

Составитель: к. ф.-м. н., доцент Шарипов Руслан Абдулович.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры Высшей алгебры и геометрии,
протокол № 7 от « 12 » января 2022 г.

Заведующий кафедрой



/ Хабибуллин Б. Н. /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5, 12
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	5
4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.	5
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.	7, 23, 24
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	10
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.	10
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы	11
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.	11
1. Приложение 1	12
2. Приложение 2	19
3. Приложение 3	20
4. Приложение 4	21
5. Приложение 5: РПД заочного отделения	22

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций.

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 – Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности.	ОПК-1.1. Знание понятий.	<u>Знать</u> : понятие линейного уравнения и системы линейных уравнений, метод Гаусса и метод Крамера для их решения; понятие матрицы и матричные операции; понятие определителя и обратной матрицы; понятие линейного векторного пространства и его подпространств; понятие базисов и их замен; понятие множеств и их отображений; понятие линейных отображений и их матриц; понятие линейных операторов и их матриц; понятие собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, жордановых форм матрицы линейного оператора; понятие ковекторов, понятие билинейных и квадратичных форм и их сигнатур; понятие многомерного евклидова пространства как основы для различных методов получения, хранения, переработки информации.
	ОПК-1.2. Способность оперировать понятиями.	<u>Уметь</u> : складывать и умножать матрицы, приводить матрицы к Гауссовскому ступенчатому виду; вычислять определители матриц и находить обратные матрицы; отличать линейные векторные пространства и их подпространства от других множеств; выполнять замены базисов; строить отображения множеств; вычислять матрицы линейных отображений и линейных операторов; находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов; приводить матрицы линейных операторов к жордановой форме; вычислять скалярное произведение векторов с ковекторами; находить сигнатуры билинейных и квадратичных форм; находить длины векторов и углы между ними в многомерных евклидовых пространствах для понимания и в последующем практического осуществления различных методов получения, хранения, переработки информации.
	ОПК-1.3. Умение решать задачи.	<u>Владеть</u> : способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Высшая алгебра» относится к обязательной части.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1 семестре.

Цели изучения дисциплины: овладение математическим аппаратом, используемым в дисциплинах специализации.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные на предыдущем уровне образования и проверенные при поступлении в университет, а также компетенции, сформированные в дисциплине «Аналитическая геометрия».

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

ОПК-1 – Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
ОПК-1.1. Знание понятий.	Знать: понятие линейного уравнения и системы линейных уравнений, метод Гаусса и метод Крамера для их решения; понятие матрицы и матричные операции; понятие определителя и обратной матрицы; понятие линейного векторного пространства и его подпространств; понятие базисов и их замен; понятие	Практически не знает	Имеет значительные пробелы в знаниях	Знает почти всё	Знает всё

нятий.	множеств и их отображений; понятие линейных отображений и их матриц; понятие линейных операторов и их матриц; понятие собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, жордановых форм матрицы линейного оператора; понятие ковекторов, понятие билинейных и квадратичных форм и их сигнатур; понятие многомерного евклидова пространства как основы для различных методов получения, хранения, переработки информации.				
ОПК-1.2. Умение оперировать понятиями	<u>Уметь</u> : складывать и умножать матрицы, приводить матрицы к Гауссовскому ступенчатому виду; вычислять определители матриц и находить обратные матрицы; отличать линейные векторные пространства и их подпространства от других множеств; выполнять замены базисов; строить отображения множеств; вычислять матрицы линейных отображений и линейных операторов; находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов; приводить матрицы линейных операторов к жордановой форме; вычислять скалярное произведение векторов с координатами; находить сигнатуры билинейных и квадратичных форм; находить длины векторов и углы между ними в многомерных евклидовых пространствах для понимания и в последующем практического осуществления различных методов получения, хранения, переработки информации.	Практически не умеет	Не умеет по значительной части материала дисциплины	Умеет почти всё	Умеет всё
ОПК-1.3. Умение решать задачи.	<u>Владеть</u> : способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.	Практически не владеет	Не владеет по значительной части материала дисциплины	По существу владеет	Владеет

Форма итогового контроля по дисциплине – экзамен

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины.

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;
от 60 до 79 баллов – «хорошо»;
от 80 баллов – «отлично».

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства
ОПК-1.1. Знание понятий.	<p><u>Знать</u>: понятие линейного уравнения и системы линейных уравнений, метод Гаусса и метод Крамера для их решения; понятие матрицы и матричные операции; понятие определителя и обратной матрицы; понятие линейного векторного пространства и его подпространств; понятие базисов и их замен; понятие множеств и их отображений; понятие линейных отображений и их матриц; понятие линейных операторов и их матриц; понятие собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, жордановых форм матрицы линейного оператора; понятие ковекторов, понятие билинейных и квадратичных форм и их сигнатур; понятие многомерного евклидова пространства как основы для различных методов получения, хранения, переработки информации.</p>	<p>Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.</p>

ОПК-1.2. Умение оперировать понятиями	<p><u>Уметь</u>: складывать и умножать матрицы, приводить матрицы к Гауссовскому ступенчатому виду; вычислять определители матриц и находить обратные матрицы; отличать линейные векторные пространства и их подпространства от других множеств; выполнять замены базисов; строить отображения множеств; вычислять матрицы линейных отображений и линейных операторов; находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов; приводить матрицы линейных операторов к жордановой форме; вычислять скалярное произведение векторов с координатами; находить сигнатуры билинейных и квадратичных форм; находить длины векторов и углы между ними в многомерных евклидовых пространствах для понимания и в последующем практического осуществления различных методов получения, хранения, переработки информации.</p>	Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.
ОПК-1.3. Умение решать задачи.	<p><u>Владеть</u>: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.</p>	Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.

