}\right\}$  — бесконечно большая;
- г) Если  $\{\alpha_n\}$  — бесконечно мала,  $\{a_n\}$  — ограничена, то  $\{\alpha_n \cdot a_n\}$  — бесконечно мала.

*Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

## Тест № 2

**Задача 1.** Укажите верные утверждения:

Если  $\alpha(x), \beta(x)$  — б.м.,  $A(x)$  — б.б. функции в точке  $a$ ,  $\gamma(x)$  — ограничена в окрестности точки  $a$ , то

- а)  $\alpha(x) \pm \beta(x), \alpha(x) \cdot \beta(x)$  — б.м. функции в точке  $a$ ;
- б)  $\frac{1}{A(x)}$  — б.м. функция в точке  $a$ ;
- в)  $\alpha(x) \cdot \gamma(x), \beta(x) \cdot \gamma(x)$  — б.м. функции в точке  $a$ ;
- г)  $\frac{1}{\alpha(x)}, \frac{1}{\beta(x)}$  — б.б. функции в точке  $a$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) а), б); 3) а) — в); 4) а); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 2.** Укажите верные утверждения:

Пусть  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$ . Тогда если  $\exists \overset{\circ}{O}(a) : \forall x \in \overset{\circ}{O}(a)$



- а)  $f(x) > g(x)$ , то  $A > B$ ;
- б)  $f(x) \geq g(x)$ , то  $A \geq B$ ;
- в)  $f(x) > B$ , то  $A > B$ ;
- г)  $f(x) \geq B$ , то  $A \geq B$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) а), в); 3) б), в); 4) б), г);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 3.** Укажите неверные утверждения:

- а) Если функция  $f(x)$  не убывает на  $(a, b)$  и ограничена сверху, то предел  $f(b - 0)$  существует и конечен;
- б) Если функция  $f(x)$  не убывает на  $(a, b)$ , то предел  $f(b - 0)$  (возможно, бесконечный) существует;
- в) Если функция  $f(x)$  ограничена на  $(a, b)$ , то предел  $f(b - 0)$  существует и конечен;
- г) Если функция  $f(x)$  не убывает на  $(a, b)$  и неограничена сверху, то предел  $f(b - 0) = +\infty$ .

*Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 4.** Какая из функций непрерывна на своей области определения?

- а)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$ ;
- б)  $f(x) = \operatorname{sgn}|x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;
- в)  $f(x) = \sin x \cdot \operatorname{sgn}x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;
- г)  $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) б); 3) б), в); 4) а), в), г);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 5.** Укажите верные утверждения:

Если функции  $f, g$  непрерывны в точке  $a$ , то

- а)  $f \pm g$  непрерывны в точке  $a$ ;
- б)  $f \cdot g$  непрерывны в точке  $a$ ;
- в)  $\frac{f}{g}$  непрерывны в точке  $a$ ;
- г)  $\frac{f}{g}$  непрерывны в точке  $a$  при дополнительном условии  $g(a) \neq 0$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) а) — в); 3) а), б), г); 4) а), б);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 6.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $\varphi(t)$  непрерывна в точке  $a$ ,  $f(x)$  непрерывна в точке  $b = \varphi(a)$ , то  $f(\varphi(t))$  непрерывна в точке  $a$ ;

б) Если  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ , то для любой функции  $\varphi(t)$ , удовлетворяющей условию  $\lim_{t \rightarrow t_0} \varphi(t) = a$ , предел  $\lim_{t \rightarrow t_0} f(\varphi(t))$  существует и равен  $b$ .

в)  $\lim_{t \rightarrow t_0} f(\varphi(t)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ , если

- 1)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  существует и конечен,

2)  $\exists \dot{O}(t_0) : \forall t \in \dot{O}(t_0) \varphi(t) \in D(f), \varphi(t) \neq x_0,$

3)  $\varphi(t) \rightarrow x_0, t \rightarrow t_0.$

г) Если  $f$  непрерывна в точке  $a$ , то  $|f|$  также непрерывна в точке  $a$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) а), в), г); 3) а), в); 4) а), г);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 7.** Укажите верные утверждения:

а) Если функция  $f$  непрерывна и монотонна на  $[a, b]$ , то на отрезке  $[f(a), f(b)]$  (или  $[f(b), f(a)]$ ) определена функция  $f^{-1}$ , которая непрерывна и монотонна.

б) Если функция  $f$  непрерывна и возрастает (убывает) на  $[a, b]$ , то на отрезке  $[f(a), f(b)]$  (соответственно на  $[f(b), f(a)]$ ) определена функция  $f^{-1}$ , которая непрерывна и возрастает (соответственно убывает).

в) Если функция  $f$  определена на  $[a, b]$  и монотонна, то она может иметь на  $[a, b]$  не более счетного числа точек разрыва, которые могут быть только I рода.

г) Если функция  $f$  определена на  $[a, b]$  и монотонна, то она может иметь на  $[a, b]$  только конечное число точек разрыва, которые могут быть только I рода.

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) а) — в); 3) а), г); 4) б, в);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 8.** Укажите верные утверждения:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1;$

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1;$

в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = e;$

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = e.$

*Варианты ответа:* 1) б), г); 2) а), г); 3) б), в); 4) а), в);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 9.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(a) \geq 0$ , то  $\exists \delta > 0 : \forall x \in O_\delta(a) \cap D(f) f(x) \geq 0;$

б) Если  $f$  непрерывна в точке  $a$  и  $f(a) > 0$ , то  $\exists \delta > 0 : \forall x \in O_\delta(a) \cap D(f) f(x) > 0;$

в) Если  $f$  определена на  $[a, b]$  и  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , то  $\exists \xi \in (a, b) : f(\xi) = 0;$

г) Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , то  $\exists! \xi \in (a, b) : f(\xi) = 0;$

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) б), г); 3) а) — в); 4) б), в);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 10.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f$  непрерывна на  $(a, b)$ , то она ограничена на  $(a, b);$

б) Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$ , то она ограничена на  $[a, b];$

в) Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$ , то она достигает верхней и нижней граней;

г) Если  $f$  непрерывна на  $(a, b)$ , то она достигает верхней и нижней граней.

