

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Утверждено:

на заседании кафедры

протокол №6.1 от

«25» января 2021 г.

Зав. кафедрой

 / Мустафина С.А.

Согласовано:

Председатель УМК института



/ Балапанов М.Х.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Дисциплина: **Теория вероятностей и математическая статистика**

Б1.О.09.05, *обязательная часть*

**программа бакалавриата**

Направление подготовки



03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки

Цифровые технологии в физике функциональных материалов

Квалификация

Бакалавр

Разработчик (составитель) доцент кафедры математического моделирования, к. ф.-м. н., доцент зав. кафедрой математического моделирования, д.ф.-м.н., профессор	 /Михайлова Т.А.
	 /Мустафина С.А.

Для приема 2021 г.

Уфа 2021 г.

Составитель: зав. кафедрой математического моделирования Мустафина С.А., доцент кафедры математического моделирования Михайлова Т.А.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математического моделирования, протокол №7 от «26» января 2021 г.

Заведующий кафедрой  С.А. Мустафина

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_,  
протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О./

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_,  
протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О./

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций .... **Error! Bookmark not defined.**
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы **Error! Bookmark not defined.**
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) **Error! Bookmark not defined.**
4. Фонд оценочных средств по дисциплине ..... **Error! Bookmark not defined.**
  - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине. .... **Error! Bookmark not defined.**
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине. .... 6
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины **Error! Bookmark not defined.**
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины..... **Error! Bookmark not defined.**
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы ..... **Error! Bookmark not defined.**
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине  
..... **Error! Bookmark not defined.**

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
	ОПК-1 – Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знать основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики, основные технологии для решения задач профессиональной деятельности	Знать основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики, основные технологии для решения задач профессиональной деятельности
		ОПК-1.2 Уметь доказывать утверждения теории вероятностей и математической статистики, решать задачи теории вероятностей и математической статистики, уметь выбирать средства и применять аппарат математической статистики в профессиональной деятельности с применением современных технологий	Уметь доказывать утверждения теории вероятностей и математической статистики, решать задачи теории вероятностей и математической статистики, уметь выбирать средства и применять аппарат математической статистики в профессиональной деятельности с применением современных технологий
		ОПК-1.3 Владеть математическим аппаратом и техническими средствами для решения задач теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности	Владеть математическим аппаратом и техническими средствами для решения задач теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности
	УК-1 – Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знать научный аппарат теории вероятностей и математической статистики и возможные сферы их приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	Знать научный аппарат теории вероятностей и математической статистики и возможные сферы их приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
		УК-1.2 Уметь применять научный аппарат теории вероятностей и математической статистики в составлении научных и (или) технических (технологических, инновационных) отчетах	Уметь применять научный аппарат теории вероятностей и математической статистики в составлении научных и (или) технических (технологических, инновационных) отчетах
		УК-1.3 Владеть навыками решения	Владеть навыками решения задач теории вероятностей и

		задач теории вероятностей и математической статистики применительно к задачам формирования научных отчетов в профессиональной деятельности	математической статистики применительно к задачам формирования научных отчетов в профессиональной деятельности
--	--	--	--

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части рабочего учебного плана.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 семестре.

Цели изучения дисциплины: знакомство с современным состоянием общей теории вероятностей и математической статистики и с классическими результатами, относящимися к этой области.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: аналитическая геометрия и линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения.

