

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, ФИНАНСОВ И БИЗНЕСА

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол от «17» февраля 2021 г. № 5

Зав. кафедрой



/Р.Х.Бахитова

Согласовано:
Председатель УМК института



/Л.Р. Абзалилова

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Базовая часть

Программа бакалавриата

Направление подготовки
01.03.05 Статистика

Направленность (профиль) подготовки
«Анализ данных»

Квалификация
Бакалавр

Разработчики (составители):

ст. преп.



Габитова А.Р.

Для приёма: 2021 г.

Уфа - 2021

Составитель / составители: Габитова А.Р.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры цифровой экономики и коммуникации, протокол от «17» февраля 2021 г. №5.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры _____,
протокол № ____ от « ____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры _____,
протокол № ____ от « ____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры _____,
протокол № ____ от « ____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ Ф.И.О/

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины в структуре ООП	4
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	14
4.1 Перечень компетенций и индикаторов достижения с указанием соотнесённых запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.	14
Код и формулировка компетенции ОПК-3 Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения задач профессиональной деятельности.	14
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.	16
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	46
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	46
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	47
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	47

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

По результатам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения задач профессиональной деятельности.	ОПК-3 Способен осознанно применять методы математической и дескриптивной статистики для анализа количественных данных, в т.ч. с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ, содержательно интерпретировать полученные результаты, готовить статистические материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов.	ОПК-3 Владеет методологией экономического исследования: математическими и статистическими инструментами количественного анализа	<p>Знать: основные понятия и методологию теории вероятностей и математической статистики, процесс сбора статистической информации и инструментальные средства для её обработки в соответствии с поставленной задачей.</p> <p>Уметь: применять методы обработки статистической информации и соответствующие инструментальные средства для обработки экономических данных, интерпретировать результаты статистического анализа.</p> <p>Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения задач, связанных с расчётом параметров; методологией сбора и статистического исследования экономических и другого рода показателей с возможностью использования полученных результатов в публикациях и докладах.</p>

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к базовой части.

Дисциплина изучается на 2 курсе в 1 и 2 семестрах для очной формы обучения.

Целью изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование теоретических знаний о массовых случайных явлениях и присущих им закономерностях, о методах, приемах и способах научного анализа данных, а также развитие навыков использования методов и подходов теории вероятностей и математической статистики к решению практических задач.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения базовых разделов высшей математики.

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является необходимой для успешного освоения дисциплины «Эконометрика», практики по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (информационно-аналитическая), преддипломной практики, подготовки и защиты выпускной квалификационной работы.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»
на 1 семестр
очной формы обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	49,2
лекций	16
практических/ семинарских	16
Лабораторных	16
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	58,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36

Форма(ы) контроля:
Экзамен 3 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	4	5	6	7	8	9	10
Модуль 1. Методологические основы экономико-статистического анализа								
1.	Пространство элементарных исходов. Случайные события, классификация событий, алгебра событий.	1	1	0	4	2, гл.1 4	3: 8-37 4: с.61-68	Проверка выполнения практических заданий
2.	Аксиоматическое определение вероятности, свойства вероятностей. Вероятностное пространство.	1	1	0	4	2, 3	2: с.14-15	Проверка выполнения практических заданий
3.	Условные вероятности, теоремы умножения вероятностей, независимость (взаимная независимость) событий. Полная группа событий. Формула полной вероятности, формулы Байеса.	1	1	2	4	3, гл.2	2: с.31-37	Выполнение письменной работы по вопросам модуля 1 Проверка выполнения домашнего задания
Модуль 2. Комбинаторика. Схема Бернулли. Случайные величины.								
4.	Основные формулы комбинаторики.	1	1	2	4	3, гл. 5, 4	2: с.8-12 4: с.23-27	Проверка выполнения домашнего задания Лаб. работа №1
5.	Повторные независимые испытания: схема Бернулли, формула Пуассона, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.	1	1	4	4	2, гл. 3, 4	2: с.37-51, 4:68-87	Проверка выполнения домашнего задания Лаб. работа №2

6.	Дискретная случайная величина. Распределение вероятностей случайной величины. Функция распределения, плотность распределения случайной величины, их свойства.	2	2	2	6	2, гл. 4 4: с.87-106	2: с.52-60, 4: с.132-140	Проверка выполнения домашнего задания
7	Непрерывная (абсолютно непрерывная) случайная величина. Двумерное распределение СВ (дискретный и непрерывный случай).	1	1	2	4	2, гл. 6, гл. 8, 4	2: с.86-105, с.137-145, 4: с.106-141	Выполнение письменной работы по вопросам модуля 2. Проверка выполнения домашнего задания
Модуль 3. Законы распределения случайных величин. Числовые характеристики случайных величин.								
8	Законы распределения: биномиальное, геометрическое, Пуассона и т.д.	1	1	0	2,8	2, гл.4 4: с.141-152	2: с.52-61, 4: с.172-175	Проверка выполнения домашнего задания
9	Некоторые законы распределения непрерывных случайных величин: нормальное, равномерное, экспоненциальное, логарифмически нормальное.	2	1	0	6	2, гл.6, 4	2: с.106-118, 4: с.152-175	Проверка выполнения домашнего задания
10	Мат. ожидание функции от случайных величин, его св-ва, моменты случайных величин. Дисперсия, среднее квадратическое отклонение, ковариация, их свойства. Мода, медиана, квантили.	2	2	4	6	2, гл.6 пар.3	2: с.99-105	Проверка выполнения домашнего задания Лаб. работа №3
11	Характеристики формы распределения: коэф-т асимметрии, коэф-т эксцесса. Условные числовые характеристики и их свойства. Коэффициент корреляции случайных величин и его свойства.	1	2	0	6	2, гл.8, пар.2; 2, гл.8, пар.4, 4: п.3.7, гл.5	2: с.132-136 2: с.146-150, 4: с.114-119, с.175-218	Выполнение письменной работы по вопросам модуля 3

Модуль 4. Предельные теоремы и Закон больших чисел.								
12	Закон больших чисел: неравенства Чебышева, теорема Чебышева, теорема Бернулли, теорема Пуассона.	1	1	0	4	2, гл. 5 Интернет-ресурсы	2: с.82-85,	Проверка выполнения домашнего задания
13	Центральная предельная теорема и её следствия.	1	1	0	4		3: с.82-87	Выполнение письменной работы по вопросам модуля 4
	Другие (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)				1,2			
	Учебных часов на подготовку к экзамену (Контроль)				36			
	Всего часов:	16	16	16	96			

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»
на 2 семестр
очной формы обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	5/180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	67,2
лекций	16
практических/ семинарских	32
лабораторных	16
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	3,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	76,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36

Форма(ы) контроля:
Экзамен, КР 2 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	4	5	6	7	8	9	10
Модуль 5. Основные методы и понятия статистического описания. Предварительная обработка данных.								
14	Основные понятия математической статистики. Выборочное пространство.	2	4	0,5	8	2, гл.9, пар.1	2: с.151	Проверка выполнения домашнего задания
15	Вариационный ряд, статистический ряд (дискретный вариационный ряд), интервальный статистический ряд (интервальный вариационный ряд).	2	4	0,5	10	2, гл.9, пар.1	2: с.151	Проверка выполнения домашнего задания
16	Эмпирическая функция и плотность распределения, их графическое представление (гистограмма, полигон).	2	4	0,5	8	2, гл.9, пар.2,3	2: с.152-156;	Выполнение письменной работы по вопросам модуля 5
Модуль 6. Статистическое оценивание параметров.								
17	Постановка задачи точечного оценивания. Определение точечной оценки параметра θ . Требования к точечным оценкам: состоятельность, несмещенность, эффективность. Теорема о единственности эффективной оценки.	2	4	0,5	8	2, гл.10, пар.1	3: с.157-174	Проверка выполнения домашнего задания

	Неравенство Рао-Крамера и эффективная оценка по Рао-Крамеру.							
18	Исследование свойств оценок основных числовых характеристик. Методы нахождения точечных оценок.	2	4	0,5	8,8	2, гл.10, пар.2,3	2: 163-173;	Проверка выполнения домашнего задания
19	Понятие интервальной оценки и доверительного интервала пар-ра θ . Примеры построения дов. интервалов для числовых характеристик в случае нормального закона распределения генеральной совокупности и выборки большого объема.	2	4	1	10	2, гл.10, пар.4	2: с.174-180	Проверка выполнения заданий. Лабораторная работа №6 Выполнение к/р по модулю 6
Модуль 7. Статистическая проверка гипотез.								
20	Основные теоретические сведения по проверке непараметрических статистических гипотез. Критерии согласия.	1	2	1	8	4, гл.10.7	4: с.375-380	Проверка выполнения домашнего задания Лабораторная работа №4
21	Проверка гипотезы о нормальном хар-ре распределения ген. совокупности на основе асимметрии и эксцесса.	2	4	1	8	2, гл.13, пар.16	3: с.276-282	Проверка выполнения домашнего задания
22	Статистические показатели связи: коэффициент корреляции Пирсона; ранговой корреляции Спирмена, Кендалла	1	2		8	4, гл.12, с. 201	4, гл.13, с.244-247	Проверка выполнения домашнего задания Лабораторная работа №5 Выполнение к/р по модулю 7
	Другие (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности,				3,2			

	предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)							
	Учебных часов на подготовку к экзамену (Контроль)				36			
	Всего часов:	16	32	16	116			

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1 Перечень компетенций и индикаторов достижения с указанием соотнесённых запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции ОПК-3 Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения задач профессиональной деятельности.

