

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:

на заседании кафедры ИТ и КМ
протокол № 9 от 22 апреля 2020 г.

Зав. кафедрой

А.М. Болотнов

Согласовано:

Председатель УМК
факультета математики и ИТ

А.М. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина

Численные методы

Обязательная часть

ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА

Направление подготовки (специальность):

01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:

Математическое моделирование и вычислительная математика

Квалификация — бакалавр

Разработчик (составитель):

канд. физ.-мат. наук, доцент

_____ / Файрузов М.Э.

Для приема 2020 г.

Уфа — 2020

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информационных технологий и компьютерной математики Файрузов М.Э.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол от 22.04.2020 г. № 9.

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	6
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	6
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	8
4.3. Рейтинг-план дисциплины	12
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	13
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	20
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	21
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	22
Приложение №1	23
Приложение №2	36

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности.	ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<i>Знать</i> основные концепции дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач
		ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	<i>Уметь</i> использовать на практике знания дисциплин, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.
		ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<i>Владеть</i> базовыми математическими знаниями и их применением для решения задач теоретического и прикладного характера.

2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Численные методы» входит в обязательную часть цикла Б1.О.22 дисциплины (модуля).

Дисциплина «Численные методы» изучается на 4 курсе в 7 и 8 семестрах.

Целью изучения дисциплины «Численные методы» является выработка у студентов глубоких знаний основ теории численных методов решения задач алгебры, анализа, дифференциальных уравнений (обыкновенных и с частными производными), умения

применять эти знания при решении конкретных задач, встречающихся в разных областях естествознания посредством математического моделирования процессов.

Программа дисциплины преследует задачу дать тот минимальный материал в области теории численных методов, достаточный для более глубокого изучения численных методов на курсах профессионального цикла, для дальнейшей самостоятельной работы выпускников факультета как в области современных численных методов так, и в области разработки новых вычислительных методов.

Знания и умения, приобретенные бакалаврами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при написании выпускной квалификационной работы бакалавра. Основные результаты изучения дисциплины могут быть использованы непосредственно в будущей профессиональной деятельности бакалавров (в том числе в научных исследованиях).

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции ОПК-1:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Неудовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<i>Знать</i> основные концепции дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Неполные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные систематические представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.

ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	<i>Уметь</i> использовать на практике знания дисциплин, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	Отсутствие умений или фрагментарные умения использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но не систематическое использование на практике знаний численных методов, не систематическое умение корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в использовании на практике знаний численных методов, в умении корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	Сформированное умение использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<i>Владеть</i> базовыми математическим и знаниями и их применением для решения задач теоретического и прикладного характера.	Отсутствие владения или фрагментарное владение численными методами и их применением для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но не систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применения численных методов и их применений для решения задач прикладного характера.	Успешное и систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<i>Знать</i> основные концепции дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач	<i>Лабораторные работы. РГР. Зачет. Экзамен.</i>
ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.	<i>Уметь</i> использовать на практике знания дисциплин, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	<i>Лабораторные работы. РГР. Зачет. Экзамен.</i>
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<i>Владеть</i> базовыми математическими знаниями и их применением для решения задач теоретического и прикладного характера.	<i>Лабораторные работы. РГР. Зачет. Экзамен.</i>

4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг-план дисциплины представлен в Приложении № 2

Текущий контроль по лабораторным занятиям проводится в виде отметки за аудиторную работу.

Рубежный контроль – проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Он проводится в форме контроля выполнения и проверки отчетности по зачетным лабораторным работам.

Итоговый контроль – форма контроля, проводимая по завершении изучения дисциплины в семестре.

Зачет и экзамен являются оценочными средствами для всех этапов освоения компетенций.

Экзаменационные билеты

Экзамен (зачет) является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: 3 вопроса. Первый и второй вопросы — теоретические, третий вопрос – практический.