## 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

### 4.1. Перечень индикаторов достижения компетенций с указанием планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции:

**ОПК-1** Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Неудовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1 Знать основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики, основные технологии для решения задач профессиональной деятельности	Знать основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики, основные технологии для решения задач профессиональной деятельности	Показывает полное незнание материала или имеет фрагментарные знания небольшой части материала,	Имеет значительные пробелы в знаниях, допускает существенные ошибки в ответах	Знает почти всё, допускает незначительные ошибки в ответах	Знает всё

деятельности		допускает грубые ошибки			
ОПК-1.2 Уметь доказывать утверждения теории вероятностей и математической статистики, решать задачи теории вероятностей и математической статистики, уметь выбирать средства и применять аппарат математической статистики в профессиональной деятельности с применением современных технологий	Уметь доказывать утверждения теории вероятностей и математической статистики, решать задачи теории вероятностей и математической статистики, уметь выбирать средства и применять аппарат математической статистики в профессиональной деятельности с применением современных технологий	Не умеет	Умеет, но допускает значительные ошибки	Умеет, допускает незначительные ошибки	Умеет в совершенстве
ОПК-1.3 Владеть математическим аппаратом и техническими средствами для решения задач теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности	Владеть математическим аппаратом и техническими средствами для решения задач теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности	Практически не владеет	Владеет слабо допускает значительные ошибки,	Владеет, допускает незначительные ошибки	Владеет в совершенстве

**УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Неудовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
УК-1.1 Знать научный аппарат теории вероятностей и математической статистики и возможные сферы их приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	Знать научный аппарат теории вероятностей и математической статистики и возможные сферы их приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	Показывает полное незнание материала или имеет фрагментарные знания небольшой части материала, допускает грубые ошибки	Имеет значительные пробелы в знаниях, допускает существенные ошибки в ответах	Знает почти всё, допускает незначительные ошибки в ответах	Знает всё
УК-1.2 Уметь применять научный аппарат теории вероятностей и математической статистики в	Уметь применять научный аппарат теории вероятностей и математической статистики в составлении научных и	Не умеет	Умеет, но допускает значительные ошибки	Умеет, допускает незначительные ошибки	Умеет в совершенстве

составлении научных и (или) технических (технологических, инновационных) отчетах	(или) технических (технологических, инновационных) отчетах				
УК-1.3 Владеть навыками решения задач теории вероятностей и математической статистики применительно к задачам формирования научных отчетов в профессиональной деятельности	Владеть навыками решения задач теории вероятностей и математической статистики применительно к задачам формирования научных отчетов в профессиональной деятельности	Практически не владеет	Владеет слабо допускает значительные ошибки,	Владеет, допускает незначительные ошибки	Владеет в совершенстве

**4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

Этапы освоения	Результаты обучения	Оценочные средства
ОПК-1.1 Знать основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики, основные технологии для решения задач профессиональной деятельности	Знать основные понятия, определения и свойства объектов теории вероятностей и математической статистики, основные технологии для решения задач профессиональной деятельности	Работа в аудитории и у доски; тест; контрольная работа
ОПК-1.2 Уметь доказывать утверждения теории вероятностей и математической статистики, решать задачи теории вероятностей и математической статистики, уметь выбирать средства и применять аппарат математической статистики в профессиональной деятельности с применением современных технологий	Уметь доказывать утверждения теории вероятностей и математической статистики, решать задачи теории вероятностей и математической статистики, уметь выбирать средства и применять аппарат математической статистики в профессиональной деятельности с применением современных технологий	Самостоятельная работа, Контрольная работа
ОПК-1.3 Владеть математическим аппаратом и техническими средствами для решения задач теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности	Владеть математическим аппаратом и техническими средствами для решения задач теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности	Самостоятельная работа, Контрольная работа, экзамен

Этапы освоения	Результаты обучения	Оценочные средства
УК-1.1 Знать научный аппарат теории вероятностей и математической статистики и возможные сферы их приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	Знать научный аппарат теории вероятностей и математической статистики и возможные сферы их приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	Работа в аудитории и у доски; тест; контрольная работа
УК-1.2 Уметь применять научный аппарат теории вероятностей и математической статистики в составлении научных и (или) технических (технологических, инновационных) отчетах	Уметь применять научный аппарат теории вероятностей и математической статистики в составлении научных и (или) технических (технологических, инновационных) отчетах	Самостоятельная работа, Контрольная работа
УК-1.3 Владеть навыками решения задач теории вероятностей и математической статистики применительно к задачам формирования научных отчетов в профессиональной деятельности	Владеть навыками решения задач теории вероятностей и математической статистики применительно к задачам формирования научных отчетов в профессиональной деятельности	Самостоятельная работа, Контрольная работа, экзамен

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины.