*Варианты ответа:* 1) а), б), г); 2) в), г); 3) б); 4) а), б); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 11.** Укажите верные утверждения:

- а) Если  $f$  непрерывна в точке  $a$ , то она дифференцируема в этой точке;
- б) Если  $f$  дифференцируема в точке  $a$ , то она непрерывна в этой точке;
- в) Если  $f$  дифференцируема в точке  $a$ , то  $f'(a)$  существует и конечна;
- г)  $f$  дифференцируема в точке  $a$ , если существует касательная к графику  $f$  в точке  $(a, f(a))$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) в), г); 3) б), в); 4) а, в), г);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 12.** Укажите верные утверждения:

Если функции  $f, g$  дифференцируемы в точке  $a$ , то

- а)  $f \pm g$  дифференцируемы в точке  $a$ ;
- б)  $f \cdot g$  дифференцируема в точке  $a$ ;
- в)  $\frac{f}{g}$  дифференцируема в точке  $a$ ;
- г)  $\frac{f}{g}$  дифференцируема в точке  $a$ , при дополнительном условии  $g(a) \neq 0$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) а), б), г); 3) а) — в); 4) а, б);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 13.** Укажите верные утверждения:

Сложная функция  $f(\varphi(t))$  дифференцируема в точке  $t_0$ , если

- а)  $\varphi$  дифференцируема в точке  $t_0$ ;
- б)  $f$  дифференцируема в точке  $x_0 = \varphi(t_0)$ ;
- в)  $\varphi$  дифференцируема в точке  $t_0$ ,  $f$  дифференцируема в точке  $x_0 = \varphi(t_0)$ ;
- г)  $f$  и  $\varphi$  дифференцируемы в точке  $t_0$ .

*Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

### Тест № 3

**Задача 1.** Укажите верные утверждения:

- а) Если  $f'(x) \geq 0$  на  $(a, b)$ , то  $f$  возрастает на  $(a, b)$ ;
- б) Если  $f'(x) > 0$  на  $(a, b)$ , то  $f$  возрастает на  $(a, b)$ ;
- в) Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и дифференцируема в  $(a, b)$ , то  $f = \text{const}$  тогда и только тогда, когда  $f' = 0$  на  $(a, b)$ ;
- г) Если  $f$  дифференцируема на  $(a, b)$ , то  $f'$  не может иметь точек разрыва I рода.

*Варианты ответа:* 1) б) — г); 2) в), г); 3) б), в); 4) а) — г);  
5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 2.** Укажите верные утверждения:

а) Если функции  $f$  и  $g$  дифференцируемы в  $\overset{\circ}{O}(a)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ,  $g' \neq 0$  на  $(a, b)$  и существует (конечный или бесконечный)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = A$ , то  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  существует и равен  $A$ .

б) Если функции  $f$  и  $g$  дифференцируемы в  $\overset{\circ}{O}(a)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ , то  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ .

в) Если функции  $f$  и  $g$  дифференцируемы в  $\overset{\circ}{O}(a)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ,  $g' \neq 0$  на  $(a, b)$ , то  $\lim_{x \rightarrow a+0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ .

г) Если функции  $f$  и  $g$  дифференцируемы в  $\overset{\circ}{O}(a)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ,  $g' \neq 0$  на  $(a, b)$  и существует (конечный или бесконечный)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = A$ , то  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  существует и равен  $A$ .

*Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 3.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f^{(n)}$  определена и непрерывна на  $[x_0, x]$  и дифференцируема в  $(x_0, x)$ , то  $\exists \xi \in (x_0, x) : f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1}$ ;

б) Если  $f$   $n + 1$  раз дифференцируема на  $(x_0, x)$ , то  $\exists \xi \in (x_0, x) : f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1}$ ;

в) Если  $f^{(n)}$  определена и непрерывна на  $[x_0, x]$  и дифференцируема в  $(x_0, x)$ , то  $\exists \xi \in (x_0, x) : f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{n!} (x - \xi)^n (x - x_0)$ ;

г) Если  $f$   $n + 1$  раз дифференцируема на  $(x_0, x)$ , то  $\exists \xi \in (x_0, x) : f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{n!} (x - \xi)^n (x - x_0)$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) б), г); 3) а), в); 4) а); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 4.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f$  дифференцируема и возрастает в точке  $x_0$ , то  $f'(x_0) > 0$ ;

б) Если  $f'(x_0) > 0$ , то  $f$  возрастает в точке  $x_0$ ;

в) Если  $f$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то  $f$  возрастает в точке  $x_0$  тогда и только тогда, когда  $f'(x_0) > 0$ ;

г) Если  $f$  дифференцируема и возрастает в точке  $x_0$ , то  $f'(x_0) \geq 0$ .