Код и наименование индикатора компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 (“Не удовлетворительно”)	3 (“Удовлетворительно”)	4 (“Хорошо”)	5 (“Отлично”)
ОПК-3 Способен осознанно применять методы математической и дескриптивной статистики для анализа количественных данных, в т.ч. с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ, содержательно интерпретировать полученные результаты, готовить	Знать: основные понятия и методологию теории вероятностей и математической статистики, процесс сбора статистической информации и инструментальные средства для её обработки в соответствии с поставленной задачей.	Фрагментарные представления о предмете ТВ и МС, о методах сбора и обработки экономических данных.	Неполные представления о предмете ТВ и МС, о методах сбора и обработки экономических данных, о компьютерных программах и технологиях их обработки	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о методологии ТВ и МС, о методах сбора и обработки экономических данных, о компьютерных программах и технологиях их обработки	Сформированные систематические представления о методологии ТВ и МС, о методах сбора и обработки экономических данных, о компьютерных программах и технологиях их обработки
	Уметь: применять методы обработки статистической информации и соответствующие инструментальные средства для обработки	Фрагментарные умения применять методы обработки статистической информации и соответствующие пакеты программ для обработки экономических данных.	В целом успешное, но не систематическое умение применять методы обработки статистической информации и соответствующие пакеты программ для обработки экономических данных.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умения применять методы обработки статистической информации и соответствующие инструментальные средства для обработки	Сформированное умение применять методы обработки статистической информации и соответствующие инструментальные средства для обработки

статистические материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов.

экономических данных, интерпретировать результаты статистического анализа.			экономических данных, интерпретировать результаты статистического анализа.	экономических данных, интерпретировать результаты статистического анализа.
Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения задач, связанных с расчётом параметров; методологией сбора и статистического исследования экономических и другого рода показателей.	Фрагментарное владение навыками применения современного математического инструментария для решения задач, связанных с расчётом параметров; методологией сбора и статистического исследования экономических и другого рода показателей.	В целом успешное, но не систематическое владение навыками применения современного математического инструментария для решения задач, связанных с расчётом параметров; методологией сбора и статистического исследования экономических и другого рода показателей.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владения навыками применения современного математического инструментария для решения задач, связанных с расчётом параметров; методологией сбора и статистического исследования экономических и другого рода показателей с возможностью использования полученных результатов в публикациях и докладах.	Успешное и систематическое владение навыками применения современного математического инструментария для решения задач, связанных с расчётом параметров; методологией сбора и статистического исследования экономических и другого рода показателей с возможностью использования полученных результатов в публикациях и докладах.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Программа дисциплины включает следующие 7 модулей:

Модуль 1. Методологические основы экономико-статистического анализа и прогнозирования рынка

Модуль 2. Комбинаторика. Схема Бернулли.

Модуль 3. Случайные величины. Законы распределения случайных величин. Числовые характеристики случайных величин.

Модуль 4. Предельные теоремы и Закон больших чисел.

Модуль 5. Основные методы и понятия статистического описания. Предварительная обработка данных.

Модуль 6. Статистическое оценивание параметров.

Модуль 7. Статистическая проверка гипотез.

При реализации рабочей программы дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» для направления «Статистика» используется модульно-рейтинговая технология оценки усвоения знаний и развития компетенций студентов.

При изучении курса предусматриваются интерактивные формы проведения лекционных и практических занятий:

- видеопроекция слайдов лекций, описывающих основные положения, определения понятий дисциплины;
- видеопроекция практических возможностей применения вероятностных и статистических методов с использованием инструментальных средств Statistica, R;
- проблемное обучение;
- обучение на основе опыта.

Оценка уровня освоения дисциплины осуществляется в виде текущего и промежуточного контроля успеваемости студентов, и на основе критериев оценки уровня освоения дисциплины.

Контроль представляет собой набор заданий и проводится в форме контрольных мероприятий по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине и пр.);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

Активность обучающегося на занятиях оценивается на основе выполненных работ и заданий, предусмотренных ФОС дисциплины.

Оценивание проводится преподавателем независимо от наличия или отсутствия обучающегося (по уважительной или неуважительной причине) на занятии. Оценка носит комплексный характер и учитывает достижения обучающегося по основным компонентам учебного процесса за текущий период.

Оценочные средства составляются преподавателем самостоятельно с ежегодным обновлением банка средств. Количество вариантов заданий зависит от числа обучающихся.

Типовые контрольные задания

Формы и содержание текущего контроля в I и II семестрах:

- контроль посещаемости лекционных, практических и лабораторных занятий;
- оценка подготовки к практическим и лабораторным занятиям;
- выборочная проверка ответов на вопросы самоконтроля;
- выполнение и защита лабораторных работ;
- выполнение контрольного тестирования по результатам усвоения основных понятий, концепций по модулям.

Формы и содержание рубежного контроля в I и II семестрах:

проведение итоговых контрольных работ.

Изучение модулей 1-3 (в I семестре) и модулей 5-6 (во II семестре) завершается рубежным контролем в виде контрольных работ. Изучение модуля 4 (в I семестре) и модуля 7 (во II семестре) завершается рубежным контролем в виде итоговой контрольной работы. Максимальная сумма баллов, которые может получить студент в течение семестра, составляет с учётом поощрительных баллов – 110 баллов.

Промежуточный и итоговый контроль по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в виде экзамена (максимальная сумма баллов – 30) в конце I и II семестров.

По итогам семестра оценка «удовл» выставляется бакалавру, если он набрал в сумме по результатам текущего и рубежного контроля не менее 45 баллов, причём баллы рубежного контроля добавляются только в том случае, если студент набрал за текущий контроль более 20 баллов, в противном случае бакалавру выставляется оценка «не удовл».

Пример варианта итоговой контрольной работы в I семестре

Вариант в соответствии с номером в списке группы. 20 вариантов. Номер 21 получает вариант 1, номер 22 – вариант 2 и т.д.

1. В партии из N изделий n изделий имеют дефект (табл. 1). Какова вероятность того, что из взятых наугад m изделий ровно k имеют скрытый дефект?
2. В магазине для продажи выставлены n изделий, среди которых k изделий некачественные (табл. 2). Какова вероятность того, что взятые случайным образом m изделий окажутся некачественными?
3. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие от трёх поставщиков в количестве: n_1 с первого завода, n_2 со второго и n_3 с третьего (табл. 3). Вероятность качественного изготовления комплектующих на первом заводе равна p_1 ,

для второго p_2 и для третьего p_3 . Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

4. Дано распределение дискретной случайной величины X (табл. 4). Найти её математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.
5. В городе имеются N оптовых баз (табл. 5). Вероятность того, что требуемый товар отсутствует на этих базах одинакова и равна p . Составить закон распределения числа баз, на которых отсутствует товар.

таблица 1 Варианты задания 1

Вариант	N	n	m	k	Вариант	N	n	m	k
1	20	4	5	2	11	30	10	5	3
2	30	5	5	3	12	26	8	6	4
3	20	5	4	2	13	24	8	5	3
4	25	6	5	3	14	22	6	4	2
5	15	4	3	2	15	20	5	3	2
6	20	6	4	1	16	20	5	4	1
7	30	4	3	2	17	16	6	5	3
8	16	4	3	2	18	18	5	4	2
9	18	6	5	3	19	14	4	3	1
10	12	5	4	2	20	10	4	3	2

таблица 2 Варианты задания 2

Вариант	n	k	m	Вариант	n	k	m
1	20	6	2	11	30	8	3
2	18	8	3	12	25	7	2
3	16	6	2	13	23	6	3
4	14	5	3	14	24	8	2
5	12	4	3	15	30	9	3
6	10	4	2	16	15	5	2
7	18	6	3	17	17	6	3
8	22	8	2	18	18	8	4
9	24	8	3	19	20	7	2
10	26	6	2	20	22	6	3

таблица 3 Варианты задания 3

Вариант	n_1	p_1	n_2	p_2	n_3	p_3	Вариант	n_1	p_1	n_2	p_2	n_3	p_3
1	25	0,9	35	0,8	40	0,7	11	20	0,9	15	0,9	15	0,8
2	15	0,8	25	0,7	10	0,7	12	14	0,8	26	0,9	10	0,8
3	40	0,9	35	0,7	25	0,9	13	16	0,8	40	0,9	44	0,7
4	25	0,7	10	0,8	15	0,8	14	30	0,9	20	0,7	50	0,7
5	10	0,9	20	0,8	20	0,6	15	20	0,8	10	0,9	20	0,9
6	40	0,8	30	0,9	30	0,8	16	25	0,9	35	0,8	40	0,7
7	20	0,8	50	0,9	30	0,8	17	15	0,8	25	0,7	20	0,9
8	35	0,7	35	0,8	30	0,9	18	40	0,9	25	0,8	35	0,8
9	15	0,9	45	0,8	40	0,9	19	14	0,8	26	0,6	20	0,7
10	40	0,8	15	0,7	45	0,8	20	18	0,9	32	0,8	30	0,7

таблица 4 Варианты задания 4

Вариант	Числовые данные					Вариант	Числовые данные				
1	x_i	-5	2	3	4	11	x_i	-6	-2	2	3
	p_i	0,4	0,3	0,1	0,2		p_i	0,2	0,1	0,4	0,3
2	x_i	0,2	0,5	0,6	0,8	12	x_i	2	5	6	
	p_i	0,1	0,5	0,2	0,2		p_i	0,5	0,1	0,4	
3	x_i	-6	-2	1	4	13	x_i	-5	-3	1	3
	p_i	0,1	0,3	0,4	0,2		p_i	0,2	0,1	0,1	0,6
4	x_i	0,2	0,5	0,6		14	x_i	2	5	6	8
	p_i	0,5	0,4	0,1			p_i	0,2	0,2	0,4	0,2
5	x_i	-8	-2	1	3	15	x_i	4	6	8	12
	p_i	0,1	0,3	0,4	0,2		p_i	0,3	0,1	0,3	0,3
6	x_i	-2	1	3	5	16	x_i	4	6	9	
	p_i	0,1	0,3	0,4	0,2		p_i	0,4	0,3	0,3	
7	x_i	-3	2	3	5	17	x_i	4	6	8	9
	p_i	0,3	0,4	0,1	0,2		p_i	0,3	0,1	0,1	0,5
8	x_i	2	3	10		18	x_i	3	6	7	9
	p_i	0,1	0,4	0,5			p_i	0,3	0,2	0,1	0,4
9	x_i	-4	-1	2	3	19	x_i	5	10	12	14
	p_i	0,3	0,1	0,4	0,2		p_i	0,4	0,2	0,1	0,3
10	x_i	-3	2	3	5	20	x_i	6	8	14	
	p_i	0,3	0,4	0,1	0,2		p_i	0,2	0,4	0,4	

