


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ НАУК О ЗЕМЛЕ И ТУРИЗМА

Утверждено:  
на заседании кафедры  
дифференциальных уравнений  
протокол № 7 от «14» февраля 2022 г.

Согласовано:  
Председатель УМК  
факультета наук о Земле и туризма

Зав. кафедрой  / Юмагулов М.Г.

 / Ю.В. Фаронова

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Дисциплина «Математика»

(обязательная часть)

**программа бакалавриата**

Направление подготовки

05.03.02 География

Направленность (профиль) подготовки

Природные и социально-экономические территориальные системы:  
прогнозирование, планирование, управление

Квалификация - бакалавр

Разработчик (составитель)

доцент, к. ф.-м. наук

 /Силова Е.В.


Для приема: 2022 г.

Уфа 2022 г.

Составитель: Силова Е.В., доцент кафедры дифференциальных уравнений, к. ф.-м. наук

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры дифференциальных уравнений протокол от № 7 от «14» февраля 2022 г.

Заведующий кафедрой

 / Юмагулов М.Г. /

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	26
4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине	26
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине	29
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	63
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	63
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы	63
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	64

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Системное и критическое мышление	ОПК-1. Способен применять базовые знания в области математических и естественных наук, знания фундаментальных разделов наук о Земле при выполнении работ географической направленности	ОПК-1.1. Формулирует объект, предмет исследования в районе полевых работ. Формирует базы данных, проводит анализ, синтез естественнонаучных знаний. Применяет в полевых исследованиях математические и естественнонаучные методы.	Демонстрирует знания основных принципов анализа и синтеза информации.
		ОПК-1.2. Использует математические и естественнонаучные базовые знания при решении профессиональных задач в области геодезии и дистанционного зондирования	Соотносит и систематизирует разнородные явления в рамках профессиональной деятельности.

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части.

Дисциплина изучается на 1 и 2 курсе в 1, 2 и 3 семестрах.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: алгебра, геометрия, физика (в объемах школьных курсов).

Целью учебной дисциплины «Математика» является ознакомление студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач; выработка у студентов умения проводить математический анализ прикладных задач и использовать для их решения известные математические методы; развитие у студентов навыков самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям.

**3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ НАУК О ЗЕМЛЕ И ТУРИЗМА

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Математика» на 1, 2, 3 семестр

очная форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	101,6
лекций	50
практических/ семинарских	50
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,6
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	115,6
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34,8

Форма контроля:

Зачет 1, 2 семестры

Экзамен 3 семестр

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ НАУК О ЗЕМЛЕ И ТУРИЗМА

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Математика» на 1 семестр

очная форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	36,2
лекций	18
практических/ семинарских	18
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	0

Форма контроля:

Зачет 1 семестр

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ НАУК О ЗЕМЛЕ И ТУРИЗМА

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Математика» на 2 семестр

очная форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	28,2
лекций	14
практических/ семинарских	14
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	43,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	0

Форма контроля:

Зачет 2 семестр

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ НАУК О ЗЕМЛЕ И ТУРИЗМА

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Математика» на 3 семестр

очная форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3/108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	37,2
лекций	18
практических/ семинарских	18
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	36
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34,8

Форма контроля:

Экзамен 3 семестр



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ГЕОГРАФИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Математика» на 1, 2, 3 семестр

заочная форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	28,6
лекций	14
практических/ семинарских	12
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	2,6
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	207,6
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	15,8

Форма контроля:

Зачет 1,2 семестры  
Контрольная работа 2,3 семестры  
Экзамен 3 семестр

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ГЕОГРАФИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Математика» на 1 семестр

заочная форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	10,2
лекций	6
практических/ семинарских	4
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	57,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	4

Форма контроля:

Зачет 1 семестр

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ГЕОГРАФИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Математика» на 2 семестр

заочная форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	4,7
лекций	2
практических/ семинарских	2
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	0,7
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	63,3
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	4

Форма контроля:

Зачет 2 семестр

Контрольная работа 2 семестр

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ГЕОГРАФИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Математика» на 3 семестр

заочная форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3/108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	13,7
лекций	6
практических/ семинарских	6
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,7
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	86,5
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	7,8

Форма контроля:

Контрольная работа 3 семестр

Экзамен 3 семестр

1 семестр очная форма обучения							
№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС		
1.	<b>Элементы линейной алгебры.</b> Матрицы. Операции над матрицами. Свойства, классификация матриц. Свойства определителей. Миноры. Алгебраические дополнения. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Крамера. Метод Гаусса и метод обратной матрицы решения СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли.	6	6	-	12	[3] Глава 6, §15, зад. 15.1-15.114, §16, зад. 16.1-16.41	Контрольная работа Выполнение практических заданий
2.	<b>Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.</b> Векторы. Действия над векторами. Проекция вектора на ось. Скалярное и векторное произведение векторов. Прямая на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до	6	6	-	12	[3] Глава 1, §1, зад. 1.30-1.51, 1.53 - 1.73, 1.76-1.82, 1.86, 1.89, 1.93. § 2, зад. 2.1-2.49, 2.53, 2.62, 2.67-2.70, 2.73, 2.85-2.88, 2.90-2.93, 2.106-2.109, 2.111-2.114, 2.117-2.119, 2.124, 2.125, 2.127-2.154. Глава 2, §3, зад. 3.18-3.24, 3.31-3.49. §4, зад. 4.1-4.13, 4.17-	Контрольная работа Выполнение практических заданий

	прямой. Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве.					4.20, 4.27-4.32, 4.39-4.44, 4.51, 4.52, 4.83.	
3.	<b>Введение в анализ.</b> Понятие функции одной переменной. Способы задания. Основные свойства (четность, ограниченность, периодичность, монотонность). Элементарные функции. Сложная функция. Обратная и неявная функции. Предел последовательности. Свойства сходящейся последовательности. Число $e$ и связанные с ним пределы. Предел функции. Геометрический смысл предела функции. Свойства функции имеющей конечный предел. Бесконечно малые функции, бесконечно большие функции. Первый замечательный предел. Асимптоты графика функции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции. Свойства непрерывных функций.	6	6	-	11,8	[3] Глава 3, §6, зад. 6.1-6.16, 6.19, 6.20, 6.26-6.34, 6.38-6.43, 6.50-6.53, 6.55, 6.57-6.59. §7, зад. 7.39-7.50, 7.60-7.119, 7.132-7.147. §8, зад. 8.31-8.51.	Контрольная работа Выполнение практических заданий
	Другие (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)				0.2		
<b>Всего часов:</b>		<b>18</b>	<b>18</b>	<b>-</b>	<b>35,8</b>		