*Варианты ответа:* 1) а), г); 2) б), г); 3) в), г); 4) а) — в); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 5.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f$   $n$  раз дифференцируема в точке  $x_0$ , то  $f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + o((x - x_0)^n)$ ,  $x \rightarrow x_0$ ;

б) Если  $f$   $n$  раз дифференцируема в точке  $x_0$ , то  $f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + O((x - x_0)^n)$ ,  $x \rightarrow x_0$ ;

в) Если  $f$   $n$  раз дифференцируема в точке  $x_0$ , то  $f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + O((x - x_0)^{n+1})$ ,  $x \rightarrow x_0$ ;

г) Если  $f$   $n$  раз дифференцируема в точке  $x_0$ , то  $f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + o((x - x_0)^{n+1})$ ,  $x \rightarrow x_0$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) а), в); 3) б), г); 4) а), б); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 6.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f$  дифференцируема на  $(a, b)$ , то  $\exists \xi \in (a, b) : f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$ ;

б) Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$ , дифференцируема в  $(a, b)$ , то  $\exists! \xi \in (a, b) : f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$ ;

в) Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и дифференцируема на  $(a, b)$ , то  $\exists \xi \in (a, b) : f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$ ;

г) Если  $f$  непрерывна на  $[a, b]$  и дифференцируема в некоторой точке  $\xi \in (a, b)$ , то  $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$ .

*Варианты ответа:* 1) а), г); 2) а), в), г); 3) в); 4) б); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 7.** Укажите верные утверждения:

а) Если функции  $f$  и  $g$  дифференцируемы в  $\overset{\circ}{O}(a)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ ,  $g' \neq 0$  на  $(a, b)$  и существует (конечный или бесконечный)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = A$ , то  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  существует и равен  $A$ .

б) Если функции  $f$  и  $g$  дифференцируемы в  $\overset{\circ}{O}(a)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ ,  $g' \neq 0$  на  $(a, b)$  и существует (конечный или бесконечный)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = A$ , то  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  существует и равен  $A$ .

в) Если функции  $f$  и  $g$  дифференцируемы в  $\overset{\circ}{O}(a)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ ,  $g' \neq 0$  на  $(a, b)$ , то  $\lim_{x \rightarrow a+0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ .

г) Если функции  $f$  и  $g$  дифференцируемы в  $\overset{\circ}{O}(a)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ , то  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ .

*Варианты ответа:* 1) а); 2) б); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 8.** Укажите верные утверждения:

Пусть  $f$  дифференцируема на  $(a, b)$ . Тогда

а) если  $f$  возрастает на  $(a, b)$ , то  $f' > 0$  на  $(a, b)$ ;

б) если  $f$  возрастает на  $(a, b)$ , то  $f' \geq 0$  на  $(a, b)$ ;

в) если  $f$  не убывает на  $(a, b)$ , то  $f' \geq 0$  на  $(a, b)$ ;

г) если  $f$  не возрастает на  $(a, b)$ , то  $f' < 0$  на  $(a, b)$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — г); 2) в), г); 3) б), в); 4) а), г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 9.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f$  дифференцируема в точке  $x_0$  и при переходе через  $x_0$  меняет знак с - на +, то  $f'(x_0) > 0$ ;

б) Если  $f(x_0) = 0$  и  $f'(x_0) > 0$ , то  $f$  при переходе через  $x_0$  меняет знак с - на +;

в) Если  $f$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то  $f$  при переходе через  $x_0$  меняет знак с - на + тогда и только тогда, когда  $f(x_0) = 0$  и  $f'(x_0) > 0$ ;

г) Если  $f$  дифференцируема в точке  $x_0$  и при переходе через  $x_0$  меняет знак с - на +, то  $f'(x_0) \geq 0$ .

*Варианты ответа:* 1) а), г); 2) в), г); 3) б), г); 4) а) — в); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 10.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f, g$  непрерывны на  $[a, b]$  и дифференцируемы в  $(a, b)$ , то  $\exists \xi \in (a, b) : \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(\xi)}{g'(\xi)}$ ;

б) Если  $f, g$  дифференцируемы на  $(a, b)$  и  $g'(x) \neq 0$  на  $(a, b)$ , то  $\exists \xi \in (a, b) : \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(\xi)}{g'(\xi)}$ ;

в) Если  $f, g$  непрерывны на  $[a, b]$ , дифференцируемы в  $(a, b)$  и  $g'(x) \neq 0$  на  $(a, b)$ , то  $\exists! \xi \in (a, b) : \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(\xi)}{g'(\xi)}$ ;

г) Если  $f, g$  непрерывны на  $[a, b]$ , дифференцируемы в  $(a, b)$  и  $g'(x) \neq 0$  на  $(a, b)$ , то  $\exists \xi \in (a, b) : \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(\xi)}{g'(\xi)}$ .

*Варианты ответа:* 1) а), г); 2) а), в), г); 3) в); 4) г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 11.** Укажите верные утверждения:

а) Если функция  $f$  дифференцируема в  $\overset{\circ}{O}(x_0)$  и при переходе через точку  $x_0$   $f'(x)$  меняет свой знак с + на -, то  $x_0$  — точка строгого локального максимума;

б) Если функция  $f$  определена в  $O(x_0)$ , дифференцируема в  $\overset{\circ}{O}(x_0)$  и при переходе через точку  $x_0$   $f'(x)$  меняет свой знак с - на +, то  $x_0$  — точка строгого локального минимума;

в) Если функция  $f$  дифференцируема в  $\overset{\circ}{O}(x_0)$  и при переходе через точку  $x_0$   $f'(x)$  меняет свой знак с - на +, то  $x_0$  — точка строгого локального минимума;

г) Если функция  $f$  непрерывна в  $O(x_0)$ , дифференцируема в  $\overset{\circ}{O}(x_0)$  и при переходе через точку  $x_0$   $f'(x)$  меняет свой знак с + на -, то  $x_0$  — точка строгого локального максимума.