таблица 5 Варианты задания 5

Вариант	N	p	Вариант	N	p
1	3	0,2	11	3	0,15
2	4	0,25	12	3	0,18
3	3	0,1	13	4	0,24
4	2	0,2	14	2	0,14
5	4	0,1	15	3	0,16
6	3	0,2	16	4	0,15
7	4	0,3	17	3	0,24
8	3	0,1	18	2	0,1
9	3	0,12	19	3	0,12
10	4	0,3	20	4	0,14

Критерии оценки (в баллах)

Критерии оценивания	Количество баллов
Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный	10

ответ. Ясно описан способ решения.	
Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение, такие как небольшие логические пропуски, не связанные с основной идеей решения.	8
Решение в целом верное. Задача решена неоптимальным способом или допущено не более двух незначительных ошибок. В работе присутствуют арифметическая ошибка, механическая ошибка или описка при переписывании выкладок или ответа, не искажившие экономическое содержание ответа.	6
Имеются существенные ошибки в логическом рассуждении и в решении. Рассчитанное значение искомой величины искажает экономическое содержание ответа.	4
Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения. Отсутствует окончательный численный ответ (если он предусмотрен в задаче). Правильный ответ угадан, а выстроенное под него решение - безосновательно.	2
Решение неверное или отсутствует.	0

Примеры вариантов тестовых заданий для текущего контроля (семестр I)

1. Статистический эксперимент заключается в бросании монеты до первого появления герба. Пространство элементарных исходов и общее число элементарных исходов представлены в ответе

- а) $\Omega = \{г, цг, ццг, \dots, цц\dots цг\}$, конечно;
б) $\Omega = \{г, цг, \dots, цц\dots цг, \dots\}$, более, чем счётное;
в) $\Omega = \{г, цг, \dots, ц\dots цг, \dots\}$, счётное;
г) $\Omega = \{г, цг, \dots, ццг\}$, неизвестно.

2. Если A_1, A_2, \dots, A_n – полная группа попарно несовместных событий, то из аксиом Колмогорова следует

- а) $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) < P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$;
б) $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) > P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$;
в) $0 < P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) < 1$;
г) $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$ и в частности, при $n=2$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

3. Геометрическое определение вероятности предполагает

- а) Ω -ограниченная k -мерная область с мерой $0 < |\Omega| < \infty$;

элементарные исходы равновозможны, плотность распределения вероятностей элементарных исходов $P(\omega) = \frac{1}{|\Omega|}$ и $P(A) = \int_{\omega \in A} P(\omega) d\omega = \frac{|A|}{|\Omega|}$;

- б) Ω - область, принадлежащая R^k ;

$P(A) = \int_{\omega \in A} P(\omega) d\omega$, где $P(\omega)$ – плотность распределения вероятностей элементарных

исходов;

в) $P(A) = \frac{k}{n}$, где k – число элементарных исходов принадлежащих A , n – число элементарных

исходов, принадлежащих Ω ;

г) $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, где $|A|$ – мера A , $|\Omega|$ – мера Ω .

4. $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ – множество элементарных событий опыта. $A = \{2,3,4\}$,
 $B = \{1,3,5\}$. Событие $A+B$ равно

а) $\{3,6,9\}$;

б) $\{3,4,5,6,7,8,9\}$;

в) $\{1,2,3,4,5\}$;

г) $\{6,7,8,9,10\}$.

5. Из ящика, в котором 8 черных шаров и m белых, берется один шар наугад. Вероятность
взять белый шар равна 0,8. Число шаров в ящике равно

а) 10; б) 16; в) 40; г) 64.

6. $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$ – пространство элементарных событий. $P_1=0,2$ $P_2=0,15$
 $P_3=0,05$ $P_4=0,2$ $P_5=0,3$ P_6 – соответствующие вероятности. Вероятность события
 $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_6\}$ равна

а) 0,3; б) 0,25; в) 0,35; г) 0,45.

7. $\Omega = \{x \in R : 1 \leq x \leq 4\}$ – пространство элементарных равновероятных событий.
 $A = \{x \in \Omega : 2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \in \Omega : 2,4 \leq x \leq 3,6\}$. Вероятность события $P(AB)$ равна

а) 0,4; б) 0,6; в) 0,5; г) 0,2.

8. $\Omega = \{\omega_i, i = \overline{1,10}\}$ – пространство элементарных равновероятных исходов. Условная
вероятность события $A = \{\omega_3, \omega_4, \omega_6, \omega_7\}$ относительно события $B = \{\omega_2, \omega_4, \omega_9, \omega_{10}\}$
равна

а) 0,8; б) 0,25; в) 1; г) 0,5.

9. События A_1, A_2, \dots, A_n независимы в совокупности, если

а) $P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2) \dots P(A_n)$;

б) для всякого $k: 2 \leq k \leq n$ и для любого подмножества событий $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}$ выполняется
равенство $P(A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k})$;

в) $P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2 / A_1) \dots P(A_n / A_1 A_2 \dots A_{n-1})$;

г) для любого подмножества событий $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}$ выполняется равенство
 $P(A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2} / A_{i_1}) \dots P(A_{i_k} / A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_{k-1}})$.

10. Формулы Байеса справедливы при следующих допущениях

а) гипотезы H_1, H_2, \dots, H_n попарно несовместны и образуют полную группу событий;

б) гипотезы H_1, H_2, \dots, H_n – несовместны в совокупности;

в) гипотезы H_1, H_2, \dots, H_n – попарно независимы;

г) гипотезы $H_1, H_2 \dots H_n$ - независимы в совокупности.

11. Симметричная монета подбрасывается трижды. Вероятность того, что герб появится ровно 2 раза, равна

- а) 0,5; б) 0,375; в) 0,25 г) 0,125.

12. В случае конечного или счетного пространства элементарных исходов Ω случайной величиной называют

- а) любую функцию $\xi(\omega)$, определенную на Ω и принимающую значение на $\Omega_\xi \subset R$;
б) только непрерывную функцию, определенную на Ω ;
в) функцию, осуществляющую взаимно однозначное отображение Ω на Ω_ξ , где Ω_ξ - подмножество множества действительных чисел;
г) рациональную функцию, определенную на Ω и принимающую значение на $\Omega_\xi \subset R$.

13. Функция распределения 2-мерного случайного вектора $F_{XY}(x, y)$. Выражение для функции распределения 1-ой компоненты X приведено в ответе

- а) $F_X(x) = F_{XY}(x, -\infty)$;
б) $F_X(x) = F_{XY}(x, 0)$;
в) $F_X(x) = F_{XY}(x, +\infty)$;
г) $F_X(x) = \sum_y F_{XY}(x, y)$.

14. Плотность распределения вероятностей непрерывного 2-мерного случайного вектора задается функцией $P_{XY}(x, y)$. Вероятность попадания значений случайного вектора в область A приведена в

- а) $P(\omega: (XY) \in A) = \iint_{R^2} P_{XY}(x, y) dx dy$;
б) $P(\omega: (XY) \in A) = \iint_A P_{XY}(x, y) dx dy$;
в) $P(\omega: (XY) \in A) = \max_{(x,y) \in A} P_{XY}(x, y) - \min_{(x,y) \in A} P_{XY}(x, y)$;
г) $P(\omega: (XY) \in A) = \sum_{(x,y) \in A} \sum P_{XY}(x, y)$.

15. Дан закон распределения дискретной случайной величины ξ

x_i	0	2	5	8	10
p_i	0,1	0,3	0,2	0,3	0,1

Значение функции распределения в точке $x=8$ равно

- а) 0,3; б) 0,6; в) 0,2; г) 0,7.

16. Случайная величина ξ равномерно распределена на $[0;2]$. $P\{0,8 \leq \xi < 1,5\}$ равна

- а) 0,4; б) 0,75; в) 0,35; г) 0,8.

17. Дан ряд распределения дискретной случайной величины ξ

x_i	1	3	5	7	11
p_i	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2

Математическое ожидание функции $\eta = 2\xi + 3$ равно

- а) 4,8; б) 5; в) 6; г) 15.

18. $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 1,6 \\ 1,6 & 4 \end{pmatrix}$ - ковариационная матрица двумерного случайного вектора (ξ, η) . $\rho_{\xi\eta}$

равен

- а) 0,4; б) 0,8; в) 0,1; г) 0,6.

19. Случайная величина ξ имеет математическое ожидание $M(\xi) = 8$ и дисперсию $D(\xi) = 2$. $P(\alpha \leq \xi \leq 12)$ оценивается по неравенству Чебышева. Число α равно

- а) 10; б) 6; в) 4; г) 2.

Описание методики оценивания результатов тестов (семестр I):

Критерии оценки (в баллах) за тест

Критерии оценивания	Количество баллов
Тест выполнен в полном объёме, все ответы правильные	6
Тест выполнен в полном объёме, 80% ответов правильные	3

Описание методики оценивания лабораторных работ

Критерии оценки (в баллах) за одну л/р

Критерии оценивания	Количество баллов
Работа выполнена полностью: цель выполнения задания успешно достигнута; основные понятия определены, расчёты выполнены в полном объёме; защита отчёта по выполнению заданий пройдена успешно.	6
Работа выполнена: цель выполнения задания достигнута; наличие правильных эталонных ответов; без защиты отчёта.	3
Задания не выполнены, цель выполнения задания не достигнута.	0

Примеры лабораторных заданий в I семестре

Лабораторная работа 1.

Раздел (тема) дисциплины: **Основные формулы комбинаторики. Основные теоремы теории вероятности.**

Задание: С использованием средств пакета MS Excel: 1. решить задачи с применением основных теорем о вероятностях; 2. решить задачи с применением основных формул

комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки). 3. вычислить по формуле Бернулли вероятности появления события заданное число раз.

Результат выполнения: отчет по лабораторной работе № 1 и файл, сформированный студентом на ПК. К оформлению результатов предъявляются следующие требования – в табличном процессоре Excel последовательно должны быть записаны исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно должен быть выделен полученный ответ.

Критерии оценки: максимальный балл, который бакалавр может получить за выполнение задания – 6 баллов, 3 из которых – за защиту отчета по выполнению задания.

Лабораторная работа 2.