**2 семестр**  
**очная форма обучения**

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС		
1.	<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b> Задачи приводящие к понятию производной. Производная и дифференциал функции. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций. Свойства дифференцируемых функций (теоремы Ферма, Лагранжа, Ролля, Коши). Применение производной к вычислению пределов. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Исследование функций и построение графиков. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.	6	6	-	22	[3] Глава 4, §9, зад. 9.1-9.161, 9.186-9.199. §10, зад. 10.1-10.40, 10.82-10.107, 10.116-10.159, 10.168-10.171, 10.194-10.199.	Контрольная работа Выполнение практических заданий
2.	<b>Интегральное исчисление</b>	8	8	-	21,8	[3] Глава 5, §11, зад.	Контрольная работа

	<p><b>функции одной переменной.</b>  Первообразная функции.  Определение и основные свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: сведение к табличным интегралам, замена переменной, интегрирование по частям. Таблица интегралов. Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений. Задачи приводящие к понятию определенного интеграла.  Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.  Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.</p>					11.1-11.62, 11.65-11.94, 11.96-11.212. §12, зад. 12.1-12.69, 12.91-12.93, 12.98-12.101, 12.103-12.106, 12.108, 12.109. §13, зад. 13.1-13.20, 13.31-13.42, 13.49-13.60.	Выполнение практических заданий
	Другие (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)				0.2		
<b>Всего часов:</b>		<b>14</b>	<b>14</b>	<b>-</b>	<b>43,8</b>		



**3 семестр**  
**очная форма обучения**

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС		
1.	<b>Ряды.</b> Числовой ряд и его сумма. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Знакоположительные числовые ряды и основные признаки их сходимости (сравнение, Даламбера, Коши, интегральный). Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Ряд Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в степенные ряды. Ряды Фурье.	6	6	-	12	[4] Глава 3, §9, зад. 9.1-9.101. §10, зад. 10.34-10.73, 10.80-10.99, 10.136-10.150, 10.153-10.164, 10.170-10.184.	Контрольная работа Выполнение практических заданий
2.	<b>Дифференциальные уравнения.</b> Основные определения. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных	6	2	-	12	[3] Глава 4, §11, зад. 11.17-11.60, 11.71-11.78, 11.81-11.104. §12, зад. 12.21-12.74.	Контрольная работа Выполнение практических заданий

	дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.						
3.	<b>Теория вероятности и математическая статистика.</b> Элементы комбинаторики. Классификация событий. Пространство элементарных событий. Классическое и геометрическое определение вероятности. Теоремы о вероятности суммы и произведения двух случайных событий. Формулы полной вероятности, Бернулли, Байеса, Пуассона, Лапласа. Случайные величины. Законы распределения, функции распределения, математическое ожидание, дисперсия случайных величин. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения, выборочное среднее и дисперсия. Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Проверка статистических гипотез. Линейная корреляция.	6	6	-	12	[5] ч.2, глава 5, зад. 811-815, 819-821, 830-838, 843-846, 853, 854, 859, 866-871, 874, 875. [8] Главы 1-6, 9, 10, 12, 13.	Контрольная работа Выполнение практических заданий
	Другие (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с				1.2		

	преподавателем)					
<b>Всего часов:</b>		<b>18</b>	<b>18</b>	<b>-</b>	<b>36</b>	

1 семестр заочная форма обучения							
№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС		
1.	<b>Элементы линейной алгебры.</b> Матрицы. Операции над матрицами. Свойства, классификация матриц. Свойства определителей. Миноры. Алгебраические дополнения. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Крамера. Метод Гаусса и метод обратной матрицы решения СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли.	2	1	-	19	[3] Глава 6, §15, зад. 15.1-15.114, §16, зад. 16.1-16.41	Контрольная работа Выполнение практических заданий
2.	<b>Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.</b> Векторы. Действия над векторами. Проекция вектора на ось. Скалярное и векторное произведение векторов. Прямая на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Условие параллельности и	2	1	-	19	[3] Глава 1, §1, зад. 1.30-1.51, 1.53 - 1.73, 1.76-1.82, 1.86, 1.89, 1.93. § 2, зад. 2.1-2.49, 2.53, 2.62, 2.67-2.70, 2.73, 2.85-2.88, 2.90-2.93, 2.106-2.109, 2.111-2.114, 2.117-2.119, 2.124, 2.125, 2.127-2.154.	Контрольная работа Выполнение практических заданий

	перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве.					Глава 2, §3, зад. 3.18-3.24, 3.31-3.49. §4, зад. 4.1-4.13, 4.17-4.20, 4.27-4.32, 4.39-4.44, 4.51, 4.52, 4.83.	
3.	<b>Введение в анализ.</b> Понятие функции одной переменной. Способы задания. Основные свойства (четность, ограниченность, периодичность, монотонность). Элементарные функции. Сложная функция. Обратная и неявная функции. Предел последовательности. Свойства сходящейся последовательности. Число $e$ и связанные с ним пределы. Предел функции. Геометрический смысл предела функции. Свойства функции имеющей конечный предел. Бесконечно малые функции, бесконечно большие функции. Первый замечательный предел. Асимптоты графика функции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции. Свойства непрерывных функций.	2	2	-	19,8	[3] Глава 3, §6, зад. 6.1-6.16, 6.19, 6.20, 6.26-6.34, 6.38-6.43, 6.50-6.53, 6.55, 6.57-6.59. §7, зад. 7.39-7.50, 7.60-7.119, 7.132-7.147. §8, зад. 8.31-8.51.	Контрольная работа Выполнение практических заданий
	Другие (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с				0.2		

	преподавателем)					
<b>Всего часов:</b>		<b>6</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>57,8</b>	