Вопросы для проведения экзамена

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса для их решения.
2. Системы линейных уравнений. Метод Крамера для их решения.
3. Определители квадратных матриц произвольного размера. Свойства определителей.
4. Умножение матриц. Понятие об обратной матрице и способы ее вычисления.
5. Линейные векторные пространства \mathbb{R}^n .
6. Базисы. Координаты векторов.
8. Множества и отображения.
9. Линейные отображения.
10. Матрица линейного отображения.
11. Линейные операторы.
12. Матрица линейного оператора.
13. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.

14. Жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора.
15. Векторы и ко векторы.
16. Билинейные и квадратичные формы. Формула восстановления. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
17. Положительно определенные квадратичные формы и евклидовы пространства.

Экзаменационные билеты

Экзаменационные билеты состоят из 2 вопросов, первый вопрос берётся из первой половины списка вопросов к экзамену (1-8), второй вопрос — из второй половины списка (9-17). Исчерпывающий и верный ответ на каждый вопрос оценивается в 15 баллов.

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** если студент продемонстрировал владение более 80% учебного материала по дисциплине.
- **17-24 баллов** если студент продемонстрировал владение от 60% до более 79% учебного материала по дисциплине.
- **10-16 баллов** если студент продемонстрировал владение от 45% до более 59% учебного материала по дисциплине.
- **1-10 баллов** если студент продемонстрировал владение менее 45% учебного материала по дисциплине.

Образец экзаменационных билетов представлен в приложении 4

Задачи для рубежного контроля.

Дисциплина разбита на два модуля. По каждому модулю имеется свой список задач для самостоятельного решения. По первому модулю 34 задачи, по второму модулю 19 задач. Задачи доставляются студенту в режиме онлайн через университетский сервер WebWork

<http://webwork-okko.bashedu.ru/webwork2/>

За рубежный контроль студент может получить до 30 баллов, по 15 баллов за каждый модуль. Примеры задач для рубежного контроля по двум модулям представлены в приложении 3.

Работа в аудитории и у доски.

Работа у доски состоит в выборочном разборе отдельных задач, аналогичных тем, что студенты получают в режиме онлайн через университетский сервер WebWork. Решение задачи сопровождается обсуждением теории. За каждый модуль студент выходит к доске как минимум 1 раз. При этом знание теории оценивается в 5 баллов, решение задач в 10 баллов, реплики с места, дополнения, пояснения в 5 баллов. Суммарно по 20 баллов за каждый из двух модулей.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Шарипов Р. А. Курс линейной алгебры и многомерной геометрии. Учебное пособие. // РИЦ БашГУ, Уфа, 1996, С. 146. ISBN 978-5-7477-0099-5 [Электронный ресурс] — Электронная версия печ. публикации .— <URL: https://elib.bashedu.ru/dl/local/Sharipov_Kurs_linejnoj_algebry_up_1996.pdf>.
2. Гайдамак О. Г., Силова Е. В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Учебное пособие. // РИЦ БашГУ, Уфа, 2012, С. 96. [Электронный ресурс] — Электрон. версия печ. публикации .—<URL: https://elib.bashedu.ru/dl/read/GaidamakSilovaAnalit.Geometriy_i_LineinayAlgebraUPos.2012.pdf/info>.

Дополнительная литература:

3. Ахметвалиева Э. Н., Ахтямов А. М. Математика. Ч. 1: Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. // РИЦ БашГУ, Уфа, 2010 — Электрон. версия печ. публикации. — <URL: <https://elib.bashedu.ru/dl/read/AhmetvalievaAhtymovaMatematika1Uch.pos.2010.pdf>>.
4. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебник для физ.-мат. спец. вузов / П. С. Александров . — СПб. : Лань, 2009 .— 512 с. : ил. — ISBN 978-5-8114-0908-2 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=493>.
5. Шарипов, Р.А. Классическая электродинамика и теория относительности: учебное пособие // // РИЦ БашГУ, Уфа, 1997, С. 145. ISBN 5-7477-0180-0 [Электронный ресурс] — Электронная версия печ. публикации .— <URL: https://elib.bashedu.ru/dl/local/Sharipov_Klassicheskaya_elektrodinamika_i_teoriya_otnosit_up_1997.pdf>

**5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины**

6. Университетский сервер WebWork на сайте БашГУ: <http://webwork-okko.bashedu.ru/webwork2/>.
7. Шарипов Р. А. Эл. курс «Вышка ФТИ (ИТСС, ЭНЭ, НМ)» в системе дистанционного обучения БашГУ: <URL: <http://sdo.bashedu.ru/course/view.php?id=3170>>.
8. Шарипов Р. А. Курс линейной алгебры и многомерной геометрии. Онлайн учебник: <URL: <http://freetextbooks.narod.ru/r4-b2.htm>>.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Аудитория 01, 02, 301 или иная аудитория по расписанию занятий	<i>Лекции</i>	Доска
Аудитория 322, 318, 216 или иная аудитория по расписанию занятий	<i>Практические занятия</i>	Доска
Библиотека, читальные залы	<i>Самостоятельная работа</i>	Интернет, университетский сервер WebWork