*Варианты ответа:* 1) а), в); 2) б), г); 3) в), г); 4) а), г); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 12.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f''(x_0) > 0$ , то  $x_0$  — точка строгого локального минимума;

б) Если  $f''(x_0) > 0$ , то  $x_0$  — точка строгого локального максимума;

в) Если  $f''(x_0) > 0, f'(x_0) = 0$ , то  $x_0$  — точка строгого локального минимума;

г) Если  $f''(x_0) = f'(x_0) = 0$ , то  $x_0$  не является точка строгого локального экстремума.

*Варианты ответа:* 1) а), в), г); 2) в), г); 3) в); 4) а); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 13.** Укажите верные утверждения:

а) Если  $f''(x) < 0$  на  $(a, b)$ , то  $f$  выпукла вниз на  $(a, b)$ ;

б) Если  $f''(x) < 0$  на  $(a, b)$ , то  $f$  выпукла вверх на  $(a, b)$ ;

в) Если  $f$  дважды дифференцируема и выпукла вверх на  $(a, b)$ , то  $f''(x) \leq 0$  на  $(a, b)$ ;

г) Если  $f$  дважды дифференцируема и выпукла вниз на  $(a, b)$ , то  $f''(x) \leq 0$  на  $(a, b)$ .

*Варианты ответа:* 1) б); 2) а), г); 3) б), в); 4) в); 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 14.** Укажите верные утверждения:

- а) Если  $f''(x_0) = 0$ , то  $x_0$  — точка перегиба;  
б) Если  $f$  дважды дифференцируема в точке  $x_0$  и  $x_0$  — точка перегиба, то  $f''(x_0) = 0$ ;  
в) Если  $f$  дважды дифференцируема в точке  $x_0$ , то  $x_0$  — точка перегиба тогда и только тогда, когда  $f''(x_0) = 0$ .

*Варианты ответа:* 1) а) — в); 2) б); 3) в); 4) а); 5) ответы 1) — 4) неверны.

## 2. Тесты (практика)

### Тест № 1

**Задача 1.** Найти  $M := \sup X$  и  $m := \inf X$ , если  $X = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 < 2\}$ .

*Варианты ответа:* 1)  $M = 2, m = 0$ ; 2)  $M = \sqrt{2}, m = 0$ ; 3)  $M = \sqrt{2}, m = -\sqrt{2}$ ; 4)  $M = 0, m = -\sqrt{2}$ ; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 2.** Найти все частичные пределы последовательности  $\left\{ \sin \frac{\pi n}{2} \right\}$ .

*Варианты ответа:* 1) 1, -1; 2)  $\pm\sqrt{2}/2, 0$ ; 3) 0; 4)  $\pm 1, 0$ ; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 3.** Найти  $M := \sup x_n$  и  $m := \inf x_n$ , если  $x_n = 1 + 2 \cos \frac{\pi n}{2}$ .

*Варианты ответа:* 1)  $M = 3, m = 0$ ; 2)  $M = 1, m = -1$ ; 3)  $M = 3, m = -1$ ; 4)  $M = 1, m = -1$ ; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 4.** Найти верхний и нижний пределы последовательности  $x_n = \left\{ \frac{n-1}{n+1} \sin \frac{\pi n}{2} \right\}$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\liminf_{n \rightarrow \infty} x_n = 1, \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n = -1$ ; 2)  $\liminf_{n \rightarrow \infty} x_n = 1, \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ ;  
3)  $\liminf_{n \rightarrow \infty} x_n = 0, \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n = -1$ ; 4)  $\liminf_{n \rightarrow \infty} x_n = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ ; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 5.** Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} \cos(e^n)}{n-1}$ .

*Варианты ответа:* 1) 1; 2) 0; 3)  $\infty$ ; 4) не существует; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 6.** Найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2n^2+1}{n+1}}$ .

*Варианты ответа:* 1) 1; 2)  $\infty$ ; 3) 0; 4)  $\sqrt{2}$ ; 5) ответы 1) — 4) неверны.

### Тест № 2

**Задача 1.** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x+1}$ .

*Варианты ответа:* 1) 1; 2)  $\infty$ ; 3)  $e$ ; 4)  $e^2$ ; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 2.** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sqrt{x+1}-1}$ .

*Варианты ответа:* 1) 1; 2) 0; 3) 5; 4) 10; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 3.** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+x-2}{x^2+2x}$ .

*Варианты ответа:* 1) 1/2; 2) 3/2; 3) -3/2; 4) -1/2; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 4.** Найти точки разрыва функции

$$f = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

и указать их характер.

*Варианты ответа:* 1) 0 — I рода, неустранимая; 2) 0 — I рода, устранимая; 3) 0 — II рода, неустранимая; 4) 0 — II рода, устранимая; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 5.** Найти точки разрыва функции

$$f = \begin{cases} \operatorname{arctg}(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

и указать их характер.

*Варианты ответа:* 1) 0 — I рода, неустранимая; 2) 0 — I рода, устранимая; 3) 0 — II рода, неустранимая; 4) 0 — II рода, устранимая; 5) ответы 1) — 4) неверны.

**Задача 6.** Найти точки разрыва функции

$$f = \begin{cases} \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

и указать их характер.

*Варианты ответа:* 1) 0 — I рода, неустранимая; 2) 0 — I рода, устранимая; 3) 0 — II рода; 4) 0 — II рода, устранимая; 5) ответы 1) — 4) неверны.

### Тест № 3

**Задача 1.** Найти производную функции  $y = \sqrt{x^2+1} \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ .

*Варианты ответа:* 1) 1; 2)  $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ ; 3)  $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + 1$ ; 4)  $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x + \sqrt{x^2+1}}$ ; 5) ответы 1) — 4) неверны.