2 семестр заочная форма обучения							
№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС		
1.	<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b> Задачи приводящие к понятию производной. Производная и дифференциал функции. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций. Свойства дифференцируемых функций (теоремы Ферма, Лагранжа, Ролля, Коши). Применение производной к вычислению пределов. Правило Лопиталю. Формула Тейлора. Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Исследование функций и построение графиков. Наибольшее и	1	1	-	30	[3] Глава 4, §9, зад. 9.1-9.161, 9.186-9.199. §10, зад. 10.1-10.40, 10.82-10.107, 10.116-10.159, 10.168-10.171, 10.194-10.199.	Контрольная работа Выполнение практических заданий

	наименьшее значение функции на отрезке.						
2.	<b>Интегральное исчисление функции одной переменной.</b> Первообразная функции. Определение и основные свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: сведение к табличным интегралам, замена переменной, интегрирование по частям. Таблица интегралов. Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений. Задачи приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.	1	1	-	33,3	[3] Глава 5, §11, зад. 11.1-11.62, 11.65-11.94, 11.96-11.212. §12, зад. 12.1-12.69, 12.91-12.93, 12.98-12.101, 12.103-12.106, 12.108, 12.109. §13, зад. 13.1-13.20, 13.31-13.42, 13.49-13.60.	Контрольная работа Выполнение практических заданий
	Другие (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)				0.7		
<b>Всего часов:</b>		<b>2</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>63,3</b>		

**3 семестр  
заочная форма обучения**

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС		
1.	<b>Ряды.</b> Числовой ряд и его сумма. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Знакоположительные числовые ряды и основные признаки их сходимости (сравнение, Даламбера, Коши, интегральный). Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Ряд Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в степенные ряды. Ряды Фурье.	2	2	-	28	[4] Глава 3, §9, зад. 9.1-9.101. §10, зад. 10.34-10.73, 10.80-10.99, 10.136-10.150, 10.153-10.164, 10.170-10.184.	Контрольная работа Выполнение практических заданий
2.	<b>Дифференциальные уравнения.</b> Основные определения. Дифференциальные уравнения	2	2	-	28	[3] Глава 4, §11, зад. 11.17-11.60, 11.71-11.78, 11.81-11.104. §12, зад. 12.21-12.74.	Контрольная работа Выполнение практических заданий

	первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.						
3.	<b>Теория вероятности и математическая статистика.</b> Элементы комбинаторики. Классификация событий. Пространство элементарных событий. Классическое и геометрическое определение вероятности. Теоремы о вероятности суммы и произведения двух случайных событий. Формулы полной вероятности, Бернулли, Байеса, Пуассона, Лапласа. Случайные величины. Законы распределения, функции распределения, математическое ожидание, дисперсия случайных величин. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения, выборочное среднее и дисперсия. Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Проверка статистических гипотез. Линейная корреляция.	2	2	-	30.5	[5] ч.2, глава 5, зад. 811-815, 819-821, 830-838, 843-846, 853, 854, 859, 866-871, 874, 875. [8] Главы 1-6, 9, 10, 12, 13.	Контрольная работа Выполнение практических заданий
	Другие (групповая, индивидуальная)				1.7		



	консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)						
<b>Всего часов:</b>		<b>6</b>	<b>6</b>	<b>-</b>	<b>86,5</b>		

#### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

##### 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции: ОПК-1: Способен применять базовые знания в области математических и естественных наук, знания фундаментальных разделов наук о Земле при выполнении работ географической направленности

##### для очной формы обучения

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		Не зачтено	Зачтено
ОПК-1.1. Формулирует объект, предмет исследования в районе полевых работ. Формирует базы данных, проводит анализ, синтез естественнонаучных знаний. Применяет в полевых исследованиях математические и естественнонаучные методы.	Демонстрирует знания основных принципов анализа и синтеза информации.	Объем знаний оценивается на 59 и менее баллов от требуемых	Объем знаний оценивается от 60 до 110 баллов от требуемых (включая 10 поощрительных баллов)
ОПК-1.2. Использует математические и естественнонаучные базовые знания при решении профессиональных задач в области геодезии и дистанционного зондирования	Соотносит и систематизирует разнородные явления в рамках профессиональной деятельности.	Объем умений оценивается на 59 и менее баллов от требуемых	Объем умений оценивается от 60 до 110 баллов от требуемых (включая 10 поощрительных баллов)

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10.

Шкалы оценивания зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1. Формулирует объект, предмет исследования в районе полевых работ. Формирует базы данных, проводит анализ, синтез естественнонаучных знаний. Применяет в полевых исследованиях математические и естественнонаучные методы.	Демонстрирует знания основных принципов анализа и синтеза информации	Объем знаний оценивается на 44 и ниже баллов от требуемых	Объем знаний оценивается от 45 до 59 баллов от требуемых	Объем знаний оценивается от 60 до 79 баллов от требуемых	Объем знаний оценивается от 80 до 110 баллов от требуемых
ОПК-1.2. Использует математические и естественнонаучные базовые знания при решении профессиональных задач в области геодезии и дистанционного зондирования	Соотносит и систематизирует разнородные явления в рамках профессиональной деятельности	Объем умений оценивается на 44 и ниже баллов от требуемых	Объем умений оценивается от 45 до 59 баллов от требуемых	Объем умений оценивается от 60 до 79 баллов от требуемых	Объем умений оценивается от 80 до 110 баллов от требуемых

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10.

Шкалы оценивания экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

#### для заочной формы обучения

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		Не зачтено	Зачтено
ОПК-1.1. Формулирует объект, предмет исследования в районе полевых работ. Формирует базы данных, проводит анализ, синтез естественнонаучных знаний. Применяет в полевых исследованиях математические и естественнонаучные методы.	Демонстрирует знания основных принципов анализа и синтеза информации.	Отсутствие знаний или неполные представления об основных принципах анализа и синтеза информации	Сформированные, возможно, содержащие отдельные пробелы представления об основных принципах анализа и синтеза информации
ОПК-1.2. Использует математические и	Соотносит и систематизирует	Отсутствие умений или не систематические	Успешное, возможно, содержащее отдельные

естественнонаучные базовые знания при решении профессиональных задач в области геодезии и дистанционного зондирования	разнородные явления в рамках профессиональной деятельности.	умения в анализе и синтезе поставленной задачи.	пробелы, умения в анализе и синтезе поставленной задачи.
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------	----------------------------------------------------------