Перечень вопросов для экзамена

1. Общая характеристика и классификация методов решения СЛАУ. Метод Гаусса и его алгебраическая основа: схема единственного деления и ее связь с разложением матрицы на множители; теорема об LU-разложении, условия применимости метода Гаусса. Вычисление определителя и обратной матрицы.
2. Метод Гаусса с выбором главного элемента, ошибки округления, понятие об устойчивости прямых методов. Компактная схема метода Гаусса (метод основанный на LU-разложении). Понятие о методах оптимального исключения, Жордана,

- отражений.
3. Метод квадратных корней (метод, основанный на S^*DS -разложении), схема Холецкого.
 4. Операторные уравнения первого рода. Корректно и некорректно поставленные задачи, устойчивость (на примере решения СЛАУ). Возмущения, мера обусловленности уравнения и число обусловленности невырожденного линейного оператора. Оценка относительной погрешности; влияние погрешности округления при решении СЛАУ прямыми методами. Оценки достоверности решений, получаемых прямыми методами (процедура итерационного уточнения решения, апостериорные оценки числа обусловленности). Понятие о методе регуляризации решения уравнения. Согласованная и подчиненная нормы операторов $A \in L(X_n \rightarrow X_n)$ с заданными векторными нормами в конечномерном пространстве X_n . Наиболее употребительные нормы векторов и матричные нормы оператора, индуцированные векторными нормами.
 5. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ как операторных уравнений первого рода. Основные понятия итерационных методов: сходимость, число итераций, качество итерационного процесса; классификация итерационных методов, принципы их построения. Теорема о «неподвижной точке» итерационных процессов.
 6. Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки погрешности.
 7. Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки погрешности.
 8. Основная теорема А. А. Самарского о сходимости итераций общего неявного стационарного процесса простой итерации. Частные случаи теоремы: достаточные условия сходимости явного метода простых итераций и модифицированного метода простых итераций (метода Якоби). Другие достаточные условия сходимости метода Якоби.
 9. Теорема А. А. Самарского о скорости сходимости общего неявного стационарного метода простой итерации.
 10. Оптимизация скорости сходимости общих неявных стационарных процессов простых итераций, основанная на использовании энергетически эквивалентных операторов; оценки погрешности. Оптимальный линейный итерационный процесс простых итераций, оценка погрешности. Оценки для числа итераций. Понятие о Чебышевском циклическом итерационном процессе (метод Ричардсона).
 11. Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок и скорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.
 12. Треугольные итерационные методы. Метод Гаусса-Зейделя; необходимый и достаточный признак сходимости; достаточные признаки сходимости. Метод последовательной релаксации (SOR); достаточные условия сходимости.
 13. Метод последовательных приближений (простых итераций) решения нелинейных уравнений. Принцип сжатых отображений. О качестве итераций и скорости сходимости (оценки). Метод простых итераций для нелинейных систем алгебраических и трансцендентных уравнений (следствия из общего случая); геометрическая интерпретация метода простой итерации для случая одного скалярного уравнения. Метод взятия в вилку (метод половинного деления).

14. Метод Ньютона и Ньютона-Канторовича решения нелинейных операторных уравнений. Метод Ньютона применительно к нелинейным системам алгебраических и трансцендентных уравнений; геометрическая интерпретация метода на случай одного скалярного уравнения. Метод хорд, комбинированный метод, метод секущих
15. Понятие о методах, основанных на минимизации функционалов и методе продолжения решения по параметру.
16. Постановка задачи о наилучшем приближении в линейном нормированном пространстве и возникающие проблемы. Общие теоремы о наилучшем приближении: теоремы существования и единственности. Некоторые свойства наилучших приближений и элементов наилучшего приближения.
17. Наилучшее приближение в Гильбертовом пространстве и вопросы, возникающие при его практическом построении: теоремы о существовании и единственности; критерии существования наилучшего приближения; ортогонализация, определитель Грамма и его свойства; теорема Теплера.
18. Наилучшие среднеквадратичные приближения (непрерывный и дискретный случаи) функций по весу и их необходимость. Среднеквадратичные приближения по весу функций алгебраическими многочленами; ортогональные многочлены (свойства, и их применение к нахождению среднеквадратичного приближения функций по весу) классические ортогональные многочлены.
19. Наилучшее равномерное приближение непрерывных на компакте функций обобщенными и алгебраическими многочленами заданной степени: теоремы Хаара, Бореля, Вале-Пуссена, Чебышева (об альтернансе, доказательство достаточности); теорема единственности.
20. Интерполирование функций. Постановка задачи. Интерполирование обобщенными и алгебраическими многочленами заданной степени, теоремы существования и единственности. Многочлены Лагранжа на неравномерной и равномерной сетке узлов. Процесс Эйткена.
21. Конечные и разделённые разности, их свойства. Интерполяционная формула Ньютона на неравномерной сетке и на равномерных сетках узлов. Оценки погрешностей интерполяционных формул; сходимость интерполяционного процесса.
22. Постановка задачи численного дифференцирования и её некорректность. Простейшие формулы численного дифференцирования. Погрешность формул, метод Рунге-Ромберга. Понятие о квазиравномерных сетках и регуляризации дифференцирования.
23. Постановка задачи численного интегрирования, подходы к построению квадратурных формул. Интерполяционные квадратурные формулы с наперед заданными узлами, теорема об их точности. Оценки погрешности интерполяционных квадратурных формул.
24. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Численная устойчивость квадратурных формул. Простейшие из формул Ньютона-Котеса; трапеций, Симпсона (парабол), прямоугольников; составные квадратурные формулы, основанные на них; оценки погрешности формул.
25. Апостериорная оценка погрешности методом Рунге; автоматический выбор шага интегрирования. Уточнение приближенного решения по Ричардсону.
26. Вариационные методы. Общие положения. Минимизирующие последовательности функционала, сходимость к не пустому множеству; корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов. Примеры.
27. Приближенное решение операторных уравнений энергетическим методом. Теорема о единственности решения операторных уравнений в Гильбертовом пространстве и о