**Задача 2.** Найти производную функции  $y = 3^{\sin^2 \frac{x}{2}}$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\cos x 3^{\sin^2 \frac{x}{2}}$ ; 2)  $\frac{1}{2} \cos x 3^{\sin^2 \frac{x}{2}}$ ; 3)  $\sin x 3^{\sin^2 \frac{x}{2}}$ ;  
4)  $\frac{1}{2} \sin x 3^{\sin^2 \frac{x}{2}}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 3.** Найти производную функции  $y = \ln \operatorname{tg} x + \frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\sin^2 2x}$ ; 2)  $\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{2 \sin^2 2x}$ ; 3)  $\frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin^2 2x}$ ;  
4)  $\frac{2}{\sin 2x} - \frac{1}{\sin^2 2x}$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 4.** Найти дифференциал функции  $y = \ln \frac{\cos x + x \sin x}{\sin x - x \cos x}$ .

*Варианты ответа:* 1)  $dy = \frac{x^2}{2(1-x^2) \sin 2x + x \cos 2x} dx$ ; 2)  $dy = \frac{x^2}{2(1+x^2) \sin 2x + x \cos 2x} dx$ ;  
3)  $dy = \frac{x^2}{2(1-x^2) \sin 2x - x \cos 2x} dx$ ;  
4)  $dy = \frac{x^2}{2(1-x^2) \sin 2x - x \cos 2x} dx$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 5.** Используя правило Лопиталю, найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(e^{x-1} - 1)}{\ln x}$ .

*Варианты ответа:* 1)  $\infty$ ; 2) 0; 3) 1; 4) -1; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 6.** Используя правило Лопиталю, найти предел  $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}$ .

*Варианты ответа:* 1) 2; 2) 1; 3) 1/2; 4)  $\infty$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 7.** Разложить функцию  $f = \operatorname{tg} x$  по формуле Тейлора до  $o(x^4)$ .

*Варианты ответа:* 1)  $f(x) = x - x^3/3 + o(x^4)$ ; 2)  $f(x) = x + x^3/2 + o(x^4)$ ;  
3)  $f(x) = x - x^3/2 + o(x^4)$ ; 4)  $f(x) = x + x^3/2 + o(x^4)$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

**Задача 8.** Найти главную часть вида  $Cx^\alpha$  при  $x \rightarrow 0$  функции  $f = \sqrt{1 - 2x + x^2} + x - 1$ .

*Варианты ответа:* 1)  $2x^3$ ; 2)  $2x$ ; 3)  $2x^2$ ; 4)  $3x^3$ ; 5) ответы 1) – 4) неверны.

### **В. Критерии оценивания**

Правильный ответ на каждое тестовое задание оценивается в 1 балл.

## 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### 5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература

- [1] Ишкин, Х.К. Лекции по математическому анализу. Ч.1 [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Х.К. Ишкин; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin\\_Lekciipomatem\\_ch1\\_Uch.pos\\_2012.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin_Lekciipomatem_ch1_Uch.pos_2012.pdf).
- [2] Ишкин, Х.К. Лекции по математическому анализу. Ч.2 [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Х.К. Ишкин; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin\\_Lekciipomatem\\_ch2\\_Uch.pos\\_2012.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin_Lekciipomatem_ch2_Uch.pos_2012.pdf).
- [3] Ишкин, Х.К. Лекции по математическому анализу. Ч.3 [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Х.К. Ишкин; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin\\_Lekciipomatem\\_ch3\\_Uch.pos\\_2012.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin_Lekciipomatem_ch3_Uch.pos_2012.pdf).
- [4] Ишкин, Х.К. Лекции по математическому анализу. Ч.4 [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Х.К. Ишкин; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin\\_Lekciipomatem\\_ch4\\_Uch.pos\\_2012.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin_Lekciipomatem_ch4_Uch.pos_2012.pdf).
- [5] Функции одной переменной [Электронный ресурс]: методические указания и задания к контрольным работам / БашГУ ; сост. Х. К. Ишкин, Д. Г. Латыпов. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2011. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <https://elib.bashedu.ru/dl/corp/IshkinLatypovFunktsOdnoyPerem.pdf>.
- [6] Функции одной переменной [Электронный ресурс]: методические указания и задания к контрольным работам / БашГУ ; сост. Х. К. Ишкин, Д. Г. Латыпов. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2011. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <https://elib.bashedu.ru/dl/corp/IshkinLatypovFunktsOdnoyPerem.pdf>.
- [7] Примерный минимум умений, навыков и знаний по математическому анализу [Электронный ресурс]: методические указания и тесты для проверки уровня остаточных знаний за I семестр / БашГУ; сост. Х. К. Ишкин. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <https://elib.bashedu.ru/dl/corp/IshkinPrimMinOstatZnan-1.pdf>.

- [8] Примерный минимум умений, навыков и знаний по математическому анализу [Электронный ресурс]: методические указания и тесты для проверки уровня остаточных знаний за II семестр / БашГУ; сост. Х. К. Ишкин. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <https://elib.bashedu.ru/dl/corp/IshkinGubaidullinPrimMinOstatZnaniy.pdf>.
- [9] Примерный минимум умений, навыков и знаний по математическому анализу [Электронный ресурс]: методические указания и тесты для проверки уровня остаточных знаний за III семестр / БашГУ; сост. Х. К. Ишкин. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <https://elib.bashedu.ru/dl/corp/IshkinPrimMinOstatZnan-3.pdf>.
- [10] Примерный минимум умений, навыков и знаний по математическому анализу [Электронный ресурс]: методические указания и тесты для проверки уровня остаточных знаний за IV семестр / БашГУ; сост. Х. К. Ишкин. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <https://elib.bashedu.ru/dl/corp/IshkinPrimMinOstZnan-4.pdf>.