Раздел (тема) дисциплины: **Биномиальное распределение.**

Задание: решить следующие задачи:

1. Семь коров щиплют траву на лугу, равномерно покрытом травой. Коровы не имеют склонности к скоплению, и каждая из них равно предпочитает любую точку луга. Коровы двигаются по лугу совершенно независимо одна от другой. Площадь луга 10 000 кв.м. Найти вероятности того, что: а) ровно две коровы окажутся в данном квадрате со стороной 25 метров; б) только одна корова окажется в данном квадрате; в) все 7 коров будут пастись в этом квадрате.

2. Задачу Шевалье де Мере: «Имеет ли смысл ставить на выпадение двух шестерок одновременно при бросании двух костей 24 раза или нет?»

3. Измененную задачу Шевалье де Мере: «Имеет ли смысл ставить на выпадение пары шестерок в 25 бросаниях?»

3. Задачу Пеппайса (задачу игрока): «На что лучше ставить игроку: а) на выпадение одной шестерки при бросании кости 6 раз? б) на выпадение двух шестерок при бросании кости 12 раз? в) на выпадение трех шестерок при бросании кости 18 раз? г) на выпадение четырех шестерок при бросании кости 24 раза?»

4. Задачу о вероятности того, что при 100-кратном бросании монеты выпадет ровно 50 гербов. Примечание: задача на биномиальное распределение. Вероятность успеха равна $1/2$, число испытаний — 100.

5. Задачу о жадном фальшивомонетчике:

Чеканщик монет в королевстве заменяет 5 настоящих золотых монет и кладет вместо них в ящик 5 фальшивых. Затем все содержимое ящика он тщательно перемешивает. Всего в ящике содержится 125 монет. Король берет 10 ящиков, разбивает их и из каждого разбитого ящика берет наугад одну монету. С какой вероятностью он обнаружит хотя бы одну фальшивую?

Примечание: задача на биномиальное распределение. Вероятность успеха для короля – это вероятность того, что он взял фальшивую монету из ящика и обнаружил фальшивомонетчика. Так как в ящике находится 5 фальшивых монет среди 125, то вероятность успеха равна $5/125$. Число испытаний - это число ящиков, из которых король брал монеты. Таких ящиков всего 10. Значит число испытаний равно 10.

Результат: отчет по лабораторной работе № 2 и файл, сформированный студентом на ПК в пакете Statistica. К оформлению результатов предъявляются следующие требования – в отчете последовательно должны быть записаны исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты, должны быть приведены скриншоты проделанной работы в пакете Statistica. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно должен быть выделен полученный ответ.

Критерии оценки: максимальный балл, который бакалавр может получить за выполнение задания – 6 баллов, 3 из которых – за защиту отчёта по выполнению задания.

Лабораторная работа № 3

Раздел (тема) дисциплины: **Числовые характеристики случайной величины**

Задание: 1. Найти математическое ожидание, дисперсию (двумя способами) и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X : а) без использования MS Excel; б) с использованием MS Excel. 2. Для каждого из вариантов задания найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины $Z_1 = 3X + 4Y$, $Z_2 = 5X + 2Y$ с использованием и без использования MS Excel, если известны математические ожидания $M(X)$ и $M(Y)$ и дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$ случайных величин X и Y .

Результат: отчет по лабораторной работе № 3 и файл, сформированный студентом на ПК. К оформлению результатов предъявляются следующие требования – в табличном процессоре Excel последовательно должны быть записаны исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно должен быть выделен полученный ответ.

Критерии оценки: максимальный балл, который бакалавр может получить за выполнение задания – 6 баллов, 3 из которых – за защиту отчёта по выполнению задания.

Вариант заданий рубежного контроля в I семестре – письменное задание (максимум по всем модулям - 28 баллов, из них 10 - итоговая контрольная работа)

1. (2 балла) Отрезок разделен на три равные части. На этот отрезок наудачу брошены три точки. Найти вероятность того, что на каждую из трех частей отрезка попадет по одной точке. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.
2. (2 балла) 8 различных книг расставлены наудачу на одной полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся рядом.
3. (2 балла) В пачке тетрадей 7 контрольных работ по дифференциальным уравнениям, 15 по мат. анализу и 18 по теории вероятностей. Вероятности того, что контрольные работы написаны на «5» по дифференциальным уравнениям, математическому анализу и по теории вероятностей соответственно равны: 0,2; 0,1; 0,15. Найти вероятность того, что наудачу проверенная из пачки тетрадей контрольная работа будет выполнена на «5».
4. (2 балла) Ученый селекционер взял 5 рисовых зерен и 4 ячменных. Всхожесть риса 92%, всхожесть ячменя 81%. Из взошедших семян он отобрал один росток для исследования. Найти вероятность того, что это рисовый росток.
5. (2 балла) Монету бросают 8 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет не менее двух раз.
6. (2 балла) Вероятность поражения цели орудием равна 0,7. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах цель поразится не менее 100 раз.
7. (2 балла) Вероятность появления события в каждом из 500 независимых испытаний равна 0,4. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,02.
8. (2 баллов) В группе из 8 учеников 6 успевающих. Наудачу выбирают двоих учеников. Составить закон распределения числа успевающих учеников среди отобранных.
9. (2 балла) Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины, закон распределения которой задан таблицей:

X	-3	-1	2	4	5	8
P	0.1	0.15	0.1	0.2	0.4	0.05

Пример варианта итоговой контрольной работы во II семестре

Вариант в соответствии с номером в списке группы. 20 вариантов. Номер 21 получает вариант 1, номер 22 – вариант 2 и т.д.

1. Рассчитать и построить гистограмму относительных частот по сгруппированным данным (табл. 1), где m_i - частота попадания вариант в промежуток $(x_i, x_{i+1}]$.
2. Найти несмещённую выборочную дисперсию на основании данного распределения выборки (табл. 2).
3. Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение a_0 является математическим ожиданием нормально распределённой случайной величины при 5% -м уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате обработки выборки объёма $n = 10$ получено выборочное среднее \bar{x} , а выборочное среднее квадратическое отклонение равно s_1 (табл. 3).
4. При уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределённых случайных величин X и Y на основе выборочных данных (табл. 4) при альтернативной гипотезе $H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$.
5. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы (табл. 5).

таблица 1 Варианты задания 1

Вариант	i	$x_i < X \leq x_{i+1}$	m_i	Вариант	i	$x_i < X \leq x_{i+1}$	m_i
1	1	2 – 4	5	11	1	2 – 6	5
	2	4 – 6	8		2	6 – 10	3
	3	6 – 8	16		3	10 – 14	18
	4	8 – 10	12		4	14 – 18	9
	5	10 – 12	9		5	18 – 22	5
2	1	3 – 7	4	12	1	14 – 16	3
	2	7 – 11	6		2	16 – 18	12
	3	11 – 15	9		3	18 – 20	10
	4	15 – 19	10		4	20 – 22	15
	5	19 – 23	11		5	22 – 24	10
3	1	-6 ÷ -2	2	13	1	5 – 10	2
	2	-2 – 2	8		2	10 – 15	14
	3	2 – 6	14		3	15 – 20	11
	4	6 – 10	6		4	20 – 25	9
	5	10 – 14	10		5	25 – 30	4
4	1	4 – 8	5	14	1	3 – 5	1
	2	8 – 12	7		2	5 – 7	6
	3	12 – 16	10		3	7 – 9	14
	4	16 – 20	12		4	9 – 11	7
	5	20 – 24	6		5	11 – 13	2

5	1	7 – 9	5	15	1	4 – 9	5
	2	9 – 11	4		2	9 – 14	9
	3	11 – 13	8		3	14 – 19	13
	4	13 – 15	12		4	19 – 24	6
	5	15 – 17	11		5	24 – 29	7
6	1	5 – 8	5	16	1	10 – 12	4
	2	8 – 11	7		2	12 – 14	12
	3	11 – 14	4		3	14 – 16	8
	4	14 – 17	1		4	16 – 18	8
	5	17 – 20	3		5	18 – 20	18
7	1	4 – 6	3	17	1	3 – 7	6
	2	6 – 8	9		2	7 – 11	8
	3	8 – 10	7		3	11 – 15	10
	4	10 – 12	22		4	15 – 19	12
	5	12 – 14	9		5	19 – 23	4
8	1	1 – 5	4	18	1	5 – 7	4
	2	5 – 9	5		2	7 – 9	14
	3	9 – 13	9		3	9 – 11	12
	4	13 – 17	10		4	11 – 13	8
	5	17 – 21	2		5	13 – 15	2
9	1	10 – 14	3	19	1	11 – 14	3
	2	14 – 18	16		2	14 – 17	8
	3	18 – 22	8		3	17 – 20	14
	4	22 – 26	7		4	20 – 23	15
	5	26 – 30	6		5	23 – 26	10
10	1	20 – 22	4	20	1	2 – 5	6
	2	22 – 24	6		2	5 – 8	24
	3	24 – 26	10		3	8 – 11	13
	4	26 – 28	4		4	11 – 14	1
	5	28 – 30	6		5	14 – 17	6

таблица 2 Варианты задания 2

Вариант	Распределение					Вариант	Распределение				
1	x_i	-6	-2	3	6	11	x_i	-4	-1	2	8
	n_i	12	14	6	8		n_i	16	8	14	12
2	x_i	-10	-5	-1	4	12	x_i	47	50	52	56
	n_i	25	44	16	15		n_i	24	16	23	17
3	x_i	4	8	16	24	13	x_i	-6	-2	2	5
	n_i	31	14	28	27		n_i	11	13	14	12
4	x_i	430	450	500		14	x_i	14	15	18	20
	n_i	20	18	12			n_i	15	12	11	12
5	x_i	0,01	0,04	0,08	0,14	15	x_i	381	385	389	
	n_i	19	28	31	22		n_i	54	22	24	
6	x_i	2	6	8	9	16	x_i	-3	1	4	8

	n_i	20	13	12	5		n_i	2	3	1	4
7	x_i	10	14	16	22	17	x_i	16	20	22	30
	n_i	13	24	14	9		n_i	14	26	17	3
8	x_i	3	6	8	14	18	x_i	38	42	46	
	n_i	8	14	10	18		n_i	52	36	12	
9	x_i	2	3	5	6	19	x_i	15	26	31	
	n_i	16	11	10	13		n_i	426	318	256	
10	x_i	3150	3170	3200		20	x_i	4	8	10	14
	n_i	14	6	20			n_i	12	24	38	26