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1. Формулирует объект, предмет исследования в районе полевых работ. Формирует базы данных, проводит анализ, синтез естественнонаучных знаний. Применяет в полевых исследованиях математические и естественнонаучные методы.	Демонстрирует знания основных принципов анализа и синтеза информации.	Непонимание и крайне неполное знание основных понятий и методов	Пробелы в знании основных методов	Знание основных теоретических вопросов с неточностями в определении основных понятий	Знание теории, функциональных возможностей, терминологии, основных элементов
ОПК-1.2. Использует математические и естественнонаучные базовые знания при решении профессиональных задач в области геодезии и дистанционного зондирования	Соотносит и систематизирует разнородные явления в рамках профессиональной деятельности.	Отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических	Принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. При решении допущены грубые ошибки	При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки	Умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине**

**для очной формы обучения**

<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>	<b>Оценочные средства</b>
ОПК-1.1. Формулирует объект, предмет исследования в районе полевых работ. Формирует базы данных, проводит анализ, синтез естественнонаучных знаний. Применяет в полевых исследованиях математические и естественнонаучные методы.	Демонстрирует знания основных принципов анализа и синтеза информации.	Контрольные работы
ОПК-1.2. Использует математические и естественнонаучные базовые знания при решении профессиональных задач в области геодезии и дистанционного зондирования	Соотносит и систематизирует разнородные явления в рамках профессиональной деятельности.	Контрольные работы Практические работы

**для заочной формы обучения**

<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>	<b>Оценочные средства</b>
ОПК-1.1. Формулирует объект, предмет исследования в районе полевых работ. Формирует базы данных, проводит анализ, синтез естественнонаучных знаний. Применяет в полевых исследованиях математические и естественнонаучные методы.	Демонстрирует знания основных принципов анализа и синтеза информации.	Контрольные работы Тесты
ОПК-1.2. Использует математические и естественнонаучные базовые знания при решении профессиональных задач в области геодезии и дистанционного зондирования	Соотносит и систематизирует разнородные явления в рамках профессиональной деятельности.	Контрольные работы Практические работы Тесты

## Рейтинг-план дисциплины

для очной формы обучения

Математика

Направление: 05.03.02 География

Курс 1 семестр 1

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. «Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
Выполнение практических заданий	6	3	0	18
<b>Рубежный контроль</b>				
Письменная контрольная работа	4	5	0	20
<b>Всего по модулю</b>			<b>0</b>	<b>38</b>
<b>Модуль 2. «Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Элементы векторной алгебры»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
Выполнение практических заданий	5	4	0	20
<b>Рубежный контроль</b>				
Письменная контрольная работа	5	2	0	10
<b>Всего по модулю</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
<b>Модуль 3. «Введение в анализ»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
Выполнение практических заданий	6	2	0	12
<b>Рубежный контроль</b>				
Письменная контрольная работа	5	4	0	20
<b>Всего по модулю</b>			<b>0</b>	<b>32</b>
<b>Поощрительный рейтинг за семестр</b>				
Выступление на научных конференциях, участие в олимпиадах, написание статей, работа со школьниками	2,5	4	0	10
<b>Всего по поощрительному рейтингу</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
Посещение лекционных занятий	По положению	9 занятий	0	-6
Посещение практических занятий	По положению	9 занятий	0	-10
<b>Всего по посещаемости</b>			<b>0</b>	<b>-16</b>
<b>ИТОГО</b>			<b>0</b>	<b>110</b>

## Рейтинг-план дисциплины

### Математика

Направление: 05.03.02 География

Курс 1 семестр 2

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
Выполнение практических заданий	5	4	0	20
<b>Рубежный контроль</b>				
Письменная контрольная работа	10	2		20
<b>Всего по модулю</b>			<b>0</b>	<b>40</b>
<b>Модуль 2. «Интегральное исчисление функции одной переменной»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
Выполнение практических заданий	6	5	0	30
<b>Рубежный контроль</b>				
Письменная контрольная работа	10	3		30
<b>Всего по модулю</b>			<b>0</b>	<b>60</b>
<b>Поощрительный рейтинг за семестр</b>				
Выступление на научных конференциях, участие в олимпиадах, написание статей, работа со школьниками	2,5	4	0	10
<b>Всего по поощрительному рейтингу</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
Посещение лекционных занятий	По положению	7 занятий	0	-6
Посещение практических занятий	По положению	7 занятий	0	-10
<b>Всего по посещаемости</b>			<b>0</b>	<b>-16</b>
<b>ИТОГО</b>			<b>0</b>	<b>110</b>

## Рейтинг-план дисциплины

### Математика

Направление: 05.03.02 География

Курс 2 семестр 3

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. «Ряды»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
Выполнение практических заданий	8	2	0	16
<b>Рубежный контроль</b>				
Письменная контрольная работа	3	3	0	9
<b>Всего по модулю</b>			<b>0</b>	<b>25</b>
<b>Модуль 2. «Дифференциальные уравнения»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
Выполнение практических заданий	8	2	0	16
<b>Рубежный контроль</b>				
Письменная контрольная работа	5	3	0	15
<b>Всего по модулю</b>			<b>0</b>	<b>31</b>
<b>Модуль 3. «Теория вероятности и математическая статистика»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				
Выполнение практических заданий	8	1	0	8
<b>Рубежный контроль</b>				
1. Письменная контрольная работа	2	3	0	6
<b>Всего по модулю</b>			<b>0</b>	<b>14</b>
<b>Поощрительный рейтинг за семестр</b>				
Выступление на научных конференциях, участие в олимпиадах, написание статей, работа со школьниками	2,5	4	0	10
<b>Всего по поощрительному рейтингу</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
Посещение лекционных занятий	По положению	9 занятий	0	-6
Посещение практических занятий	По положению	9 занятий	0	-10
<b>Всего по посещаемости</b>			<b>0</b>	<b>-16</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
<b>Экзамен</b>	<b>15</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>30</b>
<b>ИТОГО</b>			<b>0</b>	<b>110</b>

Практическая работа № 1. Элементы линейной алгебры. Решение задач.

Практическая работа № 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.

Решение задач.

Практическая работа № 3. Введение в анализ. Решение задач.

Практическая работа № 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Решение задач.

Практическая работа № 5. Интегральное исчисление функции одной переменной. Решение задач.

Практическая работа № 6. Ряды. Решение задач.

Практическая работа № 7. Дифференциальные уравнения. Решение задач.