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Высшая алгебра на 1 семестр

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	37,2
лекций	18
практических/ семинарских	18
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	70,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36

Форма контроля:

экзамен 1 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР /СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Модуль 1								
1.	Системы линейных уравнений СЛУ. Матричное представление линейных уравнений. Основная и расширенная матрица СЛУ. Элементарные преобразования систем линейных уравнений и элементарные преобразования их матриц. Метод Гаусса для решения СЛУ. Приведение матрицы системы линейных уравнений к гауссовскому ступенчатому виду. Зависимые и независимые переменные. Совместность систем линейных уравнений - понятие о ранге матрицы и теорема Кронекера-Капелли. Метод Крамера для решения систем линейных уравнений. Понятие определителя квадратной матрицы. Определители матриц размера 2×2 и 3×3 . Вычисление определителей методом разложения по строке. Миноры и алгебраические дополнения. Свойства определителей произвольного размера. Вычисление определителей при помощи элементарных преобразований строк и столбцов в матрице. Определители треугольных	2	2	0	8		4, первое задание онлайн по WebWork, задачи 1-8 из числа задач для рубежного контроля	

	и диагональных матриц. Алгебраические операции с матрицами. Сложение матриц, умножение матриц на число и умножение двух матриц. Запись матричного умножения в компонентах. Нулевая матрица и единичная матрица. Понятие обратной матрицы для квадратных матриц. Определитель произведения двух квадратных матриц. Невырожденность и обратимость квадратных матриц.							
2.	Матричное решение уравнения $i^2 = -1$. Комплексные числа. Вещественная и мнимая части комплексного числа. Сложение и вычитание комплексных чисел. Умножение и деление комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корней. Комплексный логарифм и комплексная экспонента. Линейное векторное пространство (ЛВП). Определение и примеры ЛВП. Аксиомы ЛВП и простейшие следствия из них. Понятие подпространства. Линейная зависимость и независимость систем векторов в ЛВП. Свойства линейной зависимости. Теорема Штейница. Системы векторов и их линейные оболочки. Порождающие системы векторов. Свойства минимальности и линейной независимости порождающих систем. Базисы и размерность ЛВП. Свойства размерности. Теорема о дополнении базиса. Базисы и координатное представление векторов, верхние и нижние индексы. Замена базисов в ЛВП. Матрицы перехода. Связь матриц прямого и	2	2	0	8	1-3,6	4, первое задание онлайн по WebWork, задачи 9-16 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	обратного переходов. Преобразование координат вектора при замене базисов.							
3.	<p>Отображения. Область определения и область значений отображения. Образы и полные прообразы отдельных элементов и подмножеств. Множество значений отображения. Сюръективность, инъективность и биективность отображений. Композиция отображений. Тожественное отображение. Понятие об обратном отображении. Сужение и продолжение отображений. Линейные отображения. Ядро и образ линейного отображения. Критерии инъективности и сюръективности линейных отображений к терминам ядра и образа. Линейность отображения, обратного линейному и биективному отображению. Теорема о линейной независимости прообразов линейно независимых векторов. Изоморфизм линейных векторных пространств. Теорема о совпадении размерностей изоморфных пространств. Базисы и изоморфизм общих линейных векторных пространств пространствам \mathbb{K}^n, где \mathbb{K} — поле.</p>	2	2	0	8	1-3,6	4, первое задание онлайн по WebWork, задачи 17-24 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
4	<p>Матрица линейного отображения. Матрица составного отображения (композиции). Изменение матрицы линейного отображения при замене базисов в области определения и в области значений. Задача о приведении матрицы линейного отображения к почти диагональному виду. Теорема о сумме размерностей ядра и образа линейного отображения. Вычисление ядра и образа линейного отображения. Нахождение пары базисов, диагонализующих матрицу</p>	2	2	0	8	1-3,6	4, первое задание онлайн по WebWork, задачи 25-34 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	линейного отображения.							
Модуль 2								
5	<p>Линейные операторы. Инъективность, сюръективность и биективность в случае линейных операторов. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса. Детерминант линейного оператора. Невырожденность и биективность. Алгебраические операции с линейными операторами и их свойства. Коммутатор и антикоммутатор линейных операторов. Инвариантные подпространства линейного оператора. Суммы и пересечения инвариантных подпространств. Одномерные инвариантные подпространства и собственные векторы. Собственные числа и характеристическое уравнение линейного оператора. Корни характеристического уравнения (характеристические числа). Простые и кратные характеристические числа. Задача о приведении матрицы линейного оператора к каноническому виду. Диагонализируемые операторы. Собственные подпространства. Теорема о сумме собственных подпространств, отвечающих различным собственным числам.</p>	2	2	0	8	1-3,6	4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 1-4 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
6	<p>Кратные собственные числа и корневые подпространства линейного оператора. Две теоремы о сумме корневых подпространств, отвечающих различным собственным числам. Особенности вещественного и комплексного случаев. Цепочки векторов в корневых подпространствах. Начальный и крайний векторы цепочки. Теорема о линейной</p>	2	2	0	8	1-3,6	4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 5-8 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	<p>независимости цепочек с линейно независимыми крайними векторами и теорема о базисе из цепочек в корневом подпространстве линейного оператора. Жорданов блок, жорданов базис и жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора. Теорема Гамильтона-Кэли. Линейные функционалы. Алгебраические операции с функционалами и сопряженное пространство. Координатные функционалы и сопряженный базис. Вычисление размерности сопряженного пространства. Ковекторная запись линейных функционалов и скалярное произведение вектора с ковектором. Преобразование координат ковектора при смене базиса. Ортогональные дополнения подпространств в сопряженном пространстве и их размерности. Свойства ортогональных дополнений. Сопряженное отображение.</p>							
7	<p>Билинейные и квадратичные формы. Симметричные билинейные формы. Восстановление симметричной билинейной формы по соответствующей ей квадратичной форме. Компоненты билинейных и квадратичных форм в базисе. Преобразование компонент квадратичной формы при замене базиса. Ядро квадратичной формы и ортогональные дополнения относительно квадратичных форм. Приведение матрицы квадратичной формы к диагональному виду. Нулевой индекс инерции и его связь с размерностью ядра. Сигнатура квадратичной формы (особенности комплексного и вещественного случаев). Положительный и отрицательный индексы инерции в</p>	2	2	0	8	1-3,6	4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 9-12 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	вещественном случае. Теорема об инвариантности положительных и отрицательного индексов инерции. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности.							
8	Положительные квадратичные формы в роли скалярного произведения. Евклидовы пространства. Неравенство треугольника и неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Понятие длины вектора и угла между векторами. Матрица Грама и ее детерминант.	2	2	0	8	1-3,6	4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 13-16 из числа задач для рубежного контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
9	Теорема о дополнении ортонормированного базиса из подпространства до ортонормированного базиса во всем пространстве. Квадратичные формы в евклидовом пространстве. Ограниченность квадратичных форм в конечномерных евклидовых пространствах и их нормы. Экстремальные векторы и диагонализация квадратичной формы в ортонормированном базисе. Диагонализация пары форм, одна из которых положительно определена.	2	2	0	6,8		4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 17-19 из числа задач для рубежного контроля	
	Всего часов:	18	18	0	70,8			