Шкалы оценивания:

*для экзамена:*

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.



**Рейтинг-план дисциплины**  
Теория вероятностей и математическая статистика  
 (название дисциплины согласно рабочему учебному плану)  
 направление 03.03.02 Физика  
 профиль Цифровые технологии в физике функциональных материалов

курс 3, семестр 5

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. Теория вероятностей</b>			<b>0</b>	<b>36</b>
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа	1	4	0	4
2. Домашняя работа	1	8	0	8
3. Самостоятельная работа	4	2	0	8
<b>Рубежный контроль</b>				
1. Письменная контрольная работа №1	2	8	0	16
<b>Модуль 2. Математическая статистика</b>			<b>0</b>	<b>34</b>
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа	1	4	0	4
2. Домашняя работа	1	8	0	8
3. Самостоятельная работа	4	2	0	8
<b>Рубежный контроль</b>				
1. Письменная контрольная работа №2	7	2	0	14
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Решение задач повышенной сложности по теме Контрольной работы №1, участие в олимпиаде	10	1	<b>0</b>	<b>10</b>
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>-6</b>
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>-10</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Экзамен				<b>30</b>

## Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: билет состоит из трех вопросов, два из них по теоретической части, один – задача по одной из тем дисциплины.

### Примерный перечень экзаменационных вопросов (5 семестр)

1. Предмет теории вероятностей.
2. События, операции над событиями.
3. Пространство элементарных исходов.
4. Основные формулы комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания.
5. Определение вероятности: классическое, геометрическое, статистическое, аксиоматическое. Свойства вероятности.
6. Формула сложения вероятностей.
7. Определение условной вероятности.
8. Формула умножения вероятностей.
9. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности.
10. Формула полной вероятности.
11. Формула Байеса.
12. Схема независимых испытаний Бернулли.
13. Понятие случайной величины. Примеры.
14. Функция распределения. Свойства функции распределения.
15. Дискретные случайные величины. Закон распределения. Биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое распределение, распределение Пуассона.
16. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения. Равномерное, экспоненциальное, нормальное распределение.
17. Функции от случайных величин.
18. Многомерные случайные величины. Совместная функция распределения.
19. Дискретные и непрерывные двумерные случайные величины. Условные распределения. Независимые случайные величины.
20. Распределение суммы двух случайных величин. Формула свертки.
21. Математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание случайной величины, имеющей распределение: биномиальное, геометрическое, Пуассона, равномерное, экспоненциальное, нормальное.
22. Дисперсия случайной величины. Свойства дисперсии. Дисперсия случайной величины, имеющей распределение: биномиальное, геометрическое, Пуассона, равномерное, экспоненциальное, нормальное.
23. Моменты высших порядков.
24. Ковариация. Коэффициент корреляции. Коррелированность и зависимость.
25. Теорема Пуассона.
26. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
27. Неравенство Маркова.
28. Неравенство Чебышева.
29. Закон больших чисел.
30. Центральная предельная теорема.
31. Основные задачи математической статистики. Виды и способы отбора. Примеры.
32. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторные выборки. Репрезентативная выборка.
33. Статистическое распределение выборки. Статистический ряд, интервальный