- функционале энергии. Теорема о сходимости минимизирующей последовательности функционала энергии.
28. Классический метод Рунге; теорема о минимуме функционала энергии в конечномерном подпространстве. Теорема о минимизирующей последовательности классического метода Рунге, ее сходимости и оценке приближения.
 29. Общие вопросы метода сеток: сетки и сеточные функции, пространство сеточных функций, сеточные нормы, локальная аппроксимация и аппроксимация на сетке, погрешность аппроксимации дифференциальных операторов разностными, постановка разностной схемы, погрешность разностной схемы, порядок точности разностной схемы; корректность разностных схем, порядок аппроксимации разностных схем, связь корректности и аппроксимации разностных схем со сходимостью.
 30. Метод прогонки решения трехточечных разностных уравнений и его устойчивость. Принцип максимума.
 31. Разностные схемы краевых задач для уравнения эллиптического типа с переменными коэффициентами: постановка задач, корректность, сходимость разностных схем, методы решения сеточных задач.
 32. Однородные разностные схемы начально-краевых задач для параболического уравнения с переменными коэффициентами: постановка задач, построение разностных схем с весами, погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимость, решение сеточных задач.
 33. Понятие о вариационно-разностном методе (методе конечных элементов) и других методах построения разностных схем для уравнений математической физики.
 34. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка исходной задачи. Вопросы корректности постановки. Различные методы приближенного и численного решения задачи Коши. Простейшие разностные схемы решения задачи Коши: разностная схема Эйлера (явная схема), симметричная схема (неявная схема). Понятие о сходимости метода и порядке точности метода. Понятие о невязке или погрешности аппроксимации схемы; аппроксимации и порядке аппроксимации разностного метода. Порядок аппроксимации метода Эйлера и симметричной схемы. Порядок точности схемы Эйлера.
 35. Одношаговые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка методов. Семейство методов второго порядка аппроксимации и частные случаи семейства: схемы (двухэтапные) предиктор-корректор. Сходимость методов Рунге-Кутты (теорема о сходимости). Связь порядков аппроксимации и точности. Метод Рунге повышения точности решения задачи Коши на последовательности сеток.
 36. Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. Формулировка методов: явные и неявные методы, явные и неявные методы Адамса. Погрешность аппроксимации многошаговых методов на решениях или невязка разностного метода; наивысший порядок аппроксимации. Понятие об устойчивости и сходимости многошаговых методов. Примеры многошаговых методов Адамса (явных и неявных)

Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет математики и информационных технологий
бакалавры 4 год, 8 семестр, 2019/2020 учебный год

Дисциплина Численные методы

Направление 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Фундаментальная теорема Самарского о сходимости неявных итерационных процессов и ее приложение к доказательству сходимости метода Ричардсона с итерационным параметром.
2. Разностная схема Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Погрешность аппроксимации и сходимость.
3. Рассмотрите СЛАУ, приведенную к виду, удобному для итераций по методу последовательных приближений:

$$\begin{cases} x_1 = 0.3x_1 - 0.1x_2 + 1, \\ x_2 = 0.2x_1 - 0.4x_2 + 0.01x_3 - 2, \\ x_3 = 0.2x_2 + 0.1x_3 + 5. \end{cases}$$

Зав. Кафедрой ИТ и КМ



А.М. Болотнов

Перевод оценки из 100-балльной шкалы в четырехбалльную производится следующим образом:

«отлично» — от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);

«хорошо» — от 60 до 79 баллов;

«удовлетворительно» — от 45 до 59 баллов;

«неудовлетворительно» — менее 45 баллов.