Рейтинг-план дисциплины Высшая алгебра

Направление подготовки: 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Курс первый, семестр первый (осенний)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий в модуле	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1				
Текущий контроль				
7. Работа у доски и в аудитории			0	20
Рубежный контроль				
1. Решение 34 задач онлайн из первого задания WebWork	15	1	0	15
Модуль 2				
Текущий контроль				
1. Работа у доски и в аудитории			0	20
Рубежный контроль				
1. Решение 19 задач онлайн из второго задания WebWork	15	1	0	15
Поощрительные баллы				
Согласно положению о модульно рейтинговой системе			0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение семинарских занятий			0	-10
Итоговый контроль				
1. Экзамен	15	2	0	30

Образцы задач для рубежного контроля

Из первого задания по WebWork

Задача 1.10. Матрица A размера 4×4 со строками v_1, v_2, v_3 и v_4 имеет определитель $\det A = 5$. Найдите определитель матрицы $\det \begin{bmatrix} 4v_1 + 2v_3 \\ v_2 \\ 7v_1 + 5v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}$.

Задача 1.11. Пусть $\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = 5$. Найдите следующие определители:

$$\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 8g & 8h & 8i \end{bmatrix}, \quad \det \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5d & 5e & 5f \\ g & h & i \end{bmatrix}, \quad \det \begin{bmatrix} a & b & c \\ g & h & i \\ d & e & f \end{bmatrix}.$$

Задача 1.12. Используйте определители, чтобы установить, является ли следующая матрица вырожденной:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Из второго задания по WebWork

Задача 2.3. Пусть $A = \begin{bmatrix} -6 & -5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$. Определим линейное отображение $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ как $T(x) = Ax$. Найдите образы векторов $u = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$ и $v = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ при отображении T .

Задача 2.4. Пусть $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ и $b = \begin{bmatrix} 15 \\ 18 \end{bmatrix}$. Определим линейное преобразование $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ как $T(x) = Ax$. Найдите вектор x , чей образ при T равен b . Единствен ли такой вектор x ?

Задача 2.5. Пусть S — линейное отображение из \mathbb{R}^2 в \mathbb{R}^2 с соответствующей ему матрицей $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Пусть T — линейное отображение из \mathbb{R}^2 в \mathbb{R}^2 с соответствующей ему матрицей $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$. Найдите матрицу C композиции отображений $T \circ S$.

Образец экзаменационных билетов

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ

экзаменационный билет № номер скрыт
по дисциплине «Высшая алгебра» (20__ - __ уч. год)

1. Системы линейных уравнений. Метод Крамера для их решения.
2. Векторы и ковекторы.

Преподаватель _____ / Шарипов Р. А. /



Зав. кафедрой _____ / Хабибуллин Б. Н. /

РПД заочного отделения
приложение к РПД очного отделения

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Утверждено: на заседании кафедры
протокол от « 12 » января 2022 г.
№ 7
Зав. кафедрой  /Хабибуллин Б.Н. Согласовано:
Председатель УМК факультета /института
 /Балапанов М.Х.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина Высшая алгебра
(наименование дисциплины)

Обязательная часть

(обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)

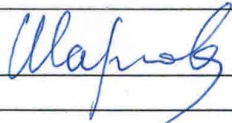
11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи
(указывается код и наименование направления подготовки (специальности))

Направленность (профиль) подготовки

Оптические системы и сети связи
(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр
(указывается квалификация)

Разработчик (составитель) Доцент кафедры ВАиГ, к.ф.-м.н.	 /Шарипов Р.А.
---	--

Для приёма: 2022 г.