## Дополнительная литература

- [1d] Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/100938>. — Загл. с экрана.
- [2d] Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 800 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/104963>. — Загл. с экрана.
- [3d] Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 3 [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 656 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/409>. — Загл. с экрана.
- [4d] И. А. Виноградова, С. Н. Олехник, В. А. Садовничий. Задачи и упражнения по математическому анализу : в 2-х частях : учеб. пособие для студентов унтов и пед. вузов; под ред. В. А. Садовничего. — М. : Дрофа, .— (Высшее образование) (Современный учебник) . Ч. 1: Дифференциальное и интегральное исчисление. — Изд. 3-е, испр. — 2001. — 725 с. : ил. — ISBN 5710742945 : 160 р. : 169 р. 50 к. — ISBN 5710742961. <http://ecatalog.bashlib.ru/cgi-bin/zgate.exe?present+1500+default+8+1+F+1.2.840.10003.5.102+rus>
- [5d] Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>. — Загл. с экрана.

## 5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

### А. Ресурсы «Интернет»

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://elib.bashedu.ru/">https://elib.bashedu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>

### В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
3. Система централизованного тестирования БашГУ (Moodle). Универсальная общественная лицензия GNU.



## 6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
1	2	3	4
Аудитории 502, 528, 530	Лекция	Учебная мебель, доска настенная меловая	
Аудитории 502, 503, 526, 527, 530	Лабораторное, практическое занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая	
Аудитория 524	Выполнение курсовых работ, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. 3. Система централизованного тестирования БашГУ (Moodle). Универсальная общественная лицензия GNU.
Аудитория 531	Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
читальный зал №2 (физико-математический корпус)	Самостоятельная работа, выполнение курсовой работы	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины *Математический анализ* на I семестр

очная

*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7 /252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	127.2
лекций	54
практических / семинарских	72
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	52.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	72

Форма(ы) контроля:  
экзамен I семестр

№№	Тема и содержание	Форма изучения материалов				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания для самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ЛР	ПР/Сем	СР			
1	2	4	5	6	7	8	9	10
1	Элементы теории множеств. Отображения и функции.	1	0	1	2	[1, 1d, 4d, 5d]	[1, 1d, 4d, 5d]	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
2	Графики элементарных функций.	0	0	2	2	[1, 1d, 4d, 5d]	[4d]: 253, 258, 317, 310	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
3	Аксиомы вещественных чисел. Операции на $\mathbb{R}$ . Алгебраические свойства вещественных чисел.	1	0	1	2	[1, 1d, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз



1	2	4	5	6	7	8	9	10
4	Подмножества $\mathbb{R}$ , их мощность. Принцип математической индукции.	1	0	2	2	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 11-16	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
5	Аксиома Архимеда. Плотность рациональных чисел. Геометрическая интерпретация вещественных чисел, бесконечные десятичные дроби.	1	0	1	2	[1, 1d, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
6	Основные леммы анализа.	1	0	2	2	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 11-16	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
7	Предел числовой последовательности и его свойства.	2	0	1	2	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 86, 87, 90, 127, 129, 130	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
8	Бесконечно малые и бесконечно большие. Арифметические операции над пределами. Критерий Коши.	1	0	1	2	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 70, 72, 74, 76, 145-147, 121-123, 131-135	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
9	Предел функции в точке. Различные определения и их эквивалентность. Примеры.	1	0	1	2	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 235, 236, 641, 643, 644	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	4	5	6	7	8	9	10
10	Свойства пределов. Арифметические операции над пределами.	1	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 408-410, 428, 452-454, 469, 470	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
11	1-й и 2-й замечательный пределы.	2	0	2	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 402, 417, 418, 421, 423,	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
12	Критерий Коши существования предела.	1	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 430, 432, 435	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
13	Классификация бесконечно малых и бесконечно больших. Символы «O», «o»	1	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
14	Непрерывность функции в точке. Точки разрыва.	1	0	2	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 473, 77, 78, 79, 83, 92, 96, 98, 502.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
15	Арифметические операции над непрерывными функциями. Суперпозиция непрерывной функции.	1	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 672, 674, 736, 744-63, 745, 754	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
16	Свойства непр. функций на отрезке.	2	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 736, 744-63, 745	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	4	5	6	7	8	9	10
17	Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.	1	0	2	1	[1, 1d, 4d, 5d]	678, 79, 81, 82, 90, 98, 703, 17, 29.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
18	Монотонные функции (мф). Точки разрыва мф. Теорема существование и непр. обратной функции.	1	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 754	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
19	Задачи, приводящие к понятию производной (п.). П. элементарных функций.	1	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 1075, 1063.2, 1074	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
20	Производная обратной функции. Производная суммы, суперпозиции функций.	1	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 928, 35, 37, 53, 67, 77, 84, 925, 32, 60, 66.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
21	Производные высших порядков. Формула Лейбница.	2	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 1180-87, 1231-32	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
22	Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем.	1	0	2	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 1112, 1140, 1158, 1160, 65.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
23	Раскрытие неопределенности по правилу Лопитала. Формула Тейлора.	2	0	2	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 1411-13, 1395.1,	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	4	5	6	7	8	9	10
24	Условия постоянства и монотонности функции.	1	0	1	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 1414, 16, 32, 33, 37, 45, 46, 1300.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
25	Выпуклость и точки перегиба. Вертикальные и наклонные асимптоты кривой.	2	0	2	1	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 1477, 89, 94, 79.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
26	Построение графика функции.	0	0	2	1.8	[1, 1d, 4d, 5d]	[5d]: 1459, 1460, 1533, 1549, 1550	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
27	Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.	2	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1569, 70, 1320, 24, 31, 36.	Д/р, к/р, зачет, экз
28	Замена переменной. Интегрирование по частям.	1	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1629, 1673.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
29	Интегрирование простых дробей.	0	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1791, 92, 96, 95, 98, 1803, 04, 10, 17, 21, 23	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
30	Интегрирование рациональных функций.	0	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1698, 1763, 74, 84, 88, 90.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	4	5	6	7	8	9	10
31	Интегрирование иррациональных функций.	0	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1704, 09, 15, 70.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
32	Интегрирование биномиальных дифференциалов.	0	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1866, 69, 71, 73, 76, 77.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
33	Задача, приводящая к понятию определенного интеграла. Определение суммы Дарбу и ее свойства.	2	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1926, 29, 30, 33, 34.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
34	Интегрируемость. Определенный интеграл. Критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.	4	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1084, 85, 87, 88, 92, 97	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
35	Свойства определенных интегралов.	2	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 2008, 10, 14, 27, 28, 36.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
36	Определенный интеграл как функция верхнего предела.	1	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 2127, 34, 36, 39.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
37	Основная формула интегрального исчисления. Замена переменной. Интегрирование по частям.	2	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 2143, 45, 47, 51, 52, 54, 59, 63, 67, 80.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	4	5	6	7	8	9	10
38	Приближенное вычисление определенных интегралов.	0	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 2244, 40, 72, 82, 83, 99.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
39	Понятие площади плоской фигуры и выражение ее интегралом.	2	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 2398, 99, 2400, 18.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
40	Понятие объема тела и выражение его интегралом.	2	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 2456, 62, 74, 2519, 20	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
41	Длина дуги кривой и ее вычисление.	2	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 2432, 34, 44, 46, 86, 88.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
42	Площадь поверхности тела вращения.	2	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 2508, 13, 21, 2626, 27, 30, 45.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
43	Вычисление статических моментов и координат центра тяжести кривой, плоской фигуры.	2	0	2	1	[1d, 2, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
	Всего часов	54	0	72	52.8			