Критерии оценки (в баллах)

25 – 30 баллов выставляется студенту, если он дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.

17 – 24 баллов выставляется студенту, если он раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности.

10 – 16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы им допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.

1 – 10 баллов выставляется студенту, если его ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

**Примеры контрольных заданий по курсу
«Численные методы»:**

- 1) Рассмотрите СЛАУ, приведенную к виду, удобному для итераций по методу последовательных приближений:

$$\begin{cases} x_1 = 0.3x_1 - 0.1x_2 + 1, \\ x_2 = 0.2x_1 - 0.4x_2 + 0.01x_3 - 2, \\ x_3 = 0.2x_2 + 0.1x_3 + 5. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы. Найдите норму матрицы системы и проверьте условие сходимости метода последовательных приближений для данной СЛАУ.

- 2) Рассмотрите вопрос о применении метода Якоби к решению СЛАУ вида

$$\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 7x_2 + x_3 = -6, \\ x_1 + x_2 + 9x_3 = -3. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы.

- 3) Рассмотрите вопрос о применении метода Гаусса-Зейделя к решению СЛАУ вида

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 5, \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -6, \\ -2x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы метода Гаусса-Зейделя к решению СЛАУ.

- 4) Обоснуйте возможность решения СЛАУ вида

$$Ax = f, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}$$

методом Ричардсона с итерационным параметром $\tau > 0$.

Запишите расчетные формулы метода. Найдите число обусловленности матрицы A .

- 5) Найдите конечные разности функции $y = f(x) = x^3$ с шагом $h=1$:

$$\Delta y, \quad \Delta^2 y, \quad \Delta^3 y.$$

- 6) Функция $y = f(x)$ задана таблицей значений $y_i = f(x_i)$:

i	0	1	2	3	4
x_i	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y_i	4	5	5.5	5.7	5.8

Вычислите значения функции в точке $x = 2.3$ с помощью интерполяционной формулы Лагранжа.

- 7) Для функции $f(x) = \sin \pi x$ на отрезке $[0, 2]$ постройте наилучший интерполяционный многочлен 3-го порядка. Постройте графики многочлена и данной функции в одной системе координат.

- 8) Постройте кубический сплайн для функции $f(x) = \sin \pi x$ на отрезке $[0, 2]$, используя разбиение отрезка на $n = 10$ частей. Найдите значение в точке $x = 0.48$.
- 9) Найдите параметры показательной функции $f(x) = ae^{bx}$ по заданной таблице значений $(x_k, f(x_k))$, $k = 1, 2, \dots, n$.

x_k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x_k)$	1	1.2	1.4	1.5	1.7	1.8	2	2.1	2.5	3

Приведите график функции. Покажите, что результатом является аппроксимирующая функция

$$y = 0,951393e^{0.108926x}.$$

- 10) Вычислите приближенно производную второго порядка с помощью формулы

$$y_{\ddot{x}}(x) = \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} = f''(x) + O(h^2)$$

и сравните с точными значениями второй производной функции $y = f(x) = \sin \pi x$ в точках отрезка $[0, 1]$ с шагами $h = 0.2$ и $h = 0.1$. Проанализируйте результаты в результате уменьшения шага в два раза (во сколько раз уменьшилась ошибка?)

- 11) Вычислить интеграл

$$J = \int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

по формулам трапеций, Симпсона, Ньютона-Котеса:

$$\int_c^b f(x) dx \cong \sum_{i=0}^{N-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} h = h \left[\frac{f(x_0) + f(x_N)}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) \right], \quad h = \frac{b-a}{N}, \quad N = 10;$$

$$\int_c^b f(x) dx \cong \frac{h}{3} \sum_{i=0}^{2m-2} (f(x_i) + 4f(x_{i+1}) + f(x_{i+2})), \quad N = 2m;$$

$$\int_c^b f(x) dx \cong \frac{5h}{288} [19f(x_0) + 75f(x_1) + 50f(x_2) + 50f(x_3) + 75f(x_4) + 19f(x_5)].$$

Найдите точное значение интеграла J и относительные погрешности $\delta_{\text{тр.}}$, $\delta_{\text{Симп.}}$ и $\delta_{\text{Н.Котеса}}$.