Практическая работа № 8. Теория вероятности и математическая статистика. Решение задач.



## **Критерии оценки (в баллах)**

### **для очной формы обучения**

#### **Критерии оценки (в баллах) для практических работ №№ 2, 4:**

5 баллов выставляется студенту, если работа выполнена в полном объеме, показано уверенное владение теоретическим материалом; составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ; задача решена рациональным способом.

4 балла выставляется студенту, если работа выполнена в полном объеме, составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул и метода решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок.

3 балла выставляется студенту, если работа выполнена не в полном объеме; допущены существенные ошибки в выборе формул и методов решения или в математических расчётах; задачи решены не полностью или в общем виде.

1-2 балла выставляется студенту, если работа выполнена не в полном объеме, задачи решены неправильно.

#### **Критерии оценки (в баллах) для практической работы №№ 1, 3, 5:**

6 баллов выставляется студенту, если работа выполнена в полном объеме, показано уверенное владение теоретическим материалом; составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ; задача решена рациональным способом.

4-5 баллов выставляется студенту, если работа выполнена в полном объеме, составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул и метода решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок.

2-3 балла выставляется студенту, если работа выполнена не в полном объеме; допущены существенные ошибки в выборе формул и методов решения или в математических расчётах; задачи решены не полностью или в общем виде.

1 балл выставляется студенту, если работа выполнена не в полном объеме, задачи решены неправильно.

#### **Критерии оценки (в баллах) для практической работы №№ 6, 7, 8:**

8 баллов выставляется студенту, если работа выполнена в полном объеме, показано уверенное владение теоретическим материалом; составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ; задача решена рациональным способом.

6-7 баллов выставляется студенту, если работа выполнена в полном объеме, составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул и метода решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок.

4-5 баллов выставляется студенту, если работа выполнена не в полном объеме; допущены существенные ошибки в выборе формул и методов решения или в математических расчётах; задачи решены не полностью или в общем виде.

1-3 балла выставляется студенту, если работа выполнена не в полном объеме, задачи решены неправильно.

## Задания для контрольной работы

### 1 семестр

#### Примерные задания контрольной работы на рубежный контроль 1.

1.  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  $C = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  Найти:  $3A - B + 2C$
2. Найти произведения матриц: а)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ; б)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
3.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  Найти:  $(A - B)^T - A^2$
4. Найти матрицу, обратную для матрицы:  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
5. Вычислить определители: а)  $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ ; б)  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ ; в)  $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

#### Примерные задания контрольной работы на рубежный контроль 2.

1. Найти пределы функций: а)  $\lim_{x \rightarrow 1} (4x^2 - 8x + 3)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x^3 + 5}{3 - x^2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 8}{x^2 + x - 20}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^3 - x^2}$
2. а)  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3} - 3}{12 - 2x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 4x - 32}{x - 8}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 2x - 3x^2 - 6}{2x - 6}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1} + x}{\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}}$

#### Примерные задания контрольной работы на рубежный контроль 3.

1. Найти производные функции: а)  $y = (4x - 8)^2 - \frac{5}{x^3}$ ; б)  $y = \cos 5x + 2 \arccos \frac{x}{2}$ ; в)  $y = \ln \sqrt{3 - 2x - 4x^2}$
2. а)  $y = 2e^{\sqrt{\sin 4x}}$ ; б)  $y = \frac{2 \cos x}{\sin^2 x}$ ; в)  $y = \sqrt[3]{\frac{x-2}{x+2}}$
3. а)  $y = \cos 4x \cdot e^{2x^2}$  б)  $y = 3 \cos^2 x + \ln \sqrt{4x+4}$ ; в)  $y = \sqrt{\ln \cos x} - 5^{2x}$ ; г)  $y = \cos(2^x - 3x^2)$
4. а)  $y = \sin^2 \frac{x}{3} + \ln \cos 4x$ ; б)  $y = 4 \arcsin \frac{2x-3}{4}$ ; в)  $y = \left( \frac{x^2+2}{x^2-3} \right)^4$ ; г)  $y = (e^{5x} - 1) \cdot 2^{x^2}$

## 2 семестр

### Примерные задания контрольной работы на рубежный контроль 1.

1. Найти асимптоты функции:  $y = \frac{1+x^2}{1-x^2}$
2. Исследовать функцию и построить ее график: а)  $y = \frac{4x}{9-x^2}$ ; б)  $y = \frac{x^2+4}{3-2x}$

### Примерные задания контрольной работы на рубежный контроль 2.

1. Вычислите следующие интегралы:

$$1) \int \frac{x^3+4x+1}{\sqrt{x}} dx; \int_4^9 (x + \sqrt{x})^2 dx; \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin 4x dx$$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = \operatorname{tg} x, y = 0, x = \frac{\pi}{3}$ .

3. Определите объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 9x, y = 3x$ .

## 3 семестр

### 1. Примерные задания контрольной работы на рубежный контроль 1.

1. Решить дифференциальное уравнение. Найти общее решение.

$$(3y^2 + x^2) dy = (1 - 2xy) dx;$$

2. Решить дифференциальное уравнение. Найти общее решение.

$$y' - \operatorname{ctg} x = 2x \cdot \sin x.$$

3. Решить дифференциальное уравнение. Найти общее решение.

$$y'' + 5y' + 6y = 0.$$

## Примерные задания контрольной работы на рубежный контроль 2.

1. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков будет не меньше 10?
2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет а) только один из стрелков, б) хотя бы один из стрелков.
3. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:  
 $X$  2 4 5  
 $P$  0,3 0,1 0,2  
Построить многоугольник распределения.

## Примерные задания контрольной работы на рубежный контроль 3.

1. Выборка задана в виде распределения частот:  
 $x_i$  4 7 8 12  
 $n_i$  5 2 3 10  
Найти распределение относительных частот.
2. Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:  
 $x_i$  2 5 7 8  
 $n_i$  1 3 2 4
3. Построить полигон частот по данному распределению выборки:  
 $x_i$  2 3 5 6  
 $n_i$  10 15 5 20

### Критерии оценки (в баллах):

5 баллов выставляется студенту, если работа выполнена в полном объеме, показано уверенное владение теоретическим материалом; составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ; задача решена рациональным способом.