Уфа 2022 г.

Составитель: к. ф.-м. н., доцент Шарипов Руслан Абдулович.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры Высшей алгебры и геометрии,
протокол № 7 от « 12 » января 2022 г.

Заведующий кафедрой



/ Хабибуллин Б. Н. /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5, 12
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	5
4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.	5
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.	7, 21, 20
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	10, 19
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.	10
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы	10
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.	11
7. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций	11
1. Приложение 1	12
2. Приложение 2	19
3. Приложение 3	20
4. Приложение 4	21

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций.

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 – Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности.	ОПК-1.1. Знание понятий.	<u>Знать</u> : понятие линейного уравнения и системы линейных уравнений, метод Гаусса и метод Крамера для их решения; понятие матрицы и матричные операции; понятие определителя и обратной матрицы; понятие линейного векторного пространства и его подпространств; понятие базисов и их замен; понятие множеств и их отображений; понятие линейных отображений и их матриц; понятие линейных операторов и их матриц; понятие собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, жордановых форм матрицы линейного оператора; понятие ковекторов, понятие билинейных и квадратичных форм и их сигнатур; понятие многомерного евклидова пространства как основы для различных методов получения, хранения, переработки информации.
	ОПК-1.2. Способность оперировать понятиями.	<u>Уметь</u> : складывать и умножать матрицы, приводить матрицы к Гауссовскому ступенчатому виду; вычислять определители матриц и находить обратные матрицы; отличать линейные векторные пространства и их подпространства от других множеств; выполнять замены базисов; строить отображения множеств; вычислять матрицы линейных отображений и линейных операторов; находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов; приводить матрицы линейных операторов к жордановой форме; вычислять скалярное произведение векторов с ковекторами; находить сигнатуры билинейных и квадратичных форм; находить длины векторов и углы между ними в многомерных евклидовых пространствах для понимания и в последующем практического осуществления различных методов получения, хранения, переработки информации.
	ОПК-1.3. Умение решать задачи.	<u>Владеть</u> : способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Высшая алгебра» относится к обязательной части.

Дисциплина изучается на 2 курсе во 2 семестре.

Цель изучения дисциплины: овладение математическим аппаратом, используемым в дисциплинах специализации.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные на предыдущем уровне образования и проверенные при поступлении в университет, а также компетенции, сформированные в дисциплине «Аналитическая геометрия».

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

ОПК-1 – Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
ОПК-1.1. Знание понятий.	Знать: понятие линейного уравнения и системы линейных уравнений, метод Гаусса и метод Крамера для их решения; понятие матрицы и матричные операции; понятие определителя и обратной матрицы; понятие линейного векторного пространства и его подпространств; понятие базисов и их замен; понятие множеств и их отображений;	Практически не знает	Имеет значительные пробелы в знаниях	Знает почти всё	Знает всё

	понятие линейных отображений и их матриц; понятие линейных операторов и их матриц; понятие собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, жордановых форм матрицы линейного оператора; понятие ковекторов, понятие билинейных и квадратичных форм и их сигнатур; понятие многомерного евклидова пространства как основы для различных методов получения, хранения, переработки информации.				
ОПК-1.2. Умение оперировать понятиями	<u>Уметь</u> : складывать и умножать матрицы, приводить матрицы к Гауссовскому ступенчатому виду; вычислять определители матриц и находить обратные матрицы; отличать линейные векторные пространства и их подпространства от других множеств; выполнять замены базисов; строить отображения множеств; вычислять матрицы линейных отображений и линейных операторов; находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов; приводить матрицы линейных операторов к жордановой форме; вычислять скалярное произведение векторов с ковекторами; находить сигнатуры билинейных и квадратичных форм; находить длины векторов и углы между ними в многомерных евклидовых пространствах для понимания и в последующем практического осуществления различных методов получения, хранения, переработки информации.	Практически не умеет	Не умеет по значительной части материала дисциплины	Умеет почти всё	Умеет всё
ОПК-1.3. Умение решать задачи.	<u>Владеть</u> : способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.	Практически не владеет	Не владеет по значительной части материала дисциплины	По существу владеет	Владеет

Форма итогового контроля по дисциплине – экзамен

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины.
от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;
от 80 баллов – «отлично».

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине..

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства
ОПК-1.1. Знание понятий.	<p><u>Знать</u>: понятие линейного уравнения и системы линейных уравнений, метод Гаусса и метод Крамера для их решения; понятие матрицы и матричные операции; понятие определителя и обратной матрицы; понятие линейного векторного пространства и его подпространств; понятие базисов и их замен; понятие множеств и их отображений; понятие линейных отображений и их матриц; понятие линейных операторов и их матриц; понятие собственных чисел и собственных векторов линейного оператора, жордановых форм матрицы линейного оператора; понятие ковекторов, понятие билинейных и квадратичных форм и их сигнатур; понятие многомерного евклидова пространства как основы для различных методов получения, хранения, переработки информации.</p>	<p>Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.</p>
ОПК-1.2. Умение оперировать понятиями	<p><u>Уметь</u>: складывать и умножать матрицы, приводить матрицы к Гауссовскому ступенчатому виду; вычислять определители матриц и находить обратные матрицы; отличать линейные векторные пространства и их подпространства от других множеств; выполнять замены базисов; строить отображения множеств; вычислять матрицы линейных отображений и линейных операторов; находить собственные числа и собственные векторы линейных операторов; приводить матрицы линейных операторов к жордановой форме; вычислять скалярное произведение векторов с ковекторами; находить сигнатуры билинейных и квадратичных форм; находить длины векторов и углы между ними в многомерных евклидовых пространствах для понимания и в последующем практического осуществления различных методов получения, хранения, переработки информации.</p>	<p>Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.</p>