- статистический ряд. Примеры. Эмпирическая функция распределения.
34. Статистическое распределение выборки. Графическое изображение статистического распределения. Примеры.
  35. Статистическое распределение выборки. Числовые характеристики статистического распределения. Пример.
  36. Статистические оценки параметров распределения. Свойства статистических оценок.
  37. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии.
  38. Законы распределения случайных величин. Биномиальный закон распределения, Распределение Пуассона, геометрическое распределение. Числовые характеристики.
  39. Законы распределения случайных величин. Равномерный закон распределения, показательный закон распределения, распределение Пуассона. Числовые характеристики.
  40. Нормальный закон распределения. Функция Лапласа. Числовые характеристики. Оценка параметров распределения методом максимального правдоподобия.
  41. Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение Пирсона, Стьюдента.
  42. Методы нахождения точечных оценок. Метод моментов. Примеры.
  43. Методы нахождения точечных оценок. Метод максимального правдоподобия. Примеры.
  44. Методы нахождения точечных оценок. Метод наименьших квадратов. Примеры.
  45. Понятие интервального оценивания параметров. Доверительный интервал для математического ожидания при известной дисперсии. Пример.
  46. Понятие интервального оценивания параметров. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии. Пример.
  47. Понятие интервального оценивания параметров. Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормального распределения. Пример.
  48. Понятие интервального оценивания параметров. Доверительный интервал для оценки вероятности успеха при большом числе испытаний Бернулли. Пример.
  49. Проверка статистических гипотез. Статистическая гипотеза, статистический критерий. Методика проверки гипотез. Пример.
  50. Проверка гипотез о законе распределения. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона. Пример.

## Образец экзаменационного билета

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»  
Физико-технический институт

Кафедра математического моделирования

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»  
*03.03.02 Физика*  
Профиль *Цифровые технологии в физике функциональных материалов*

1. Формула полной вероятности.
2. Проверка статистических гипотез. Статистическая гипотеза, статистический критерий. Методика проверки гипотез. Пример.
3. Задача

«Утверждаю»

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

### Критерии оценивания ответа на экзамене (в баллах):

= **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

= **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

= **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

= **1-9 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

### Задания для самостоятельной работы с индивидуальными заданиями

Описание самостоятельной работы с индивидуальными заданиями:

В качестве текущего контроля уровня знаний, умений и навыков обучающихся применяется самостоятельная работа с индивидуальными заданиями. Самостоятельная работа представляет

собой письменное задание, выполняемое в течение 15-20 минут, по изученным ранее 1-2 темам. Самостоятельная работа с индивидуальными заданиями используется как средство для установления эффективности осуществления образовательной деятельности

*Пример варианта самостоятельной работы №1 с индивидуальными заданиями*

1. Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих датчика. Вероятность исправной работы первого датчика равна 0,9; второго – 0,95; третьего – 0,8. Найти вероятность того, что: а) сработает только один датчик; б) сработает только два датчика; в) сработает хотя бы один датчик.
2. В круг радиуса 10 случайным образом брошена точка так, что ее любое расположение в круге равновозможно. Найти вероятность того, что она окажется внутри лежащего в круге квадрата со стороной 6.

*Пример варианта самостоятельной работы №2 с индивидуальными заданиями*

1. Студент знает 25 из 30 вопросов экзамена. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого достаточно ответить на 3 из 5 предложенных экзаменатором вопроса.
2. На спартакиаду прибыло 20 лыжников, 15 гимнастов, 5 шахматистов. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжника – 0,8; для гимнаста – 0,6; для шахматиста – 0,9. Случайно вызывается один спортсмен. Какова вероятность того, что он выполнит норму? Спортсмен выполнил норму. Какова вероятность того, что это был шахматист?

*Пример варианта самостоятельной работы №3 с индивидуальными заданиями*

1. Независимые дискретные величины  $X$  и  $Y$  заданы законами распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение для случайной величины  $Z=3X-2Y$ . Найти и построить функцию распределения дискретной случайной величины  $X$ .

$X$	-5	-4	2	3
$p$	0,1	0,5	0,2	0,2

$Y$	-8	-1
$p$	0,7	0,3

2. Составить ряд распределения случайной величины  $X$ -числа бракованных деталей в выборке объема  $n=5$ . Вероятность того, что деталь окажется бракованной, равна 0,3. Определить вероятность того, что в выборке будет бракованных: а) ровно четыре детали; б) более четырех деталей; в) не более четырех деталей. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

*Пример варианта самостоятельной работы №4 с индивидуальными заданиями*

1. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения вероятностей  $F(x)$ . Найти: а)

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right);$$

б) плотность распределения вероятностей случайной величины  $X$ ; в) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ ;

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

- Построить графики функции и плотности распределения случайной величины  $X$ .
2. Среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины равно 0,5. Найти вероятность того, что отклонение случайной величины от ее математического ожидания по абсолютной величине не превосходит 1.