4 балла выставляется студенту, если работа выполнена в полном объеме, составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул и метода решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок.

3 балла выставляется студенту, если работа выполнена не в полном объеме; допущены существенные ошибки в выборе формул и методов решения или в математических расчетах; задачи решены не полностью или в общем виде.

1-2 балла выставляется студенту, если работа выполнена не в полном объеме, задачи решены неправильно.

## Вопросы для подготовки к экзамену

### III семестр

#### Теория пределов.

1. Множество действительных чисел. Свойство модуля действительного числа.
2. Величины постоянные и переменные.
3. Функция одной переменной: определение, область определения, график.
4. Простейшие функциональные зависимости (прямопропорциональная, линейная, обратнопропорциональная, квадратичная, синусоидальная).
5. Способы задания функции.
6. Понятие о неявной, обратной, сложной функции.
7. Элементарные функции, их свойства и графики.
8. Простейшие преобразования графика функции.
9. Предел функции. Определения, геометрический смысл, односторонние пределы.
10. Теорема о пределе постоянной. Связь предела и ограниченности.
11. Бесконечно малые величины и их свойства.
12. Бесконечно большие величины и их связь с бесконечно малыми величинами.
13. Теоремы о пределах суммы, произведения и частного функций.
14. Теорема о промежуточной функции.
15. Первый замечательный предел.
16. Второй замечательный предел.

#### Непрерывность функции.

17. Основные определения.
18. Точки разрыва I и II рода (примеры).
19. Простейшие свойства непрерывных функций.

#### Производная функции.

20. Производная функции, её геометрический и физический смысл.
21. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Случай недифференцируемости непрерывной функции.
22. Основные правила дифференцирования.
23. Производная сложной функции.
24. Таблица производных.
25. Производные высших порядков. Физический смысл производной второго порядка.

#### Дифференциал функции.

26. Дифференциал функции, его геометрический и физический смысл.
27. Связь дифференциала с производной. Дифференциал независимой переменной.
28. Свойства дифференциала.
29. Дифференциалы высших порядков.

#### Приложения производной.

30. Теорема Лагранжа и следствия к ней.
31. Теорема Ролля.
32. Теорема Коши.
33. Правило Лопиталя.
34. Формула Тейлора для многочлена.
35. Формула Тейлора для функции. Формулы Тейлора для некоторых элементарных функций.

36. Признаки постоянства, возрастания и убывания функций.
37. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточные условия экстремума.
38. Выпуклость и вогнутость графика функции.
39. Точки перегиба графика функции.
40. Асимптоты.
41. Общая схема исследования функции и построение графиков.
42. Наибольшее и наименьшее значения функции.

#### Неопределённый интеграл.

43. Первообразная и её основное свойство.
44. Неопределённый интеграл и его основные свойства.
45. Таблица неопределённых интегралов. Независимость вида неопределённого интеграла от выбора аргумента.
46. Основные методы интегрирования: метод разложения, метод подстановки (замены переменной), метод интегрирования по частям.
47. Интегрирование рациональных дробей с квадратичным знаменателем.
48. Интегрирование рациональных дробей (метод неопределённых коэффициентов).
49. Интегрирование тригонометрических функций.
50. Интегрирование некоторых иррациональных функций.

#### Определённый интеграл.

51. Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определённого интеграла, его геометрический смысл.
52. Свойства определённых интегралов.
53. Теорема о среднем.
54. Интеграл с переменным верхним пределом.
55. Связь между определённым и неопределённым интегралом. Формула Ньютона – Лейбница.
56. Замена переменной в определённом интеграле.
57. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
58. Приближённое вычисление определённых интегралов (формула трапеций).
59. Несобственные интегралы I и II рода. Сходимость несобственных интегралов. Признак сравнения несобственных интегралов.
60. Площадь плоской фигуры.
61. Длина дуги кривой.
62. Вычисление объёма тела по известным поперечным сечениям.
63. Объём тела вращения.
64. Площадь поверхности вращения.
65. Работа переменной силы.

#### Обыкновенные дифференциальные уравнения.

66. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
67. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.
68. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
69. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка (метод Бернулли).
70. Уравнение Бернулли.
71. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений n-го порядка.
72. Уравнения, допускающие понижение порядка.
73. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-го порядка. Линейная зависимость и линейная независимость функций.

74. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
75. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка (теорема о структуре решения).
76. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
77. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

**Образец экзаменационного билета:**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ НАУК О ЗЕМЛЕ И ТУРИЗМА

Кафедра дифференциальных уравнений

Экзамен по дисциплине «Математика»  
2021 -2022 учебный год

Экзаменационный билет №1

1. Теорема Лагранжа и следствия к ней.
2. Таблица неопределённых интегралов. Независимость вида неопределённого интеграла от выбора аргумента.

Заведующий кафедрой  
дифференциальных уравнений

Юмагулов М.Г.

**Критерии оценки экзамена (в баллах):**

- 25-30 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- 17-24 баллов выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- 10-16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- 1-10 баллов выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

для заочной формы обучения

Контрольная работа №1

1. Вычислите пределы

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n}{n^2 + 4} - \frac{n+2}{n-2} \right);$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n!) + (n-1)!}{3(n+1)!}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 3}{x^2} \right)^{x^2};$$

2. Исследуйте функции на непрерывность и выполните схематический чертеж:

$$f(x) = \frac{1}{x(x+1)}.$$

3. Вычислите производные следующих функций:

$$y = \frac{5x}{(5+3x)^2}$$

$$y = \ln \left( \frac{x^3 - 9}{x^3 - 1} \right).$$

$$f(x) = \ln(x/(4x - 3)), f'''(x) - ?$$

4. Найдите дифференциалы следующих функций:

$$a) y = \sqrt{4+x^2}; \quad б) y = \arctg(1+x^2). \quad tg(x + \sqrt{x+1}), df(x) - ?$$

5. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$y = \frac{x}{x^2 + 4};$$

6. Вычислите интегралы:

$$\int (\cos 3x - \sin 5x) dx$$

$$\int_0^{+\infty} a^{-5x} dx$$

$$\int_0^4 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + 2x - 3},$$



$$\int \sqrt{1 + e^x} \cdot e^x dx,$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2 \cos 3x dx,$$

$$\int_{-1}^0 \frac{dx}{(1+x)^2}.$$

## Контрольная работа №2

1. Исследуйте на сходимость следующие числовые ряды:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n2^n}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin n}{n^3}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(1 + \frac{1}{3^n}\right)$$

2. Найдите радиус и интервал сходимости следующих степенных рядов:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n+1}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{(n+1)!}$$

3.