- 12) Найдите приближенное методом Эйлера на отрезке $[1, 2]$ задачи Коши

$$\frac{du}{dt} = \frac{1+u^2}{2t}, \quad u(1) = 0$$

(точное решение задачи $u(t) = \text{tg}(\ln \sqrt{t})$).

Расчеты проводить с шагом $\tau = 0.1$.

- 13) Для начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left((\cos^2 x + 0,1) \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T = 1,$$

$$u(x, 0) = 1 - x, \quad u(0, t) = \cos t, \quad u(1, t) = 0,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации по h и τ (где h и τ – шаги пространственной и временной сеток).

- 14). Для краевой задачи

$$\frac{\partial}{\partial x} \left((1+x^2y) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((1+xy^2) \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (x, y) \in (0,1) \times (0,1),$$

$$u(x, y) = \mu(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации.

Пример задания по лабораторной работе

Лабораторная работа №99

Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Прямые методы решения СЛАУ. Итерационные методы

1) Требуется решить систему линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня (а), схемой Холецкого (б), методом вращения (в) или методом отражения (г):

$$Ax = b,$$

где

<p>а)</p> $\begin{aligned} 19x_1 - 4x_2 + 6x_3 - x_4 &= 100, \\ -4x_1 + 20x_2 - 2x_3 + 7x_4 &= -5, \\ 6x_1 - 2x_2 + 25x_3 - 4x_4 &= 34, \\ -x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 15x_4 &= 69. \end{aligned}$	<p>д)</p> $\begin{aligned} 15x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 &= -24, \\ x_1 + 10x_2 + 2x_3 - 4x_4 &= -47, \\ -5x_1 + 2x_2 + 14x_3 - 6x_4 &= 28, \\ 3x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 16x_4 &= -50. \end{aligned}$
<p>б)</p> $\begin{aligned} 24x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 9x_4 &= -9, \\ 2x_1 + 27x_2 - 6x_3 + 2x_4 &= -76, \\ 4x_1 - 6x_2 + 22x_3 - 8x_4 &= -79, \\ -9x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 23x_4 &= -70. \end{aligned}$	<p>е)</p> $\begin{aligned} 22x_1 - 3x_2 - 8x_3 + 7x_4 &= -24, \\ -3x_1 + 19x_2 - 6x_3 + 3x_4 &= 40, \\ -8x_1 - 6x_2 + 23x_3 - 7x_4 &= -84, \\ 7x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 18x_4 &= -56. \end{aligned}$
<p>в)</p> $\begin{aligned} 24x_1 - 7x_2 - 4x_3 + 4x_4 &= 20, \\ -7x_1 + 21x_2 + 3x_3 - 5x_4 &= -16, \\ -4x_1 + 3x_2 + 19x_3 + 7x_4 &= 14, \\ 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 20x_4 &= -81. \end{aligned}$	<p>ж)</p> $\begin{aligned} 10x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= 95, \\ -x_1 + 12x_2 + 3x_3 - 4x_4 &= -41, \\ -2x_1 + 3x_2 + 15x_3 + 8x_4 &= 69, \\ 5x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 18x_4 &= 27. \end{aligned}$
<p>г)</p> $\begin{aligned} 12x_1 - 3x_2 - x_3 + 3x_4 &= -26, \\ -3x_1 + 15x_2 + 5x_3 - 5x_4 &= -55, \\ -x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 2x_4 &= -58, \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 11x_4 &= -24. \end{aligned}$	

2) Вычислить невязку $(A\tilde{x} - b)$, где \tilde{x} – полученное решение.

3) Уточнить полученное решение методом простых итераций с параметром (в качестве параметра взять $\tau = \frac{2}{\|A\|_*}$, обосновать выбор параметра) (а), методом Якоби (б),

методом Гаусса-Зейделя (в), методом верхней релаксации (г), методом минимальных невязок (д) или методом сопряженных градиентов (ж), взяв в качестве начального приближения целую часть полученного прямым методом решения \tilde{x} с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

4) Вычислить число обусловленности матрицы системы $M_A = \|A\|_* \cdot \|A^{-1}\|_*$.