ОПК-1.3. Умение решать задачи.	<u>Владеть</u> : способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач.	Задачи для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, работа в аудитории и у доски.
--------------------------------	---	--

Вопросы для проведения экзамена

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса для их решения.
2. Системы линейных уравнений. Метод Крамера для их решения.
3. Определители квадратных матриц произвольного размера. Свойства определителей.
4. Умножение матриц. Понятие об обратной матрице и способы ее вычисления.
5. Линейные векторные пространства \mathbb{R}^n .
6. Базисы. Координаты векторов.
8. Множества и отображения.
9. Линейные отображения.
10. Матрица линейного отображения.
11. Линейные операторы.
12. Матрица линейного оператора.
13. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.
14. Жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора.
15. Векторы и ковекторы.
16. Билинейные и квадратичные формы. Формула восстановления. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
17. Положительно определенные квадратичные формы и евклидовы пространства.

Экзаменационные билеты

Экзаменационные билеты состоят из 2 вопросов, первый вопрос берётся из первой половины списка вопросов к экзамену (1-8), второй вопрос — из второй половины списка (9-17). Исчерпывающий и верный ответ на каждый вопрос оценивается в 15 баллов.

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** если студент продемонстрировал владение более 80% учебного материала по дисциплине.
- **17-24 баллов** если студент продемонстрировал владение от 60% до более 79% учебного материала по дисциплине.
- **10-16 баллов** если студент продемонстрировал владение от 45% до более 59% учебного материала по дисциплине.
- **1-10 баллов** если студент продемонстрировал владение менее 45% учебного материала по дисциплине.

Образец экзаменационных билетов представлен в приложении 4

Задачи для текущего контроля.

Дисциплина разбита на два модуля. По каждому модулю имеется свой список задач для самостоятельного решения. По первому модулю 34 задачи, по второму модулю 19 задач. Задачи доставляются студенту в режиме онлайн через университетский сервер WebWork

<http://webwork-okko.bashedu.ru/webwork2/>

За рубежный контроль студент может получить до 30 баллов, по 15 баллов за каждый модуль. Примеры задач для текущего контроля по двум модулям представлены в приложении 3.

Работа в аудитории и у доски.

Работа у доски состоит в выборочном разборе отдельных задач, аналогичных тем, что студенты получают в режиме онлайн через университетский сервер WebWork. Решение задачи сопровождается обсуждением теории. За время двух сессий студент выходит к доске как минимум 2 раза. При этом знание теории оценивается в 5 баллов, решение задач в 10 баллов, реплики с места, дополнения, пояснения в 5 баллов. Суммарно по 20 баллов за каждый из двух модулей.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Шарипов Р. А. Курс линейной алгебры и многомерной геометрии. Учебное пособие. // РИЦ БашГУ, Уфа, 1996, С. 146. ISBN 978-5-7477-0099-5 [Электронный ресурс] — Электронная версия печ. публикации .— <URL: https://elib.bashedu.ru/dl/local/Sharipov_Kurs_linejnoj_algebry_up_1996.pdf>.
2. Гайдамак О. Г., Силова Е. В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Учебное пособие. // РИЦ БашГУ, Уфа, 2012, С. 96. [Электронный ресурс] — Электрон. версия печ. публикации .—<URL: https://elib.bashedu.ru/dl/read/GaidamakSilovaAnalit.Geometriy_i_LineinayAlgebraUPos.2012.pdf/info>.

Дополнительная литература:

3. Ахметвалиева Э. Н., Ахтямов А. М. Математика. Ч. 1: Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. // РИЦ БашГУ, Уфа, 2010 — Электрон. версия печ. публикации. — <URL: <https://elib.bashedu.ru/dl/read/AhmetvalievaAhtymovaMatematika1Uch.pos.2010.pdf>>.
- 3.1. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебник для физ.-мат. спец. вузов / П. С. Александров . — СПб. : Лань, 2009 .— 512 с. : ил. — ISBN 978-5-8114-0908-2 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=493>.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

4. Университетский сервер WebWork на сайте БашГУ: <http://webwork-okko.bashedu.ru/webwork2/>.
5. Шарипов Р. А. Курс линейной алгебры и многомерной геометрии. Онлайн учебник: <URL: <http://freetextbooks.narod.ru/r4-b2.htm>>.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Аудитория 01, 02, 301 или иная аудитория по расписанию занятий	<i>Лекции</i>	Доска
Аудитория 322, 318, 216 или иная аудитория по расписанию занятий	<i>Практические занятия</i>	Доска
Библиотека, читальные залы	<i>Самостоятельная работа</i>	Интернет, университетский сервер WebWork

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Высшая алгебра на 1 и 2 семестры

заочная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	18,2
лекций	8
практических/ семинарских	8
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	2,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС)	116,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	9

Форма контроля:

зачёт 1 курс сессия 2 и сессия 3

экзамен 1 курс сессия 3

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР /СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Модуль 1 семестр 1								
1.	Системы линейных уравнений СЛУ. Матричное представление линейных уравнений. Основная и расширенная матрица СЛУ. Элементарные преобразования систем линейных уравнений и элементарные преобразования их матриц. Метод Гаусса для решения СЛУ. Приведение матрицы системы линейных уравнений к гауссовскому ступенчатому виду. Зависимые и независимые переменные. Совместность систем линейных уравнений - понятие о ранге матрицы и теорема Кронекера-Капелли. Метод Крамера для решения систем линейных уравнений. Понятие определителя квадратной матрицы. Определители матриц размера 2×2 и 3×3 . Вычисление определителей методом разложения по строке. Миноры и алгебраические дополнения. Свойства определителей произвольного размера. Вычисление определителей при помощи элементарных преобразований строк и столбцов в матрице. Определители треугольных	0	0	0	13		4, первое задание онлайн по WebWork, задачи 1-8 из числа задач для текущего контроля	

	и диагональных матриц. Алгебраические операции с матрицами. Сложение матриц, умножение матриц на число и умножение двух матриц. Запись матричного умножения в компонентах. Нулевая матрица и единичная матрица. Понятие обратной матрицы для квадратных матриц. Определитель произведения двух квадратных матриц. Невырожденность и обратимость квадратных матриц.							
2.	Матричное решение уравнения $i^2 = -1$. Комплексные числа. Вещественная и мнимая части комплексного числа. Сложение и вычитание комплексных чисел. Умножение и деление комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корней. Комплексный логарифм и комплексная экспонента. Линейное векторное пространство (ЛВП). Определение и примеры ЛВП. Аксиомы ЛВП и простейшие следствия из них. Понятие подпространства. Линейная зависимость и независимость систем векторов в ЛВП. Свойства линейной зависимости. Теорема Штейница. Системы векторов и их линейные оболочки. Порождающие системы векторов. Свойства минимальности и линейной независимости порождающих систем. Базисы и размерность ЛВП. Свойства размерности. Теорема о дополнении базиса. Базисы и координатное представление векторов, верхние и нижние индексы. Замена базисов в ЛВП. Матрицы перехода. Связь матриц прямого и	0	0	0	13	1-3,5	4, первое задание онлайн по WebWork, задачи 9-16 из числа задач для текущего контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	обратного переходов. Преобразование координат вектора при замене базисов.							
3.	<p>Отображения. Область определения и область значений отображения. Образы и полные прообразы отдельных элементов и подмножеств. Множество значений отображения. Сюръективность, инъективность и биективность отображений. Композиция отображений. Тожественное отображение. Понятие об обратном отображении. Сужение и продолжение отображений. Линейные отображения. Ядро и образ линейного отображения. Критерии инъективности и сюръективности линейных отображений к терминах ядра и образа. Линейность отображения, обратного линейному и биективному отображению. Теорема о линейной независимости прообразов линейно независимых векторов. Изоморфизм линейных векторных пространств. Теорема о совпадении размерностей изоморфных пространств. Базисы и изоморфизм общих линейных векторных пространств пространствам \mathbb{K}^n, где \mathbb{K} — поле.</p>	0	0	0	13	1-3,5	4, первое задание онлайн по WebWork, задачи 17-24 из числа задач для текущего контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
4	<p>Матрица линейного отображения. Матрица составного отображения (композиции). Изменение матрицы линейного отображения при замене базисов в области определения и в области значений. Задача о приведении матрицы линейного отображения к почти диагональному виду. Теорема о сумме размерностей ядра и образа линейного отображения. Вычисление ядра и образа линейного отображения. Нахождение пары базисов, диагонализующих матрицу</p>	0	0	0	13	1-3,5	4, первое задание онлайн по WebWork, задачи 25-34 из числа задач для текущего контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	линейного отображения.							
	Обзорные лекции по материалу первого модуля и выборочный разбор задач из онлайн заданий на семинарских занятиях	4	4	0	0			Оценка работы в аудитории и у доски
Модуль 2 семестр 2								
5	<p>Линейные операторы. Инъективность, сюръективность и биективность в случае линейных операторов. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса. Детерминант линейного оператора. Невырожденность и биективность. Алгебраические операции с линейными операторами и их свойства. Коммутатор и антикоммутатор линейных операторов. Инвариантные подпространства линейного оператора. Суммы и пересечения инвариантных подпространств. Одномерные инвариантные подпространства и собственные векторы. Собственные числа и характеристическое уравнение линейного оператора. Корни характеристического уравнения (характеристические числа). Простые и кратные характеристические числа. Задача о приведении матрицы линейного оператора к каноническому виду. Диагонализируемые операторы. Собственные подпространства. Теорема о сумме собственных подпространств, отвечающих различным собственным числам.</p>	0	0	0	13	1-3,5	4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 1-4 из числа задач для текущего контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
6	<p>Кратные собственные числа и корневые подпространства линейного оператора. Две теоремы о сумме корневых подпространств, отвечающих различным собственным числам. Особенности вещественного и комплексного</p>	0	0	0	13	1-3,5	4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 5-8 из числа задач для текущего	Оценка работы в аудитории и у доски