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Математический анализ на II семестр

очная

*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	6 /216
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	113.2
лекций	48
практических / семинарских	64
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	66.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36

Форма(ы) контроля:  
экзамен II семестр

№№	Тема и содержание	Форма изучения материалов				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания для самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ЛР	ПР/СемСР				
1	2	4	5	6	7	8	9	10
44	Понятие функций нескольких переменных. Предельное значение функции. Непрерывность .	4	0	4	5	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1478, 1479, 1481, 1485. 1500, 1527, 1519, 1509, 1512. 1376, 1381, 1383, 1387	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
45	Дифференцируемость функций нескольких переменных. Дифференцируемость сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков	4	0	6	5	[1d, 2, 4d, 5d]	[5d]: 1394, 1396, 1398, 1401. 1766, 1772, 1775, 1778, 1792, 1799, 1805, 1816, 1830.	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз



1	2	4	5	6	7	8	9	10
46	Формула Тейлора.	4	0	4	5	[1d, 2, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
47	Экстремум функций нескольких переменных.	4	0	6	5	[1d, 2, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
48	Неявные функции.	4	0	4	6	[1d, 2, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
49	Условный экстремум	4	0	6	5.8	[1d, 2, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
50.	Числовые ряды. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.	2	0	4	5	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d] 2546-49, 2551-53, 2556-60, 2562-71	Проверка д/р, к/р, зачет, экз
51.	Абсолютная и условная сходимость. Теоремы Римана и Коши.	4	0	4	5	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 2573-76, 78-80, 85-90, 95, 98, 2603, 07, 12, 19, 20, 26, 29-32,	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	4	5	6	7	8	9	10
52.	Признаки сходимости знакопеременных рядов.	4	0	4	5	[2d, 3, 4d, 5d]	2665, 66.1, 67-71, 75-78, 82, 83, 86, 89	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
53.	Арифметические операции над рядами. Теорема Мер-тенса.	4	0	4	5	[2d, 3, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
54.	Бесконечные произведения. Их связь с рядами	2	0	4	5	[2d, 3, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
55.	Несобственные интегралы (НИ) по бесконечному промежутку. Признаки сходимости НИ от неотрицательных функций.	2	0	4	5	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 2334-45, 2358-65, 2369-71	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
56.	Абсолютная и условная сходимость НИ. Признаки Абеля и Дирихле.	2	0	6	5	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 2367, 68, 78-82, 84, 86, 87	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
56.	Замена переменных и интегрирование по частям. НИ от неограниченной функции. НИ с несколькими особенностями. Главное значение в смысле Коши.	4	0	4	5	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 2346-49, 53-55, 57, 84.1, 85, 76, 76.1, 77, 83, 90, 91-95	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2		4	5	6	7	8	9	10
	Всего часов		48	0	64	66.8			

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины *Математический анализ* на III семестр

очная

*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	6 /216
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	91.2
лекций	54
практических / семинарских	36
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	88.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36