таблица 3 Варианты задания 3

Вариант	a_0	\bar{x}	s_1	Вариант	a_0	\bar{x}	s_1
1	10	12	1	11	50	52	3
2	20	22	4	12	90	88	6
3	20	18	2	13	86	84	5
4	40	44	3	14	80	78	4
5	58	56	4	15	60	66	5
6	60	64	6	16	100	96	6
7	70	66	8	17	80	78	4
8	70	72	5	18	80	84	3
9	50	48	2	19	50	48	2
10	30	34	4	20	60	54	2

таблица 4 Варианты задания 4

Вариант	X		Y		Вариант	X		Y	
	x_i	n_i	y_i	m_i		x_i	n_i	y_i	m_i
1	142	3	140	5	11	27	3	28	8
	145	1	146	3		29	9	29	9
	146	2	147	2		32	6	30	4
	148	4	151	2		33	2	32	9
2	37	2	38	4	12	82	2	-10	14
	38	1	39	3		83	1	-9	18
	40	4	40	2		85	3	-6	12
	41	3	41	2		90	4	-3	6
	42	6	43	3					
3	39	4	75	4	13	51	6	15	7
	43	2	80	2		53	5	18	5
	45	3	84	3		55	4	20	4
	47	4	91	4		56	3	23	3
	51	2	94	2		59	2	27	6
4	3,5	1	3,6	3	14	12	2	44	4
	3,7	3	3,7	5		15	5	46	5

	3,9 4,0 4,1	5 4 4	3,8 4,4 4,2	2 1 4		18 19 23	3 1 4	47 50 52	8 6 7
5	9 10 11 12 14	4 5 3 2 1	9 10 11 13 14	5 6 4 8 3	15	-8 -5 -3 1 3	3 2 4 5 4	10 14 15 18 21	4 10 9 7 4
6	6,1 6,5 6,6 7,0 7,4	2 3 1 4 2	5,8 6,0 6,2 6,3 6,8	6 4 5 2 3	16	42 45 46 50	15 17 12 16	84 87 92 96	3 2 4 1
7	20 22 23 24 26	3 4 2 2 4	18 19 20 22 23	6 3 4 2 5	17	30 32 33 34 36	4 5 8 1 2	30 31 32 34 35	6 4 3 5 2
8	0,2 0,4 0,8 1,0 1,2	6 4 2 5 3	0,4 0,5 0,9 1,2 1,4	3 5 6 6 6	18	42 44 48 50 53	4 8 3 5 10	44 45 46 51 55	16 12 11 6 5
9	31 33 34 38 42	6 2 1 3 2	85 88 95 97 100	1 3 4 2 5	19	31 35 40 42 44	7 3 4 2 4	29 32 33 35 39	8 9 12 10 11
10	15 17 20 21 25	1 3 2 4 6	20 22 23 25 26	4 2 2 3 1	20	61 62 64 67 68	5 4 6 2 3	60 63 64 68 70	4 3 2 6 5

таблица5 Варианты задания 5

Вар	Корреляционная таблица								Вар	Корреляционная таблица							
1	Y\X	10	15	20	25	30	35		11	Y\X	5	10	15	20	25	30	
	15	6	4							15		6	4	2		2	
	25		6	8						25	4	2	8	1	5		
	35				21	2	5			35				10	7	1	
	45				4	12	6			45	5	3	8		6	7	
55					1	5		55	9	5		4		1			
2	Y\X	20	25	30	35	40	45		12	Y\X	5	10	15	20	25	30	35
	10		4	8			4			5	10		3	5		1	4
	20	2		4		2				15		4	10		2	8	
	30			10	8					25	3	4		6			6
	40		4		10	4				35				4	7	1	5

										45	2	5			10			
3	Y\X	5	10	15	20	25	30		13	Y\15X	10	15	20	25	30	35	40	
	14	4	6		8		4			10	2		4	6	5			
	24		8	10		6				20		4	7			1	5	
	34			32						30	3			4	5	6		
	44			4	12	6				40	3	5	2	2				10
										50		4			4	10	8	
4	Y\X	15	20	25	30	35	40		14	Y\X	5	10	15	20	25	30	35	
	100	2	1		7					30		6		4		2	5	
	120	4		2			3			40	4		5		7	1		
	140		5		10	5	2			50		4	3	5				6
	160			3	1	2	3			60	5	3			10	2		
										70		4	10	4	2	8		
5	Y\X	20	25	30	35	40	45		15	Y\X	10	15	20	25	30	35	40	
	105			4	2	1				30		4	7			1	5	
	115	2	2		3	8	5			50	2		4	6	5			
	125		4	2	1		3			70		4		4	5	6		
	135	3	2	10		3	2			90	10		2			5	3	
										110	2	4		8	4		10	
6	Y\X	10	15	20	25	30	35		16	Y\X	10	15	20	25	30	35	40	
	15	6	4							100	2	4		8	4		10	
	25		6							110	3		5		2	10		
	35			8	20	2	5			120		3		4	5	6		
	45				5	12	6			130	2		4	6				5
					1	5		140		4	7				1	5		
7	Y\X	5	10	15	20	25	30	35	17	Y\X	5	10	15	20	25	30	35	
	30		6		4		2	5			15	10		4	8		4	2
	40	4		5		7	1				25		10	2		5		3
	50		4	3	5			6			35			5	4		3	
	60	5	3			10	2				45	5	6		6	4		2
				4	10	4	2	8		55	5	1		7	4			
8	Y\X	12	17	22	27	32	37		18	Y\X	10	15	20	25	30	35		
	105		4		3					10	2	4		8	4	10		
	115	2	3	1		10				30		4	7		5	1		
	125	3		5	1		4			50	3	2	5	10				
	135				8	2	1			70	2		4	6	5			
		1	2						90		3	5	6		4			
9	Y\X	10	15	20	25	30	35		19	Y\X	10	12	14	16	18	20	22	
	14			4	2	1				20		2	6	5			4	
	24	2	1		3	8	5			40	4			5	1		7	
	34		4	2	1		3			60	4	2	8	10		4		
	44	3	2	10		3	2			80		3			10	2	5	
									100	3		4		6	5			
10	Y\X	10	15	20	25	30	35		20	Y\X	5	10	15	20	25	30		
	20	1	5		7		4			80	5	1		4	7			
	40	2		4		6	5			100		2	6	5		4		
	60		3	5	4	6				120	3		4		5	6		
	80	10		2	3		5			140		10		2	3	5		

	100	2	4		4	8	10			160	10		4	8	2	4	
--	-----	---	---	--	---	---	----	--	--	-----	----	--	---	---	---	---	--

Критерии оценки (в баллах)

Критерии оценивания	Количество баллов
Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.	15
Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение, такие как небольшие логические пропуски, не связанные с основной идеей решения.	12
Решение в целом верное. Задача решена неоптимальным способом или допущено не более двух незначительных ошибок. В работе присутствуют арифметическая ошибка, механическая ошибка или описка при переписывании выкладок или ответа, не искажившие экономическое содержание ответа.	9
Имеются существенные ошибки в логическом рассуждении и в решении. Рассчитанное значение искомой величины искажает экономическое содержание ответа.	6
Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения. Отсутствует окончательный численный ответ (если он предусмотрен в задаче). Правильный ответ угадан, а выстроенное под него решение - безосновательно.	3
Решение неверное или отсутствует.	0

Примеры вариантов тестовых заданий для текущего контроля (семестр II)

1. Средняя арифметическая \bar{X} случайной выборки объема n , порожденной нормально распределенной генеральной совокупностью имеет распределение

- а) нормальное;
- б) Стьюдента с $k=n$ степенями свободы;
- в) Стьюдента с $k=n-1$ степенями свободы;
- г) χ^2 с $k=n$ степенями свободы.

2. По результатам пятидесяти наблюдений над случайной величиной получено

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 150; \quad \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 510.$$

Выборочная средняя арифметическая и выборочная дисперсия соответственно равны

- а) 2 и 5; б) 3 и 1,5; в) 3 и 1,2; г) 2 и 1,2.

3. Интервал (Θ_1, Θ_2) называется доверительным для оцениваемого параметра Θ , с заданной доверительной вероятностью γ , если

- а) $\Theta_1 < \Theta < \Theta_2$;
- б) $|\Theta_1 - \Theta_2| < \delta$, где δ - сколь угодно малое число;
- в) $P(\Theta_1 < \Theta < \Theta_2) = \gamma$;
- г) $P(|\Theta - \Theta_1| < \delta) = \gamma; P(|\Theta - \Theta_2| < \delta) = \gamma$, где δ - сколь угодно малое число.