#### Описание методики оценивания:

Самостоятельная работа с индивидуальными заданиями проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов. Критериями оптимального усвоения знаний, умений и навыков при проведении самостоятельной работы являются объем, системность, осмысленность, прочность и действенность знаний обучающихся.

Результаты выполнения самостоятельной работы оцениваются в соответствии с рейтингом-планом дисциплины.

#### Критерии оценки (в баллах)

- 4 балла выставляется студенту, если верно решены обе задачи;
- 2 балла выставляется студенту, если верно решена одна задача;
- 0 баллов выставляется студенту, если обе задачи решены неверно.

#### Примерные задания для контрольных работ

Контрольные работы являются средством рубежного контроля и проверяют степень усвоения теории, практические умения и навыки в пределах модуля дисциплины.

Примерные варианты контрольных работ:

#### Письменная контрольная работа № 1.

1. Три стрелка производят по одному выстрелу в цель независимо друг от друга. Вероятности попадания в цель для каждого из них соответственно равны 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что: а) в цель попадает только один стрелок; б) в цель попадают только два стрелка; в) в цель попадает хотя бы один стрелок.

2. В круг радиуса 10 случайным образом брошена точка так, что ее любое расположение в круге равновозможно. Найти вероятность того, что она окажется внутри лежащего в круге квадрата со стороной 5.

3. В урне 10 шаров, из них 6 – окрашенные. Найти вероятность того, что ровно 2 из 3-х вынутых наудачу шаров окрашены.

4. На одном заводе на каждые 100 лампочек приходится в среднем 10 нестандартных, на втором – 15, а на третьем – 20. Продукция этих заводов составляет 50%; 30 и 20% всех электроламп, приобретаемых жителями района. А) Найти вероятность того, что приобретенная лампочка будет стандартной. В) Приобретенная лампочка оказалась стандартной. Какова вероятность того, что эта лампочка изготовлена на первом заводе?

5. Рабочий за смену изготавливает 400 деталей. Вероятность того, что деталь окажется первого сорта, равна 0,8. Какова вероятность того, что деталей первого сорта будет ровно 330 штук?

6. Вероятность появления события А в каждом из 150 независимых испытаний равна 0,6. Найти вероятность того, что в этих испытаниях событие А появится от 78 до 96 раз.

7. Спортсмен должен последовательно преодолеть 4 препятствия, каждое из которых преодолевается им с вероятностью  $p = 0,9$ . Если спортсмен не преодолевает какое-либо препятствие, он выбывает из соревнований. Построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение числа препятствий, преодоленных спортсменом. Найти вероятность того, что спортсмен преодолеет: а) не более двух препятствий; б) более трёх препятствий.

8. Плотность распределения случайной величины  $X$  имеет вид  $f(x) = a x^2 e^{-kx}$ , где  $k > 0$ ,  $0 \leq x < \infty$ . Найти: а) коэффициент  $a$ ; б) функцию распределения случайной величины  $X$ ; в) вычислить вероятность попадания случайной величины  $X$  на интервал.

### **Критерии оценивания контрольной работы №1**

Каждое задание оценивается от 0 до 2 баллов.

- = **2** балла выставляется студенту, если задание выполнено полностью и без ошибок;
- = **1** балл выставляется студенту, если задание выполнено наполовину или при правильно записанных формулах допущены ошибки в преобразованиях или расчетах;
- = **0** баллов выставляется студенту, если ответ отсутствует, выполнена только несущественная часть решения или решение в корне ошибочно.