Указания и требования. Выбрать прямой метод решения СЛАУ по следующему принципу: все те у кого номер варианта N – число нечетное используют для пункта 1) метод квадратного корня, все остальные (номер варианта число N – число четное) для решения СЛАУ используют схему Халецкого. Итерационный метод выбирается следующим образом: первый вариант выбирает (а), второй вариант выбирает (б), третий вариант, соответственно, (в), четвертый – (г), пятый – (д), шестой – (ж), седьмой – (а) и т.д. Взять следующий критерий останова итераций – $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_* < \varepsilon$. В качестве векторной нормы $\|\cdot\|_*$ взять следующие наиболее употребительные нормы – $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$. При вычислении параметра в методе простых итераций и числа обусловленности M_A взять в качестве матричной нормы – $\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$ или $\|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$, где n – размерность матрицы A . Выдать также на печать матрицы, получаемые при разложении в методе квадратного корня и схемы Халецкого. Оформить отчет.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа студентов заключается в подготовке к занятиям и выполнении зачетных заданий с использованием рекомендованной учебно-методической литературы. В качестве дополнительных заданий предлагаются темы докладов.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Самарский, А.А. Математическое моделирование / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - Москва : Физматлит, 2005. - 160 с. - ISBN 978-5-9221-0120-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68976>.
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941>.
3. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук ; ред. Е.В. Шишкина. - Москва : Наука, 1977. - 458 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457019>.

Дополнительная литература:

4. Лебедев, В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учебное пособие / В.И. Лебедев. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 294 с. - ISBN 5-9221-0092-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68363> (05.11.2018).
5. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебник / Ф.П. Васильев. - Изд. нов., перераб. и доп. - Москва : МЦНМО, 2011. - Ч. 1. Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума.

Динамическое программирование. - 620 с. - ISBN 978-5-94057-707-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313>

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. www.gpntb.ru/— Государственная публичная научно-техническая библиотека.
2. www.nlr.ru/ — Российская национальная библиотека.
3. www.nns.ru/ — Национальная электронная библиотека.
4. www.rsl.ru/— Российская государственная библиотека.
5. www.microinform.ru/ — Учебный центр компьютерных технологий

Официальный интернет сайт Российской государственной библиотеки, содержащий обширный электронный каталог печатных изданий и предоставляющий доступ к оцифрованным изданиям www.rsl.ru

Официальный интернет сайт библиотеки Башкирского государственного университета, содержащий электронный каталог печатных изданий и предоставляющий доступ к оцифрованным изданиям www.bashlib.ru

Электронная библиотечная система, специализирующаяся на образовательной и научной литературе, а также электронных их изданиях www.biblioclub.ru.

Электронная библиотечная система издательства «Юрайт», специализирующаяся на образовательной и научной литературе, а также электронных их изданиях www.biblio-online.ru.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	2	3
<p>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитория № 524 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p>3. учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций: аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 524 (физико-математический</p>	<p>Аудитория №426 Учебная мебель, доска, персональные компьютеры LenovoThinkCentreA70zIntelPentiumE 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., шкаф TLKTWP-065442-G-GY</p> <p>Аудитория № 501 Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304</p> <p>Аудитория № 524 Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>3. Среда разработки Microsoft Visual Studio Community 2017 (Условия лицензии на программное обеспечение Microsoft Visual Studio Community 2017, свободное программное обеспечение).</p> <p>4. AcademicEdition Networked Volume Licenses RAD Studio XE3 Professional Concurrent AppWaveEnglish; договор №263 от 07.12.2012 г.</p> <p>5. Python 3.7 (лицензия Python SoftwareFoundationLicense, свободное программное обеспечение)</p> <p>6. Lazarus (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение).</p>

<p>корпус - учебное) 4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации: аудитория № 501 аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 524 (физико-математический корпус - учебное) 5. помещения для самостоятельной работы: аудитория № 426 (физико-математический корпус - учебное), читальный зал №2 (физико-математический корпус - учебное)</p>	<p>Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты , шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32. Читальный зал №2 Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	
---	--	--

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины – «Численные методы» на 7-8 семестры

очная форма обучения

Рабочую программу осуществляют:

Лекции: доцент каф. ИТиКМ, к.ф.-м.н. Файрузов М.Э.

Лабораторные работы: доцент каф. ИТиКМ, к.ф.-м.н. Файрузов М.Э.