4. По выборке объема n найдены: $\bar{x}(n)$ - выборочная средняя, $S^2(n)$ - выборочная дисперсия, $\hat{S}^2(n)$ - исправленная оценка дисперсии. Доверительный интервал для математического ожидания нормально-распределенной генеральной совокупности с неизвестной дисперсией, ищется из уравнения $P(|U| < \delta) = \gamma$, где

$$\text{а) } Z = \frac{\bar{x} - m}{\sigma} \sqrt{n} \in N(0,1);$$

$$\text{б) } Z = \frac{\bar{x} - m}{\sigma} \sqrt{n} \in t(n-1);$$

$$\text{в) } Z = \frac{\bar{x} - m}{S} \sqrt{n-1} \in t(n-1);$$

$$\text{г) } Z = \frac{\bar{x} - m}{\hat{S}} \sqrt{n} \in N(0,1).$$

5. По выборке объема $n=15$ из генеральной нормальной совокупности вычислено значение выборочной дисперсии $S_x^2 = 2,8$. С надежностью $\gamma=0,9$ построен доверительный интервал для генеральной дисперсии. Укажите его, учитывая, что используются таблицы квантилей распределения χ^2 .

$$P(\chi_{(15)}^2 \leq 7,26) = 0,05; \quad P(\chi_{(15)}^2 \leq 25,0) = 0,95;$$

$$P(\chi_{(14)}^2 \leq 6,57) = 0,05; \quad P(\chi_{(14)}^2 \leq 23,7) = 0,95;$$

$$P(\chi_{(14)}^2 \leq 22,3) = 0,9; \quad P(\chi_{(14)}^2 \leq 7,79) = 0,1.$$

$$\text{а) } \frac{15 \cdot 2,8}{25,0} \leq \sigma^2 \leq \frac{15 \cdot 2,8}{7,26};$$

$$\text{б) } \frac{14 \cdot 2,8}{23,7} \leq \sigma^2 \leq \frac{14 \cdot 2,8}{6,57};$$

$$\text{в) } \frac{15 \cdot 2,8}{23,3} \leq \sigma^2 \leq \frac{15 \cdot 2,8}{7,79};$$

$$\text{г) } \frac{15 \cdot 2,8}{23,7} \leq \sigma^2 \leq \frac{15 \cdot 2,8}{6,57}.$$

6. Пусть при проверке параметрической гипотезы построена критическая область W и $z_{набл}$ — значение статистики Z . Вероятность α допустить ошибку первого рода равна

$$\text{а) } \alpha = P(z_{набл} \in W | H_0);$$

$$\text{б) } \alpha = P(z_{набл} \in \bar{W} | H_0);$$

$$\text{в) } \alpha = P(z_{набл} \in \bar{W} | H_1);$$

$$\text{г) } \alpha = P(z_{набл} < z_{крит}).$$

7. По выборке объема « n », извлеченной из нормально-распределенной генеральной совокупности с известной дисперсией σ^2 , найдена $\bar{x}(n)$ - выборочная средняя. При проверке гипотезы (на уровне значимости α) о значении генеральной средней:

$$H_0 : m = m_0;$$

$$H_1 : m = m_1, m_1 > m_0.$$

Граница критической области ищется из уравнения

$$\text{а) } P(U > U_{кр}) = \alpha, \text{ где } U = \frac{\bar{X} - m_0}{\sigma} \sqrt{n} \in N(0,1);$$

$$\text{б) } P(U < U_{кр}) = \alpha, \text{ где } U = \frac{\bar{X} - m_0}{\sigma} \sqrt{n} \in N(0,1);$$

$$\text{в) } P(U > U_{кр}) = \frac{\alpha}{2}, \text{ где } U = \frac{X - m_1}{\sigma} \sqrt{n} \in N(0,1);$$

$$\text{г) } P(U < U_{кр}) = \alpha, \text{ где } U = \frac{X - m_1}{\sigma} \sqrt{n} \in N(0,1).$$

8. По выборке объема « n », извлеченной из нормально-распределенной генеральной совокупности найдены $\bar{x}(n)$ - выборочная средняя и $S^2(n)$ - выборочная дисперсия. При проверке гипотезы (на уровне значимости α) о значении генеральной дисперсии:

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2;$$

$$H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2, \sigma_1^2 < \sigma_0^2.$$

Граница критической области определяется из уравнения

$$\text{а) } P(\chi^2 > \chi_{кр}^2) = \alpha, \text{ где } \chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \in \chi^2(n-1);$$

$$\text{б) } P(\chi^2 > \chi_{кр}^2) = \alpha, \text{ где } \chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma_1^2} \in \chi^2(n-1);$$

$$\text{в) } P(0 < \chi^2 < \chi_{кр}^2) = \alpha, \text{ где } \chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \in \chi^2(n-1);$$

$$\text{г) } P(0 < \chi^2 < \chi_{кр}^2) = \alpha, \text{ где } \chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma_1^2} \in \chi^2(n-1).$$

9. Математическая модель однофакторного дисперсионного анализа, описывающая влияние фактора A , имеющего m уровней на количественный признак Y , представлена в ответе

$$\text{а) } y_{ij} = \alpha + \alpha_j + \varepsilon_{ij}, \text{ где } j = \overline{1, m} - \text{номер уровня фактора } A,$$

$i = \overline{1, n}$ - номер наблюдения, соответствующий уровню A_j .

$\alpha = MY$; α_j - влияние (эффект) фактора A на j -м уровне; ε_{ij} - случайные величины (остатки), отражающие влияние на Y всех неучтенных факторов.

$$\text{б) } y_j = \alpha_j + \varepsilon_j, \text{ где } j = \overline{1, m} - \text{номер уровня фактора } A,$$

α_j - вклад в y_j , обусловленный действием j -го уровня фактора A ;

ε_j - случайная величина, отражающая влияние на Y всех неучтенных факторов.

в) $y_j = \alpha + \varepsilon_j$, где $j = \overline{1, m}$ - номер уровня фактора A , $\alpha = MY$;

ε_j - случайная величина, отражающая влияние на Y_j всех неучтенных факторов;

г) $y_j = \alpha + \alpha_j$, где $j = \overline{1, m}$ - номер уровня фактора A , $\alpha = MY$, α_j - вклад в y_j , обусловленный действием j -го уровня фактора A .

10. Известны значения парного и частного коэффициентов корреляции между признаками $\rho_{13} = -0,4$ и $\rho_{13/2} = -0,097$, где x_1 - урожайность кормовых трав (ц/га), x_2 - весеннее количество осадков, x_3 - накопленная за весну сумма температур. Укажите ответ, характеризующий влияние x_2 на парную стохастическую связь.

а) не оказывает влияние;

б) усиливает;

в) ослабляет;

г) характер влияния сезонный.

11. По 250 парам супругов, прожившим совместно более 10 лет, изучалась зависимость между возрастом мужей X (лет) и жен Y (лет). Было получено уравнение регрессии:

$$\hat{x} = 0,75y + 11,5.$$

Укажите: оценку среднего возраста мужчин, возраст жен которых равен 36 лет

а) 37,5;

б) 33,8;

в) 38,5;

г) 39,5

Описание методики оценивания результатов тестов

Критерии оценки (в баллах) за тест

Критерии оценивания	Количество баллов
Тест выполнен в полном объеме, все ответы правильные	5
Тест выполнен в полном объеме, 80% ответов правильные	3

Примерные варианты заданий для лабораторных работ во II семестре

Лабораторная работа № 4

Раздел (тема) дисциплины: **Работа с вероятностным калькулятором**

Задание:

1. Построить графики функций распределения и плотностей распределения следующих распределений:

А) Фишера (при степенях свободы $df_1=10$ и $df_2=10$; $df_1=2$ и $df_2=50$; $df_1=10$ и $df_2=50$; $df_1=10$ и $df_2=500$, $df_1=30$ и $df_2=1000$);

Б) Стьюдента (при степенях свободы $df=10$; $df=50$; $df=200$);

- В) показательного (при параметре $\lambda=0,5$; $\lambda=5$; $\lambda=20$);
- Г) χ^2 -распределения (при степенях свободы $df=10$; $df=50$; $df=200$);
- Д) логнормального (при $\mu=0$, $\sigma=1$; $\mu=1$, $\sigma=2$);
- Е) нормального (при $\mu=0$, $\sigma=1$; $\mu=1$, $\sigma=2$).
2. Проанализировать изменение графиков функций и плотности рассмотренных распределений при изменении параметров распределений (степеней свободы).
3. Определить критическое значение статистик по заданному p -уровню ($p=0,99$, $p=0,95$, $p=0,9$) и степеням свободы (параметрам распределения) для следующих распределений:
- А) Фишера (при степенях свободы $df_1=10$ и $df_2=10$; $df_1=2$ и $df_2=50$; $df_1=10$ и $df_2=50$; $df_1=10$ и $df_2=500$, $df_1=30$ и $df_2=1000$);
- Б) Стьюдента (при степенях свободы $df=10$; $df=50$; $df=200$);
- В) показательного (при параметре $\lambda=0,5$; $\lambda=5$; $\lambda=20$);
- Г) χ^2 -распределения (при степенях свободы $df=10$; $df=50$; $df=200$);
- Д) логнормального (при $\mu=0$, $\sigma=1$; $\mu=1$, $\sigma=2$);
- Е) нормального (при $\mu=0$, $\sigma=1$; $\mu=1$, $\sigma=2$).
4. определить уровень доверия p по заданному значению критической статистики и соответствующим степеням свободы:
- А) Фишера (при степенях свободы $df_1=10$ и $df_2=10$ и значении $F=1,55$; $df_1=2$ и $df_2=50$ и значении $F=2,33$; $df_1=10$ и $df_2=50$ и значении $F=4,8$; $df_1=10$ и $df_2=500$ и значении $F=1,72$, $df_1=30$ и $df_2=1000$ и значении $F=1,35$);
- Б) Стьюдента при односторонней проверке (при степенях свободы $df=10$ и значении $t=1,37$; $df=50$ и значении $t=2,11$; $df=200$ и значения $t=0,55$);
- В) Стьюдента при двусторонней проверке (при степенях свободы $df=10$ и значении $t=1,37$; $df=50$ и значении $t=2,11$; $df=200$ и значения $t=0,55$);
- Г) показательного (при параметре $\lambda=0,5$ и значении $\exp=1,38$; $\lambda=5$ и значении $\exp=0,6$; $\lambda=20$ и значении $\exp=0,23$);
- Д) χ^2 -распределения (при степенях свободы $df=10$ и значении $\chi^2=12,54$; $df=50$ и значении $\chi^2=67,54$; $df=200$ и значении $\chi^2=220$);
- Е) логнормального (при $\mu=0$, $\sigma=1$ и значении $L=1,96$; $\mu=1$, $\sigma=2$ и значении $L=72,96$);
- Ж) нормального (при $\mu=0$, $\sigma=1$ и значении $Z=1,96$; $\mu=1$, $\sigma=2$ и значении $Z=2,67$).
5. Оформить результаты в виде отчета по лабораторной работе.

Критерии оценки: максимальный балл, который бакалавр может получить за выполнение задания – 10 баллов, причем из них 5 балла за защиту отчёта по выполнению задания.