Итоговая оценка получается суммированием баллов за отдельные задания и составляет максимально 16 баллов.

### **Письменная контрольная работа № 2.**

#### **Вариант 1.**

Задание 1. По выборкам выполнить следующие расчеты и задания: построить полигон (гистограмму), кумуляту и эмпирическую функцию распределения. Найти среднюю арифметическую, медиану, моду, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, начальные и центральные моменты  $k$  порядка ( $k = 1, 2, 3, 4$ ), коэффициент асимметрии и эксцесс. Ответы сформулировать, используя терминологию задач. Месячный доход жителей заданного региона (в руб.) представлен ниже, где  $n=1000$  жителей.

$x_i$	Менее 500	500-1000	1000-1500	1500-2000	2000-2500	Свыше 2500
$n_i$	58	96	239	328	147	132

Задание 2. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки взято 130 из 2000 упаковок, содержащихся в партии, и получены следующие данные об их весе:

Вес упаковки (гр.)	Менее 975	975-1000	1000-1025	1025-1050	Более 1050	Всего
Число упаковок	6	38	44	34	8	130

Найти: а) границы, в которых с вероятностью  $0,9901$  заключен средний вес упаковки в партии; б) вероятность того, что доля упаковок, вес которых менее 1000 гр., во всей партии отличается от доли таких упаковок в выборке не более чем на  $0,05$  (по абсолютной величине); в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего веса упаковок во всей партии можно гарантировать с вероятностью  $0,95$ .

### **Критерии оценивания контрольной работы №2**

Каждое задание оценивается от 0 до 7 баллов.

- 7 баллов выставляется студенту, если задача верно решена;
- 5-6 баллов выставляется студенту, если допущены некоторые неточности и механические ошибки, не влияющие на ответ и смысл решения;
- 3-4 балла выставляется студенту, если решение присутствует, однако допущены ошибки,

повлекшие неправильный ответ;

- 1-3 балла выставляется студенту, если решена одна задача, но с ошибками
- 0 баллов выставляется студенту, если все задачи решены неверно или решение отсутствует.

### **Аудиторная работа.**

#### ***Работа у доски на практических занятиях и выполнение домашних заданий***

Работа у доски состоит в выборочном разборе отдельных задач, аналогичных тем, что студенты получают в качестве домашних заданий. Решение задачи сопровождается обсуждением теории. За каждый модуль студент выходит к доске как минимум 4 раза. При этом самостоятельное решение задачи у доски оценивается в 1 балл.

Суммарно за аудиторную работу студент может получить по 4 балла за каждый из двух модулей дисциплины.

Каждое занятие студенты получают несколько задач на домашнюю работу. Выполнение не менее 50% домашних задач оценивается в 1 балл.

## **5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **Основная литература:**

1. [Бородин, Андрей Николаевич](#). Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : Учебное пособие / А. Н. Бородин .— 8-е изд., стер. — СПб. : Лань, 2011 .— 256 с. : ил., табл. — Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему издательства "Лань" .— ISBN 978-5-8114-0442-1 : 79.00 .— <URL:[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)>.
2. [Зубков, Андрей Михайлович](#). Сборник задач по теории вероятностей : учебник / А. М. Зубков, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков .— 3-е изд., стер. — СПб. : Лань, 2009 .— 320 с. [[84 экз. в библиотеке БашГУ](#)]
- [Зубков, Андрей Михайлович](#). Сборник задач по теории вероятностей [Электронный ресурс] : учебник / А. М. Зубков, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков .— 3-е изд., стереотип. — СПб. : Лань, 2009 .— 320 с. : ил. — Библиогр.: с.318 .— Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему издательства "Лань" .— ISBN 978-5-8114-0975-4 .— <URL:[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=154](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=154)>

#### **Дополнительная литература:**

3. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В. Е. Гмурман .— Изд. 12-е, перераб. — М. : Юрайт, 2010 .— 479 с. : ил. — Предм. указ. : с. 474-479 .— ISBN 978-5-9916-0616-5 [В библ. БашГУ имеется 95 экз.] ;
4. Гмурман, Владимир Ефимович. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие / В. Е. Гмурман .— Изд. 11-е, перераб. — М. : Юрайт, 2010 .— 404 с. : ил. — ISBN 978-5-9916-0700-1 [В библ. БашГУ имеется 120 экз.] .