1. В партии из  $N$  изделий  $n$  изделий имеют дефект (табл. 1). Какова вероятность того, что из взятых наугад  $m$  изделий ровно  $k$  имеют скрытый дефект?
2. В магазине для продажи выставлены  $n$  изделий, среди которых  $k$  изделий некачественные (табл. 2). Какова вероятность того, что взятые случайным образом  $m$  изделий окажутся некачественными?
3. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие от трёх поставщиков в количестве:  $n_1$  с первого завода,  $n_2$  со второго и  $n_3$  с третьего (табл. 3). Вероятность качественного изготовления комплектующих на первом заводе равна  $p_1$ , для второго  $p_2$  и для третьего  $p_3$ . Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?
4. Дано распределение дискретной случайной величины  $X$  (табл. 4). Найти её математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение.
5. В городе имеются  $N$  оптовых баз (табл. 5). Вероятность того, что требуемый товар отсутствует на этих базах одинакова и равна  $p$ . Составить закон распределения числа баз, на которых отсутствует товар.

**таблица 1** Варианты задания 1

Вариант	$N$	$n$	$m$	$k$	Вариант	$N$	$n$	$m$	$k$
1	20	4	5	2	2	30	10	5	3

таблица 2 Варианты задания 2

Вариант	$n$	$k$	$m$	Вариант	$n$	$k$	$m$
1	20	6	2	2	30	8	3

таблица 3 Варианты задания 3

Вариант	$n_1$	$p_1$	$n_2$	$p_2$	$n_3$	$p_3$	Вариант	$n_1$	$p_1$	$n_2$	$p_2$	$n_3$	$p_3$
1	25	0,9	35	0,8	40	0,7	2	20	0,9	15	0,9	15	0,8

таблица 4 Варианты задания 4

Вариант	Числовые данные					Вариант	Числовые данные				
1	$x_i$	-5	2	3	4	2	$x_i$	-6	-2	2	3
	$p_i$	0,4	0,3	0,1	0,2		$p_i$	0,2	0,1	0,4	0,3

таблица 5 Варианты задания 5

Вариант	$N$	$P$	Вариант	$N$	$P$
1	3	0,2	2	3	0,15

4.

1. Рассчитать и построить гистограмму относительных частот по сгруппированным данным (табл. 1), где  $m_i$  - частота попадания вариант в промежуток  $(x_i, x_{i+1}]$ .
2. Найти несмещённую выборочную дисперсию на основании данного распределения выборки (табл. 2).
3. Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение  $a_0$  является математическим ожиданием нормально распределённой случайной величины при 5% -м уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате обработки выборки объёма  $n = 10$  получено выборочное среднее  $\bar{x}$ , а выборочное среднее квадратическое отклонение равно  $s_1$  (табл. 3).
4. При уровне значимости  $\alpha = 0,1$  проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределённых случайных величин  $X$  и  $Y$  на основе выборочных данных (табл. 4) при альтернативной гипотезе  $H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$ .
5. Найти выборочное уравнение линейной регрессии  $Y$  на  $X$  на основании корреляционной таблицы (табл. 5).

таблица 1 Варианты задания 1

Вариант	$i$	$x_i < X \leq x_{i+1}$	$m_i$	Вариант	$i$	$x_i < X \leq x_{i+1}$	$m_i$
1	1	2 – 4	5	2	1	2 – 6	5
	2	4 – 6	8		2	6 – 10	3
	3	6 – 8	16		3	10 – 14	18
	4	8 – 10	12		4	14 – 18	9
	5	10 – 12	9		5	18 – 22	5

таблица 2 Варианты задания 2

Вариант	Распределение					Вариант	Распределение				
	$x_i$	-6	-2	3	6		$x_i$	-4	-1	2	8
1	$n_i$	12	14	6	8	2	$n_i$	16	8	14	12

таблица 3 Варианты задания 3

Вариант	$a_0$	$\bar{x}$	$s_1$	Вариант	$a_0$	$\bar{x}$	$s_1$
1	10	12	1	2	50	52	3

таблица 4 Варианты задания 4

Вариант	X		Y		Вариант	X		Y	
	$x_i$	$n_i$	$y_i$	$m_i$		$x_i$	$n_i$	$y_i$	$m_i$
1	142	3	140	5	2	27	3	28	8
	145	1	146	3		29	9	29	9
	146	2	147	2		32	6	30	4
	148	4	151	2		33	2	32	9

Таблица 5 Варианты задания 5

Вар	Корреляционная таблица							Вар	Корреляционная таблица						
	Y\X	10	15	20	25	30	35		Y\X	5	10	15	20	25	30
1	15	6	4					2	15		6	4	2		2
	25		6	8					25	4	2	8	1	5	
	35				21	2	5		35				10	7	1
	45				4	12	6		45	5	3	8		6	7
	55					1	5		55	9	5		4		1
1	20	1	5		7		4	2	80	5	1		4	7	
	40	2		4		6	5		100		2	6	5		4
	60		3	5	4	6			120	3		4		5	6
	80	10		2	3		5		140		10		2	3	5
	100	2	4		4	8	10		160	10		4	8	2	4

### Критерии оценки для контрольных работ

Контрольная работа «зачтена», если работа выполнена в полном объеме, показано уверенное владение теоретическим материалом; составлен правильный алгоритм решения задач, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок или нет существенных ошибок, получен верный ответ; задача решена рациональным способом или правильно сделан выбор формул и метода решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок.

Контрольная работа «не зачтена», если работа выполнена не в полном объеме; допущены существенные ошибки в выборе формул и методов решения или в математических расчётах; задачи решены не полностью или в общем виде или неправильно.