Лабораторная работа № 5

Раздел (тема) дисциплины: **Нахождение описательных статистик выборки и показателей корреляционной связи выборок**

I часть

- 1) Выбрать самостоятельно исходных данные в виде переменной, состоящей из 20 и более наблюдений (данные должны быть реального экономического показателя, например ВВП, объем экспорта, уровень безработицы).
- 2) Вычислить основные описательные статистики (среднее, стандартное отклонение, дисперсия, максимальное и минимальное значение, медиана, мода, коэффициенты асимметрии и эксцесса, нижнюю и верхнюю квартили). Вставить скриншоты результатов.
- 3) Построить гистограмму распределения частот, с наложением кривой нормального распределения, определить показатели статистик Колмогорова-Смирнова и Лилифорса. Вставить скриншоты результатов.
- 4) На основе выполненных исследований сделать выводы о статистическом распределении показателя (симметричности, «пиковости» и т.п.)

II часть

- 5) Выбрать самостоятельно исходные данные в виде переменных, содержащих 20 и более наблюдений, между которыми предположительно есть связь (данные должны быть по реальным экономическим показателям: например, выявить связь между уровнем безработицы и средней заработной платой в каждом регионе).
- 6) Вычислить коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, определить частный парный коэффициент корреляции. Вставить скриншоты результатов.
- 7) Проверить статистическую значимость коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла при 95% и 99% доверительной вероятности на основе соответствующих тестов. Критические значения t-статистики и z-статистики при 95% и 99% доверительной вероятности определить по вероятностному калькулятору. Вставить скриншоты результатов.
- 8) Сделать выводы о силе, направлении и характере статистической связи между исследуемыми показателями.

Критерии оценки: максимальный балл, который бакалавр может получить за выполнение задания – 10 баллов, причём из них 5 балла за защиту отчёта по выполнению задания.

Лабораторная работа №6

Раздел (тема) дисциплины: **Построение доверительных интервалов оценок**

Задание:

1. Найти доверительный интервал с уровнем доверия P_d для среднего a нормальной

совокупности при известной дисперсии σ^2 .

2. Рассмотреть случайный интервал

$I(x_1, \dots, x_n) = (a_1(x_1, \dots, x_n), a_2(x_1, \dots, x_n))$, который при любом значении a покрывает это значение с большой вероятностью P_d :

$$P\{I(x_1, \dots, x_n) \ni a\} = P_d.$$

- Определить, сколько раз из $k = 50$ доверительный интервал оказался неверным (для трех значений вероятности P_d). Графики для $P_d = 0.9$ и $P_d = 0.99$ распечатать.

- Провести аналогично 50 испытаний доверительного интервала (7) - (9) для случая неизвестной дисперсии.

3. Построить оценку заданным методом (варианты заданий см. ниже);

- построить доверительный интервал, основанный на этой оценке;

- сгенерировать выборку заданного объема;

- вычислить доверительный интервал.

Критерии оценки: максимальный балл, который бакалавр может получить за выполнение задания – 10 баллов, причём из них 5 балла за защиту отчёта по выполнению задания.

Описание методики оценивания лабораторных работ

Критерии оценки (в баллах) за одну л/р

Критерии оценивания	Количество баллов
Работа выполнена полностью: цель выполнения задания успешно достигнута; основные понятия определены, расчёты выполнены в полном объёме; защита отчёта по выполнению заданий пройдена успешно.	10
Работа выполнена: цель выполнения задания достигнута; наличие правильных эталонных ответов; без защиты отчёта.	5
Задания не выполнены, цель выполнения задания не достигнута.	0

Вариант заданий рубежного контроля во II семестре – письменное задание (максимум по всем модулям - 25 баллов, из них 15 - итоговая контрольная работа)

Задача 1. (7 баллов) Расстояние a до некоторого объекта измерялось n_1 раз одним прибором и n_2 - вторым; результаты x_1, \dots, x_{n1} ; y_1, \dots, y_{n2} . Оба прибора при каждом измерении дают независимые случайные ошибки, нормально распределенные со средним 0 и

стандартными отклонениями σ_1 и σ_2 соответственно. Методом максимального правдоподобия построить оценку \hat{a} для a и доверительный интервал с уровнем доверия P_D .

Варианты исходных данных

i	n_1	n_2	$\sigma_1, \hat{\epsilon}_i$	$\sigma_2, \hat{\epsilon}_i$	$D\hat{a}$	$a, \hat{\epsilon}_i$
1	5	10	3	5	0.95	300
2	8	12	3	5	0.98	300
3	10	15	3	5	0.95	300
4	5	10	4	6	0.98	350
5	8	12	4	6	0.95	350
6	10	15	4	6	0.98	350
7	5	10	5	8	0.95	400
8	8	12	5	8	0.98	400
9	10	15	5	8	0.95	400

Измерения получить моделированием с заданным параметром a .

Задача 2. (6 баллов) Изготовлена большая партия из $N=10000$ приборов. Известно, что время безотказной работы случайно и распределено по показательному закону с плотностью $\rho_{13} = -0,4$, $x \geq 0$

С целью определения значения параметра a этой партии были поставлены на испытания n приборов; времена безотказной работы оказались равными x_1, \dots, x_n . Методом моментов построить оценку для a и доверительный интервал с уровнем доверия P_D . Кроме того, построить доверительный интервал для числа M приборов, имеющих время безотказной работы менее 50 часов.

Варианты исходных данных

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	20	25	30	20	25	30	20	25	30
D_D	0.95	0.99	0.95	0.99	0.95	0.99	0.95	0.99	0.95
\hat{a}	300	400	500	300	400	500	300	400	500

Измерения получить моделированием с заданным параметром a .

Задача 3. (6 баллов) Некоторое неизвестное расстояние a измерялось с аддитивной случайной ошибкой ϵ , распределенной по закону Коши с плотностью

$$p_\epsilon(x) = \rho_{13/2} = -0,097, \quad -\infty < x < \infty.$$

По результатам x_1, \dots, x_n независимых измерений методом порядковых статистик построить оценку для a и приближенный доверительный интервал с коэффициентом доверия P_D .

Варианты исходных данных

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	30	40	50	30	40	50	30	40	50
b	3	4	5	6	3	4	5	6	3
D_d	0.95	0.98	0.95	0.98	0.96	0.98	0.95	0.98	0.95
a	15	20	25	15	20	25	15	20	25

Измерения получить моделированием с заданным параметром a .

Задача 4. (6 баллов) В водоеме обитает некоторая биологическая популяция, состоящая из смеси особей двух возрастов. Длина особи – случайная величина, распределенная по нормальному закону $N(a_i, \sigma_i^2)$, где $i=1,2$ – индекс, относящийся к возрасту. С целью определения доли q особей 1-го возраста проведен отлов n особей и измерена их длина. По результатам x_1, \dots, x_n методом моментов построить оценку² для q и приближенный доверительный интервал с уровнем доверия P_d . Построить гистограмму наблюдений.

Варианты исходных данных

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	40	50	60	40	50	60	40	50	60
\hat{a}_1	5	6	5	6	5	6	5	6	5
\hat{a}_2	8	9	8	9	8	9	8	9	8
D_d	0.95	0.95	0.98	0.95	0.95	0.98	0.95	0.95	0.98
q	0.5	0.4	0.3	0.5	0.4	0.3	0.5	0.4	0.3

Принять $\sigma_1=1$ см, $\sigma_2=1$ см. Измерения получить моделированием с заданным значением

q .

Рейтинг-план дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление: «Статистика»

курс 2, семестр 3

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1				
Текущий контроль				12
1. Тестирование на практ. занятиях	1	6	0	6
2. Лабораторная работа №1	1	6	0	6
Рубежный контроль				6
1. Письменная контрольная работа	1	6	0	6
Модуль 2				
Текущий контроль				12
1. Тестирование на практ. занятиях	1	6	0	6
2. Лабораторная работа №2	1	6	0	6
Рубежный контроль				6
1. Письменная контрольная работа	1	6	0	6
Модуль 3				
Текущий контроль				12
1. Тестирование на практ. занятиях	1	6	0	6
2. Лабораторная работа №3	1	6	0	6
Рубежный контроль				6
1. Письменная контрольная работа	4	5	0	6
Модуль 4				
Текущий контроль				6
1. Тестирование на практ. занятиях	1	6	0	6
Рубежный контроль				10
1. Письменная итоговая контрольная работа	2	5	0	10
Поощрительные баллы				
1. Участие в конференциях, студенческих олимпиадах	5	1	0	5
2. Публикация статей	5	1	0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			-6	0
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			-10	0
ИТОГО:				110

Рейтинг-план дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление: «Статистика»

Курс 2, семестр 4

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 5				
Текущий контроль				15
1. Тестирование на практ. занятиях	1	5	0	5
2. Лабораторная работа №4	2	5	0	10
Рубежный контроль				5
1. Письменная контрольная работа	1	5	0	5
Модуль 6				
Текущий контроль				15
1. Тестирование на практ. занятиях	1	5	0	5
2. Лабораторная работа №5	2	5	0	10
Рубежный контроль				5
1. Письменная контрольная работа	1	5	0	5
Модуль 7				
Текущий контроль				15
1. Тестирование на практ. занятиях	1	5	0	5
2. Лабораторная работа №6	2	5	0	10
Рубежный контроль				15
1. Итоговая контрольная работа	3	5	0	15
Поощрительные баллы				
1. Участие в конференциях, студенческих олимпиадах	5	1	0	5
2. Публикация статей	5	1	0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
Посещение лекционных занятий			-6	0
Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			-10	0
Итоговый контроль: экзамен				30
ИТОГО:				110

Промежуточный контроль по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в виде экзамена (максимальная сумма баллов – 30).

Перед проведением промежуточного контроля преподаватель вычисляет количество баллов, заработанных студентом по итогам работы в течение III учебного семестра. Экзаменационный билет включает 3 вопроса, в том числе минимум одну задачу/кейс по группе модулей 1-4. Ответ на каждый вопрос максимально оценивается в 10 баллов.

Пример экзаменационного билета

БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Экзаменационный билет
Дисциплина «*Теория вероятностей и математическая статистика*»
Направление подготовки 01.03.05 – Статистика

1. Классификация событий, действия над событиями.
2. Рассчитайте вероятность того, что в 200 независимых испытаниях, в которых событие А может произойти с вероятностью 0,3, появится ровно 100 раз.
3. Дискретная случайная величина задана законом распределения. Вычислить её числовые характеристики.

x_i	-3	1	3	5	6	8
p_i	0,2	0,3	0,1	0,1	0,2	0,1

Зав. кафедрой

Р.Х. Бахитова

Итоговый контроль по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в виде экзамена (максимальная сумма баллов – 30).