## 5.2 2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронная библиотечная система. ЭБ БашГУ. — Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ. Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет. Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет. — <https://elib.bashedu.ru/>
2. Электронная библиотечная система .Университетская библиотека онлайн. Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий. Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет. Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет. - <https://biblioclub.ru/>
3. Электронная библиотечная система издательства .Лань. — Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий. Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет. Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет. — <https://e.lanbook.com/>
4. Электронный каталог Библиотеки БашГУ — Справочно-поисковый аппарат библиотеки. Включает в себя систему каталогов и картотек, справочно-библиографический фонд. — <http://www.bashlib.ru/catalogi/>
- 5.

## 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<p><b>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> аудитория № 501 (физмат корпус - учебное), аудитория № 531 (физмат корпус - учебное)</p> <p><b>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> аудитория № 520а (физико-математический корпус - учебное), № 521 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 522 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 524 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 525 (физико-математический корпус - учебное) № 412 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>3. учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> аудитория №</p>	<p><b>Аудитория № 501</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304</p> <p><b>Аудитория №531</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32.</p> <p><b>Аудитория №426</b> Учебная мебель, доска, персональные компьютеры LenovoThinkCentreA70zInt</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>3. Среда разработки Microsoft Visual Studio Community 2017 (Условия лицензии на программное обеспечение Microsoft Visual Studio Community 2017, свободное программное обеспечение).</p> <p>4. AcademicEdition Networked Volume Licenses RAD Studio XE3 Professional Concurrent AppWaveEnglish; договор №263 от 07.12.2012 г. Лицензии бессрочные.</p>

<p>520а (физико-математический корпус - учебное), № 521 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 522 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 524 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 525 (физико-математический корпус - учебное) № 412 (физико-математический корпус - учебное)</p>	<p>elPentiumE 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., шкаф TLKTWP-065442-G-GY</p>	
<p><b>Аудитория №520а</b> Учебная мебель, доска, монитор LG 19 L1942S SF 1280 x 1024,5ms,8000:1,black (3,4 кг,VGA,19"(48,3см)5mc, мониторы LG 19" L1942SBF 1280x1024,5ms,8000:1,black 10 шт., системный блок HPPavilionSlimlineS3500F AMDAthlon64 X2 5400+/2.8GHz,4Gb,500Gb 12шт.,доска аудитор. ДА36.</p>	<p><b>Аудитория № 521</b> Учебная мебель, доска, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000 персональные компьютеры в комплекте DEPO Neos 460MDi5 2300/4GDDR1333/T500G/DVD W – 12 шт., проектор Optoma EX542i.DLP3D.XGA(1024*768).2700 ANSI Lm.3000 1.Lamp5000+/-40 ver. шкаф TLKTWP-065442-G-GY, экран на штативе DraperDiplomat (1:1) 84/84* 213*213 MW, доска аудитор. ДА36.</p>	
<p><b>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитория № 520а (физико-математический корпус - учебное), № 521 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 522 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 524 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 525 (физико-математический корпус - учебное) № 412 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>5. помещения для самостоятельной работы:</b> аудитория № 426 (физико-математический корпус - учебное), читальный зал №2 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>6. помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования:</b> аудитория № 522 (физмат корпус - учебное)</p>	<p><b>Аудитория №522</b> Учебная мебель, доска, персональный компьютер LenovoThinkCentre A70z IntelPentium E 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., кондиционер LessarLS/LU-H24KB2.</p> <p><b>Аудитория № 524</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32.</p>	
	<p><b>Аудитория № 525</b></p>	