	<p>случаев. Цепочки векторов в корневых подпространствах. Начальный и крайний векторы цепочки. Теорема о линейной независимости цепочек с линейно независимыми крайними векторами и теорема о базисе из цепочек в корневом подпространстве линейного оператора. Жорданов блок, жорданов базис и жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора. Теорема Гамильтона-Кэли. Линейные функционалы. Алгебраические операции с функционалами и сопряженное пространство. Координатные функционалы и сопряженный базис. Вычисление размерности сопряженного пространства. Ковекторная запись линейных функционалов и скалярное произведение вектора с ковектором. Преобразование координат ковектора при смене базиса. Ортогональные дополнения подпространств в сопряженном пространстве и их размерности. Свойства ортогональных дополнений. Сопряженное отображение.</p>						контроля	
7	<p>Билинейные и квадратичные формы. Симметричные билинейные формы. Восстановление симметричной билинейной формы по соответствующей ей квадратичной форме. Компоненты билинейных и квадратичных форм в базисе. Преобразование компонент квадратичной формы при замене базиса. Ядро квадратичной формы и ортогональные дополнения относительно квадратичных форм. Приведение матрицы квадратичной формы к диагональному виду. Нулевой индекс инерции и его связь с размерностью ядра. Сигнатура квадратичной</p>	0	0	0	13	1-3,5	4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 9-12 из числа задач для текущего контроля	Оценка работы в аудитории и у доски

	формы (особенности комплексного и вещественного случаев). Положительный и отрицательный индексы инерции в вещественном случае. Теорема об инвариантности положительного и отрицательного индексов инерции. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности.							
8	Положительные квадратичные формы в роли скалярного произведения. Евклидовы пространства. Неравенство треугольника и неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Понятие длины вектора и угла между векторами. Матрица Грама и ее детерминант.	0	0	0	13	1-3,5	4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 13-16 из числа задач для текущего контроля	Оценка работы в аудитории и у доски
9	Теорема о дополнении ортонормированного базиса из подпространства до ортонормированного базиса во всем пространстве. Квадратичные формы в евклидовом пространстве. Ограниченность квадратичных форм в конечномерных евклидовых пространствах и их нормы. Экстремальные векторы и диагонализация квадратичной формы в ортонормированном базисе. Диагонализация пары форм, одна из которых положительно определена.	0	0	0	12,8		4, второе задание онлайн по WebWork, задачи 17-19 из числа задач для текущего контроля	
	Обзорные лекции по всему материалу и выборочный разбор задач из онлайн заданий на семинарских занятиях	4	4	0	0			Оценка работы в аудитории и у доски
	Всего часов:	8	8		116,8			

Приложение 2

Рейтинг-план дисциплины Высшая алгебра

Направление подготовки: 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Курс первый, семестры первый (осенне-зимний) и второй (весенне-летний)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий в модуле	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1 семестр 1				
Текущий контроль				
1. Решение задач онлайн из первого задания WebWork	0,44	34	0	15
Рубежный контроль				
1. Оценка работы в аудитории и у доски				20
Зачёт	По рез. текущего и рубежного контроля ≥ 18 баллов			
Модуль 2 семестр 2				
Текущий контроль				
1. Решение задач онлайн из второго задания WebWork	0,79	19	0	15
Рубежный контроль				
1. Оценка работы в аудитории и у доски				20
Поощрительные баллы				
Согласно положению о модульно рейтинговой системе			0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение семинарских занятий			0	-10
Итоговый контроль				
Зачёт	По рез. текущего и рубежного контроля ≥ 17 баллов			
1. Экзамен	15	2	0	30

Образцы задач для текущего контроля

Из первого задания по WebWork

Задача 1.10. Матрица A размера 4×4 со строками v_1, v_2, v_3 и v_4 имеет определитель $\det A = 5$. Найдите определитель матрицы $\det \begin{bmatrix} 4v_1 + 2v_3 \\ v_2 \\ 7v_1 + 5v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}$.

Задача 1.11. Пусть $\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = 5$. Найдите следующие определители:

$$\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 8g & 8h & 8i \end{bmatrix}, \quad \det \begin{bmatrix} a & b & c \\ 5d & 5e & 5f \\ g & h & i \end{bmatrix}, \quad \det \begin{bmatrix} a & b & c \\ g & h & i \\ d & e & f \end{bmatrix}.$$

Задача 1.12. Используйте определители, чтобы установить, является ли следующая матрица вырожденной:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Из второго задания по WebWork

Задача 2.3. Пусть $A = \begin{bmatrix} -6 & -5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$. Определим линейное отображение $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ как $T(x) = Ax$. Найдите образы векторов $u = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$ и $v = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ при отображении T .

Задача 2.4. Пусть $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ и $b = \begin{bmatrix} 15 \\ 18 \end{bmatrix}$. Определим линейное преобразование $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ как $T(x) = Ax$. Найдите вектор x , чей образ при T равен b . Единствен ли такой вектор x ?

Задача 2.5. Пусть S — линейное отображение из \mathbb{R}^2 в \mathbb{R}^2 с соответствующей ему матрицей $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Пусть T — линейное отображение из \mathbb{R}^2 в \mathbb{R}^2 с соответствующей ему матрицей $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$. Найдите матрицу C композиции отображений $T \circ S$.

Образец экзаменационных билетов

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ

экзаменационный билет № номер скрыт
по дисциплине «Высшая алгебра» (20__ - __ уч. год)

1. Системы линейных уравнений. Метод Крамера для их решения.
2. Векторы и ковекторы.

Преподаватель _____ / Шарипов Р. А. /

Зав. кафедрой _____ / Хабибуллин Б. Н. /