Перед проведением итогового контроля преподаватель вычисляет количество баллов, заработанных студентом по итогам работы в течение IV учебного семестра. Экзаменационный билет включает 6 вопросов, в том числе минимум одну задачу/кейс по группам модулей 1-4 и 5-7. Ответ на каждый вопрос максимально оценивается в 5 баллов.

Пример экзаменационного билета

БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Экзаменационный билет
Дисциплина «*Теория вероятностей и математическая статистика*»
Направление подготовки 01.03.05 – Статистика

4. Аксиоматическое определение вероятности, свойства вероятностей.
5. Рассчитайте вероятность того, что при 20 последовательных подбрасываниях монеты правильной формы «орел» выпадет ровно 12 раз.

$$\bar{X} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k m_i} \sum_{i=1}^k x_i m_i$$

6. Точечное оценивание параметра

. Требования к точечным оценкам.

7. По выборке объема $n=15$ из генеральной нормальной совокупности вычислено

$$\bar{X} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i$$

значение выборочной дисперсии . Пользуясь таблицей квантилей распределения χ^2 постройте доверительный интервал для дисперсии генеральной совокупности, накрывающий дисперсию с доверительной вероятностью $\gamma=0,9$.

8. Определить характер и силу связи между переменными, выражающими затраты на рекламу (PR) и объемы продаж (Q) в миллионах рублей.

PR	0,23	0,3	0,34	0,17	0,37	0,39	0,45	0,44	0,48
Q	7,2	8,4	9,1	5,6	10,2	11,3	14,2	12,6	13,8

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объемом $n=12$.

x_i (варианта)	1	3	5	7	8	10
n_i (частота)	1	2	4	1	1	3

Построить доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенного признака генеральной совокупности с надежностью $\gamma = 0,95$.

Зав. кафедрой

Р.Х. Бахитова

Теоретические вопросы для экзамена по дисциплине

1. Определения статистического эксперимента, пространства элементарных исходов, события. Примеры экспериментов и событий.
2. Классификация событий, действия над событиями
3. σ - алгебра событий, алгебра событий.
4. Аксиоматическое определение вероятности, свойства вероятностей.
5. Дискретное вероятностное пространство.
6. Непрерывное вероятностное пространство.
7. Теоремы умножения вероятностей.
8. Формула полной вероятности, формулы Байеса.
9. Повторные независимые испытания: схема Бернулли, формула Бернулли.
10. Приближенные формулы расчета вероятности $P_n(k)$ в схеме Бернулли.
11. Определение случайной величины, случайного вектора.
12. Ряд распределения дискретной случайной величины, таблица распределения двумерного дискретного случайного вектора.
13. Функция распределения случайной величины (случайного вектора) и её свойства.
14. Непрерывная (абсолютно непрерывная) случайная величина (случайный вектор).
15. Условные распределения. Теоремы умножения. Определение независимости компонент случайного вектора.
16. Законы распределения компонент случайного вектора.
17. Законы распределения дискретных случайных величин (биномиальный, Пуассона, геометрический, гипергеометрический).
18. Законы распределения непрерывных случайных величин (нормальный, экспоненциальный, равномерный, логнормальный).
19. Функция одного случайного аргумента и её закон распределения.
20. Векторная функция векторного случайного аргумента и её закон распределения.
21. Скалярная функция векторного случайного аргумента и её закон распределения.

22. Распределение некоторых функций от нормальных случайных величин.
23. Начальные моменты случайной величины. Математическое ожидание функции от случайных величин и его свойства.
24. Центральные моменты случайной величины. Дисперсия, среднее квадратическое отклонение и их свойства.
25. Мода, медиана, квантили.
26. Характеристики формы распределения.
27. Ковариация случайных величин и её свойства.
28. Математическое ожидание и ковариационная матрица случайного вектора.
29. Условные числовые характеристики и их свойства.
30. Коэффициент корреляции случайных величин и его свойства, корреляционная матрица случайного вектора.
31. Наилучшая линейная аппроксимация случайной величины в двумерном и k -мерном случаях.
32. Корреляционное отношение, коэффициент детерминации и его свойства.
33. Определение и свойства частного коэффициента корреляции.
34. Неравенства Чебышева, теорема Чебышева.
35. Теорема Бернулли, теорема Пуассона.
36. Центральная предельная теорема и её следствия.
37. Генеральная совокупность, априорная выборка, апостериорная выборка, выборочное пространство.
38. Вариационный ряд, дискретный вариационный ряд, интервальный вариационный ряд.
39. Эмпирическая функция распределения, эмпирическая плотность распределения.
40. Точечное оценивание параметра θ . Требования к точечным оценкам.
41. Теорема о единственности эффективной оценки.
42. Неравенство Рао-Крамера и эффективная оценка по Рао-Крамеру.
43. Исследование свойств оценки математического ожидания $\bar{x}(\xi_{1,n})$.
44. Исследование свойств выборочной дисперсии.
45. Методы нахождения точечных оценок.
46. Теорема Слуцкого.
47. Теорема Фишера.
48. Интервальное оценивание параметра θ .
49. Построение доверительного интервала для математического ожидания.
50. Построение доверительного интервала для дисперсии.
51. Построение доверительного интервала для вероятности.
52. Критерий Колмогорова-Смирнова.
53. Критерий Мизеса (ω^2).
54. Критерий χ^2 -Пирсона.
55. Исследование нормальности распределения на основе асимметрии и эксцесса.
56. Алгоритм проверки параметрических статистических гипотез.
57. Проверка гипотезы о значении математического ожидания.
58. Проверка гипотезы о значении дисперсии.
59. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий.
60. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий.
61. Проверка гипотезы о параметре p биномиального распределения.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Айвазян, С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики: учебник для вузов в 2-х т. / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. — 2-е изд., испр., Изд. подгот. ГУ ВШЭ. — М.: ЮНИТИ-ДАНА.Т. 1: Теория вероятностей и прикладная статистика / С. А. Айвазян; В. С. Мхитарян.— 2001.— 656 с. - <https://elib.bashedu.ru/>
2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебные пособия для вузов / В. Е. Гмурман. — 5-е изд., стер. — М.: Высшая школа, 2001. - URL: <https://elib.bashedu.ru/>
3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 8-е изд., стер. — М.: Высшая школа, 2002.— 479 с. www.bashlib.ru
4. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. для студ. вузов / Н.Ш. Кремер. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010.— 551с.: ил. - URL: <https://elib.bashedu.ru/>
5. Семенихина, О.Н. Методы оптимизации. Линейные и нелинейные методы и модели в экономике: учебное пособие / О.Н. Семенихина, И.Н. Мастяева. – Москва: Евразийский открытый институт, 2011. - 422 с. - ISBN 978-5-374-00410-6; то же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90388>.
6. Федосеев, В.В.. Экономико-математические методы и прикладные модели: учебник для бакалавров / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, И. В. Орлова; под ред. В. В. Федосеева. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Юрайт, 2013. — 328 с. - URL: <https://elib.bashedu.ru/>
7. Шапкин, А.С. Математические методы и модели исследования операций: учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. - 7-е изд. - Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 398 с.; то же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=452649>.
8. Экономико-математические методы и модели. Задачник: учеб. пособие / под ред. С. И. Макарова, С. А. Севастьяновой. — 2-е изд., перераб. — М.: Кнорус, 2009.— 208 с. — Библиогр.: с. 201. - URL: <https://elib.bashedu.ru/>

Дополнительная литература:

9. Кийко, П.В. Экономико-математические методы и модели: учебно-методическое пособие / П.В. Кийко. - Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2016. - 109 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=443424>.
10. Математические методы и модели исследования операций: учебник / ред. В.А. Колемаева. - Москва: Юнити-Дана, 2015. - 592 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114719>.
11. Новиков, А.И. Экономико-математические методы и модели: учебник / А.И. Новиков. - Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 532 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454090>.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

№	Наименование Интернет-ресурса	Ссылка (URL) на Интернет ресурс
1.	Федеральная служба государственной статистики	www.gks.ru
2.	Министерство финансов РФ	www.minfin.ru
3.	Международный валютный фонд	www.imf.org
4.	Центр макроэкономического анализа и краткосрочного прогнозирования	www.forecast.ru
5.	Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по РБ	www.bashstat.ru
6.	Информационно-издательский центр «Статистика России»	www.infostat.ru
7.	Единый архив экономических и социологических данных ВШЭ	http://sophist.hse.ru/

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии – бессрочные.

2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии – бессрочные.

3. RStudio GNU General Public License Version 3, 19 November 2007.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: №№ 110, 111, 305, 307, 308, 309.	Лекции	Учебная мебель, доска, телевизор led, экран на штативе, проектор infocus, персональный компьютер lenovo thinkcentre – 16 шт., персональный компьютер в комплекте № 1 iru corp 510 – 14 шт.
Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: №№ 107, 108, 110, 111, 114, 122, 207, 208, 209, 210, 212, 213, 218, 220, 221, 222, 301, 305, 307, 308, 309, 311а, 311в.	Практические/семинарские занятия	Учебная мебель, доска, проекционный экран с светодиодом lumien master control, проектор casio, персональный компьютер пэвм кламас в комплекте – 18 шт., телевизор led.

<p>Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций: №№ 107, 108, 110, 111, 114, 122, 204, 207, 208, 209, 210, 212, 213, 218, 220, 221, 222, 301, 305, 307, 308, 309, 311а, 311в.</p>	<p>Групповые и индивидуальные консультации, текущий контроль и промежуточная аттестация</p>	<p>Учебная мебель, доска, проекционный экран с светодиодом lumien master control, проектор casio, персональный компьютер пэвм кламас в комплекте – 18 шт., телевизор led.</p>
<p>Помещения для самостоятельной работы: № 302 читальный зал (гуманитарный корпус).</p>	<p>Самостоятельная работа</p>	<p>учебная мебель, персональный компьютер в комплекте hp, моноблок, персональный компьютер в комплекте моноблок itu.</p>