	<p>Учебная мебель, доска, персональные компьютеры в комплекте DEPONeos 460MDi5 2300/4GDDR1333/T500G/DVDW/ - 13 шт., доска аудитор. ДА32.</p> <p><b>Аудитория № 412</b></p> <p>1) Компьютеры в сборе DELL E2214Нб – 15 шт процессоры инв. 410134000001925, 28-38, 410134000001940-41 (15 шт) монитор инв. 410134000001924, . 410134000001929 - 38,40,41 (15 шт.)</p> <p>2) Столы компьютерные-15 шт. Инв №01101062100-01101062114</p> <p>3) Стулья ученические-22 шт.</p> <p>4) Доска ауд.-1шт, инв.2101067124</p> <p><b>Читальный зал №2</b></p> <p>Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	
--	--	--

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины *Теория вероятностей и математическая статистика*

на 5 семестр

(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3/108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	18
практических/ семинарских	18
лабораторных	
ФКР	1,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР) включая подготовку к экзамену/зачету	16,8
Учебных часов на подготовку к экзамену (Контроль)	54

Формы контроля:

экзамен 5 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР		
1	2	3	4	5	6	8	9
1.	<b>Случайные события.</b> Пространство элементарных событий. Классическое и геометрическое определения вероятности. Аксиоматическое определение вероятности.	2	2		2	Проработка лекционного материала, литературных источников.	Аудиторная работа; самостоятельная работа; контрольная работа
2.	<b>Независимость событий.</b> Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2	2		2	Проработка лекционного материала, литературных источников. Выполнение домашнего задания.	Аудиторная работа; самостоятельная работа; контрольная работа
3.	<b>Случайные величины.</b> Функция распределения, ее свойства. Дискретные и	2	2		2	Проработка лекционного материала, литературных	Аудиторная работа; самостоятельная работа; контрольная работа

	<p>непрерывные случайные величины. Свойства плотности распределения.</p> <p>Примеры распределений. Биномиальное, геометрическое и гипергеометрическое распределения. Распределения Пуассона, равномерное, экспоненциальное и нормальное.</p>					источников. Выполнение домашнего задания.	
4.	<p><b>Числовые характеристики случайных величин.</b> Функции от случайных величин.</p> <p>Математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции.</p> <p>Многомерные случайные величины. Условные законы распределения. Независимость случайных величин.</p>	4	4		2	Проработка лекционного материала, литературных источников. Выполнение домашнего задания.	Аудиторная работа; самостоятельная работа; контрольная работа
5.	<p><b>Основы статистического описания.</b> Генеральная и выборочная совокупности,</p>	2	2		2,8		Аудиторная работа; самостоятельная работа; контрольная работа

	<p>их объемы. Методы сбора статистических данных. Вариационный ряд. Частоты и относительные частоты вариант. Статистические распределения дискретного и непрерывного случайного признака генеральной совокупности. Эмпирическая функция распределения и ее свойства, связь с теоретической функцией распределения генерального признака. Гистограмма и полигон частот. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей: средние, дисперсии, средние квадратичные отклонения.</p>						
б.	<p><b>Статистические оценки параметров распределения.</b> Статистика и требования к статистике: несмещенность, эффективность, состоятельность. Точечные оценки. Метод максимального правдоподобия для дискретных и непрерывных случайных признаков.</p>	2	2		2		<p>Аудиторная работа; самостоятельная работа; контрольная работа;</p>

7.	<b>Интервальные оценки.</b> Надежность. Доверительные интервалы и области. Интервальные оценки параметров нормального и биномиального распределений.	2	2		2		Аудиторная работа; самостоятельная работа; контрольная работа;
8.	<b>Статистическая проверка гипотез.</b> Общие понятия о статистической гипотезе и ее проверке. Простые и сложные гипотезы. Конкурирующая гипотеза. Статистический критерий. Критерий Пирсона «хи-квадрат».	2	2		2		Аудиторная работа; самостоятельная работа; контрольная работа;
	<b>Всего часов:</b>	18	18		16,8		