Форма(ы) контроля:  
экзамен III семестр

№№	Тема и содержание	Форма изучения материалов					Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания для самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ЛР	ПР/Сем	СР				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
57.	Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей. Критерий Коши равномерной сходимости.		2	0	2	3	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 2741-43, 46-63, 65-66, 2716-37, 39-40, 83, 2800-05, 11, 11.1	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
58.	Признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов		4	0	2	3	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 2667-74, 2775-82, 84-91	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
59.	Степенные ряды. Теорема Коши–Адамара.		2	0	2	4	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 2812-26	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
60.	Ряды Тейлора. Признак разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение в ряд Тейлора элементарных функций.		2	0	2	4	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 2838, 39, 41, 43, 47-50, 52, 54, 55, 58, 61, 61.1, 69, 71, 83, 81, 86, 97, 2901, 03, 06, 09, 11, 13	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
61.	Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении.		2	0	2	4	[2d, 3, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
62.	Функциональные свойства собственных интегралов, зависящих от параметра		2	0	2	4	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 3711-20, 29, 30, 32, 34, 36, 37	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
63.	Функциональные свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра. Признаки равномерной сходимости таких интегралов.		2	0	1	4	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 3744-46, 54, 55, 55.3, 57, 59, 60-68, 72, 73, 76.1, 77-83, 84, 86, 87, 88, 89, 91, 93, 95, 97, 3800, 04, 13, 15, 18, 21, 23	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
64.	Эйлеровы интегралы.		2	0	1	4	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 3843-46, 48-49, 51-52, 55-58, 60-62, 80	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
65.	Замкнутость тригонометрической системы.		2	0	1	4	[2d, 3, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
66.	Лемма Римана. Разложение функции в ряд Фурье. Интеграл Дирихле.		2	0	1	4	[2d, 3, 4d, 5d]	[5d]: 2836, 38, 39-43, 45, 48, 51-54, 56, 58, 61, 63, 64, 66, 67, 71, 73, 75-83	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
67.	Преобразование Фурье. Формула обращения. Теорема Планшереля.		4	0	1	3.8	[2d, 3, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
68	Интеграл Римана на n-мерном промежутке		2	0	2	4	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 3901-15	Проверка д/р, к/р, зачет, экз
69	Критерии интегрируемости Лебега и Дарбу		2	0	1	4	[3d, 4, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
70	Интеграл по множеству		2	0	1	4	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 3916-20	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
71	Свойства интеграла Римана		2	0	2	4	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 3921-24	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
72	Сведение кратного интеграла к повторному. Теорема Фубини.		2	0	1	4	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 3926-36, 4076-86	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
73	Замена переменных в кратных интегралах.		2	0	1	4	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 3937-55, 3957-78, 3984-87, 3990-98, 4005-13, 15, 21, 87-91, 94-96, 99, 4101-03, 07	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
74	Несобственные интегралы.		4	0	2	4	[3d, 4, 4d, 5d]		Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
75	Криволинейные интегралы. Свойства. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го родов. Их сведение к обычным римановым интегралам. Примеры.		2	0	2	4	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 4221-32, 38, 40, 48-57	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
76	Криволинейный интеграл 2-го рода по замкнутой кривой. Условие независимости криволинейного интеграла от кривой. Признак полного дифференциала. Формула Грина.		2	0	2	2	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 4258-69, 71-75, 84-92	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
77	Поверхностные интегралы. Их сведение к двойным.		2	0	1	4	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 4341-50., 59, 60	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
78	Формула Остроградского, Стокса.		2	0	2	4	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 4376-80, 87-90,	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
79	Элементы векторного анализа.		4	0	2	4	[3d, 4, 4d, 5d]	[5d]: 4401-06, 08-13, 15-18, 22-30, 35-39, 40-45	Проверка д/р, колл-м, к/р, зачет, экз
	Всего часов		54	0	36	88.8			

## Рейтинг–план дисциплины

Математический анализнаправление подготовки «01.03.01 Математика»

- курс 1, семестр 1

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Минимальный балл	Максимальный балл
1	2	3	4	5
<b>Предел последовательности, функции</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>13</b>
Тест № 1 (теория)	1	13	0	13
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
Контрольная работа №1	2	5	0	10
<b>Непрерывность. Дифференцируемость</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>13</b>
Тест № 2 (теория)	1	13	0	13
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
Коллоквиум			0	10
<b>Интеграл</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>14</b>
Тест № 3 (теория)	1	14	0	14
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
Контрольная работа №3	2	5	0	10
<b>Поощрительные баллы</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
<b>Посещаемость</b>				
1. Посещение лекционных занятий			-6	0
2. Посещение семинарских занятий			-10	0
<b>Итоговый контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
Экзамен			0	30

- курс 1, семестр 2

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Минимальный балл	Максимальный балл
1	2	3	4	5
<b>Функции многих переменных. Предел, непрерывность</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>13</b>
Тест № 1 (теория)	1	13	0	13
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
Контрольная работа № 1	2	5	0	10

1	2	3	4	5
<b>Функции многих переменных. Дифференцируемость</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>13</b>
Тест № 2 (теория)	1	13	0	13
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
Контрольная работа № 2			0	15
<b>Числовые ряды. Несобственные интегралы</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>14</b>
Тест № 3 (теория)	1	14	0	14
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
Контрольная работа №3	2	5	0	10
<b>Поощрительные баллы</b>				
			<b>0</b>	<b>10</b>
<b>Посещаемость</b>				
1. Посещение лекционных занятий			-6	0
2. Посещение семинарских занятий			-10	0
<b>Итоговый контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
Экзамен			0	30

- курс 2, семестр 1

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Минимальный балл	Максимальный балл
1	2	3	4	5
<b>Функциональные ряды. Интегралы , зависящие от параметра</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>13</b>
Тест № 1 (теория)	1	13	0	13
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
Контрольная работа №1	2	5	0	10
<b>Кратные интегралы.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>13</b>
Тест № 2 (теория)	1	13	0	13
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
Контрольная работа № 2			0	15
<b>Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>14</b>
Тест № 3 (теория)	1	14	0	14
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
Контрольная работа № 3	2	5	0	10
<b>Поощрительные баллы</b>				
			<b>0</b>	<b>10</b>
<b>Посещаемость</b>				
1. Посещение лекционных занятий			-6	0

1	2	3	4	5
2. Посещение семинарских занятий			-10	0
<b>Итоговый контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
Экзамен			0	30