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (з.е. / часов)	8/288
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	139.9
лекций	58
практических/ семинарских	
лабораторных	80
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1.9
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	113.3
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

Формы контроля:

РГР, зачет 7 семестр

Экзамен 8 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	7-й семестр							
1.	Общая характеристика и классификация методов решения СЛАУ. Метод Гаусса и его алгебраическая основа: схема единственного деления и ее связь с разложением матрицы на множители; теорема об LU-разложении, условия применимости метода Гаусса. Вычисление определителя и обратной матрицы.	4		4	8	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
2.	Метод Гаусса с выбором главного элемента, ошибки округления, понятие об устойчивости прямых методов. Компактная схема метода Гаусса (метод основанный на LU-разложении). Понятие о методах оптимального исключения, Жордана, отражений. Метод квадратных корней (метод,	4		4	8	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	основанный на S^*DS -разложении), схема Холецкого.							
3.	Операторные уравнения первого рода. Корректно и некорректно поставленные задачи, устойчивость (на примере решения СЛАУ). Возмущения, мера обусловленности уравнения и число обусловленности невырожденного линейного оператора. Оценка относительной погрешности; влияние погрешности округления при решении СЛАУ прямыми методами. Оценки достоверности решений, получаемых прямыми методами (процедура итерационного уточнения решения, апостериорные оценки числа обусловленности). Понятие о методе регуляризации решения уравнения. Согласованная и подчиненная нормы операторов $A \in L(X_n \rightarrow X_n)$ с заданными векторными нормами в конечномерном пространстве X_n . Наиболее употребительные нормы векторов и матричные нормы оператора, индуцированные векторными нормами.	4		4	8	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
4.	Введение. Общая характеристика итерационных методов решения	4		4	8	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной

	СЛАУ как операторных уравнений первого рода. Основные понятия итерационных методов: сходимость, число итераций, качество итерационного процесса; классификация итерационных методов, принципы их построения. Теорема о «неподвижной точке» итерационных процессов.							работе
5.	Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки погрешности. Основная теорема А. А. Самарского о сходимости итераций общего неявного стационарного процесса простой итерации. Частные случаи теоремы: достаточные условия сходимости явного метода простых итераций и модифицированного метода простых итераций (метода Якоби). Другие достаточные условия сходимости метода Якоби.	4		4	8	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
6.	Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок и скорейшего спуска. Понятие о	4		4	8	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	методе сопряженных градиентов.							
7.	Треугольные итерационные методы. Метод Гаусса-Зейделя; необходимый и достаточный признак сходимости; достаточные признаки сходимости. Метод последовательной релаксации (SOR); достаточные условия сходимости.	4	4	8	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе	
8.	Метод последовательных приближений (простых итераций) решения нелинейных уравнений. Принцип сжатых отображений. О качестве итераций и скорости сходимости (оценки). Метод простых итераций для нелинейных систем алгебраических и трансцендентных уравнений (следствия из общего случая); геометрическая интерпретация метода простой итерации для случая одного скалярного уравнения. Метод взятия в вилку (метод половинного деления). Метод Ньютона и Ньютона-Канторовича решения нелинейных операторных уравнений. Метод Ньютона применительно к нелинейным системам алгебраических и трансцендентных уравнений;							

	геометрическая интерпретация метода на случай одного скалярного уравнения. Метод хорд, комбинированный метод, метод секущих.							
9.	Постановка задачи о наилучшем приближении в линейном нормированном пространстве и возникающие проблемы. Общие теоремы о наилучшем приближении: теоремы существования и единственности. Некоторые свойства наилучших приближений и элементов наилучшего приближения. Наилучшие среднеквадратичные приближения (непрерывный и дискретный случаи) функций по весу и их необходимость. Среднеквадратичные приближения по весу функций алгебраическими многочленами; ортогональные многочлены (свойства, и их применение к нахождению среднеквадратичного приближения функций по весу) классические ортогональные многочлены.	4		4	8.3	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе, РГР
	Итого за семестр:	36		36	71.3			
	8-й семестр							
10.	Постановка задачи численного интегрирования, подходы к	4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной

	<p>построению квадратурных формул. Интерполяционные квадратурные формулы с наперед заданными узлами, теорема об их точности. Оценки погрешности интерполяционных квадратурных формул. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Численная устойчивость квадратурных формул. Простейшие из формул Ньютона-Котеса; трапеций, Симпсона (парабол), прямоугольников; составные квадратурные формулы, основанные на них; оценки погрешности формул.</p>							работе
11.	<p>Апостериорная оценка погрешности методом Рунге; автоматический выбор шага интегрирования. Уточнение приближенного решения по Ричардсону.</p>	4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
12.	<p>Вариационные методы. Общие положения. Минимизирующие последовательности функционала, сходимость к не пустому множеству; корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов. Примеры.</p>	4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
13.	<p>Приближенное решение операторных уравнений</p>	4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной

	<p>энергетическим методом. Теорема о единственности решения операторных уравнений в Гильбертовом пространстве и о функционале энергии. Теорема о сходимости минимизирующей последовательности функционала энергии. Классический метод Ритца; теорема о минимуме функционала энергии в конечномерном подпространстве. Теорема о минимизирующей последовательности классического метода Ритца, ее сходимости и оценке приближения.</p>							работе
14.	<p>. Общие вопросы метода сеток: сетки и сеточные функции, пространство сеточных функций, сеточные нормы, локальная аппроксимация и аппроксимация на сетке, погрешность аппроксимации дифференциальных операторов разностными, постановка разностной схемы, погрешность разностной схемы, порядок точности разностной схемы; корректность разностных схем, порядок аппроксимации разностных схем, связь корректности и аппроксимации разностных схем со сходимостью.</p>	4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

15.	Разностные схемы краевых задач для уравнения эллиптического типа с переменными коэффициентами: постановка задач, корректность, сходимость разностных схем, методы решения сеточных задач.	4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
16.	Однородные разностные схемы начально-краевых задач для параболического уравнения с переменными коэффициентами: постановка задач, построение разностных схем с весами, погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимость, решение сеточных задач. Однородные разностные схемы для гиперболических уравнений: постановка задачи, погрешность аппроксимации, устойчивость (без доказательства), решение сеточных уравнений.	4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
17.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка исходной задачи. Вопросы корректности постановки. Различные методы приближенного и численного решения задачи Коши. Простейшие разностные схемы решения задачи Коши: разностная	4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	<p>схема Эйлера (явная схема), симметричная схема (неявная схема). Понятие о сходимости метода и порядке точности метода. Понятие о невязке или погрешности аппроксимации схемы; аппроксимации и порядке аппроксимации разностного метода. Порядок аппроксимации метода Эйлера и симметричной схемы. Порядок точности схемы Эйлера. Одношаговые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка методов. Семейство методов второго порядка аппроксимации и частные случаи семейства: схемы (двухэтапные) предиктор-корректор. Сходимость методов Рунге-Кутты (теорема о сходимости). Связь порядков аппроксимации и точности. Метод Рунге повышения точности решения задачи Коши на последовательности сеток.</p>							
18.	<p>Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. Формулировка методов: явные и неявные методы, явные и неявные методы Адамса. Погрешность аппроксимации многошаговых методов на решениях или невязка разностного метода; наивысший</p>	4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	порядок аппроксимации. Понятие об устойчивости и сходимости многошаговых методов. Примеры многошаговых методов Адамса (явных и неявных).							
	Итого за семестр:	22		44	42			
	Всего часов:	58		80	113.3			

**Рейтинг-план дисциплины
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 4, семестр 7

Рейтинг-план №1 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Численные методы решения задач линейной алгебры. Решение систем нелинейных уравнений			0	50
Текущий контроль				
1. Лабораторные работы	5	2	0	10
Рубежный контроль				
1. Письменная контрольная работа	5	5	0	25
Модуль 2. Приближение функций. Численное интегрирование			0	50
Текущий контроль				
1. Лабораторные работы	8	5	0	40
Рубежный контроль				
1. Письменная контрольная работа	2	5	0	10
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	10
2. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)			0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
1. Зачет				

**Рейтинг-план дисциплины
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 4, семестр 8

Рейтинг-план №2 (Экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 3. Численное интегрирование. Численные методы решения задач УМФ.			0	35
Текущий контроль				
1. Лабораторные работы	4	5	0	20
Рубежный контроль				
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
Модуль 4. Численные методы решения для ОДУ			0	35
Текущий контроль				
1. Лабораторные работы	4	5	0	20
Рубежный контроль				
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	10
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)			0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
3. Посещение лекционных занятий			0	-6
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
1. Экзамен				30