### Тест №1

1. Если матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ , то  $4A$  имеет вид:

1)  $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$

2. Расставить матрицы в порядке убывания их рангов:

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3. Для матриц  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  указать те операции, которые можно

выполнить: а)  $BA$     б)  $BA^T$     в)  $B^T A$     г)  $B^T A^T$     д)  $AB$     е)  $A^T B$

4. Указать те преобразования строк (столбцов) матрицы, которые являются элементарными:

а) умножение строки (столбца) на ненулевое число;

б) замена элементов строки (столбца) произвольными числами;

в) замена строки (столбца) суммой этой строки (столбца) и другой строки (столбца)

предварительно умноженной на некоторое число;

г) поменять местами две строки (два столбца);

д) замена строки (столбца) нулевой строкой (столбцом);

е) транспонирование матрицы;

5. Если матрица системы  $n$  уравнений квадратная и ее определитель не равен нулю, то система

1) не имеет решений

2) имеет единственное решение

3) имеет не более  $n$  решений

4) имеет ровно  $n$  решений

5) имеет бесконечно много решений

6. При решении системы по правилу Крамера используют формулы:

1)  $x_i = \frac{\Delta}{\Delta_i}$ ;

2)  $x_i = \Delta_i \cdot \Delta$ ;

3)  $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$ ;

4)  $x_i = \Delta - \Delta_i$ ;

$$5) x_i = \Delta + \Delta_i;$$

7. Если  $\mathbf{A} \cdot \vec{x} = \vec{b}$ , то

$$1) \vec{x} = \vec{b} / \mathbf{A};$$

$$2) \vec{x} = \vec{b} \cdot \mathbf{A};$$

$$3) \vec{x} = \mathbf{A} \cdot \vec{b}$$

$$4) \vec{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \vec{b}$$

$$5) \vec{x} = \vec{b} \cdot \mathbf{A}^{-1}$$

8. Укажите верное соответствие между различными видами уравнения прямой и их формой записи.

Форма записи		Уравнение прямой
1	$y - y_1 = k(x - x_1)$	Уравнение прямой с угловым коэффициентом $k$ .
2	$Ax + By + C = 0, A^2 + B^2 \neq 0$	Уравнение прямой, проходящей через точку $M_1(x_1, y_1)$ с заданным угловым коэффициентом $K$ .
3	$y = kx + b$	Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$ , если $x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$ .
4	$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$	Общее уравнение прямой.
5	$Ax + By + Cz = 0$	Уравнение прямой в отрезках.
6	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1; a, b \neq 0$	

9. Необходимое и достаточное условие параллельности прямых с угловыми коэффициентами  $k_1$  и  $k_2$ :

$$a) k_1 + k_2 = 0$$

$$b) k_1 = k_2$$

$$c) k_1 \cdot k_2 = +1$$

$$d) k_1 \cdot k_2 = -1$$

10. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности прямых с угловыми коэффициентами  $k_1$  и  $k_2$ :

a)  $k_1 = k_2$ ;

b)  $k_1 + k_2 = 1$ ;

c)  $k_2 = -\frac{1}{k_1}$ ;

d)  $k_1 + k_2 = -1$ ;

11. Расстояние  $d$  от точки  $M(x_0, y_0)$  до прямой  $Ax + By + C = 0$  вычисляется по формуле:

a)  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

b)  $d = \sqrt{Ax_0^2 + By_0^2 + C}$

c)  $d = |Ax_0^2 + By_0^2 + C|$

d)  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

12. Укажите уравнения прямых, параллельных прямой  $y = 3x + 7$ .

a)  $\frac{x}{3} + \frac{y}{9} = 1$

b)  $y = 3x - 27$

c)  $\frac{y}{9} - \frac{x}{3} = 1$

d)  $3x + 2y - 6 = 0$

e)  $6x - 2y + 13 = 0$

13. Укажите верное соответствие между кривыми второго порядка и их каноническими уравнениями.

1	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	окружность
2	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a \neq b$	эллипс
3	$x^2 + y^2 = R^2$	гипербола
4	$y^2 = 2px$	парабола

14. Уравнение второй степени

$Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, A^2 + C^2 \neq 0$  соответствует:

окружности, если	$D=E$
эллипсу, если	$A=C$
гиперболе, если	$A \neq C, A \cdot C > 0$
Параболе, если	$A=0$ или $C=0$
	$A \cdot C < 0$

15. Найти уравнение окружности, симметричной с окружностью  $x^2 + y^2 = 2x + 4y - 4$  относительно прямой  $x - y - 3 = 0$ , среди предложенных:

- 1)  $(x - 9)^2 + (y - 2)^2 = 1$ ;
- 2)  $(x - 1)^2 + (y + 6)^2 = 1$ ;
- 3)  $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 1$ ;

16. Составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки  $M\left(\frac{5}{2}; \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$  и  $N\left(-2; \frac{\sqrt{15}}{5}\right)$  и выбрать его среди предложенных:

- 1)  $\frac{x^2}{10} + y^2 = 1$ ;
- 2)  $x^2 + \frac{y^2}{10} = 1$ ;
- 3)  $x^2 + 10y^2 = 10$ ;
- 4)  $10x^2 + y^2 = 10$ .

17. Составить простейшее уравнение параболы, если известно, что фокус находится в точке пересечения прямой  $4x - 3y - 4 = 0$  с осью OX. Выбрать его из предложенных:

- 1)  $x^2 = 4y$ ;
- 2)  $x^2 = 16y$ ;
- 3)  $y^2 = 16x$ ;
- 4)  $y^2 = 4x$ .

18. Даны векторы  $\vec{a} = (-2; 3; 1)$  и  $\vec{b} = (1; 0; 2)$ . Укажите верное соответствие между операциями над векторами и их результатами.

$\vec{a} + \vec{b}$	(-7, 6, 4)
$\vec{a} - \vec{b}$	(-1, 3, 3)
$2\vec{a}$	(-3, 3, -1)
$2\vec{a} - 3\vec{b}$	(-1, 6, 8)
	(-4, 6, 2)

19. Вектор  $\vec{c} = (3; 4)$  разложен по векторам  $\vec{a} = (3; -1)$  и  $\vec{b} = (1; -2)$ . Выберите верное разложение:

- 1)  $\vec{c} = \vec{a} + 3\vec{b}$ ;

2)  $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ;

3)  $\vec{c} = 9\vec{a} - 6\vec{b}$ ;

4)  $\vec{c} = -2\vec{a} - \vec{b}$ ;

20. Векторным произведением двух векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется такой вектор  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$  удовлетворяющий условиям:

1)  $\vec{c} \perp \vec{a}$ ;  $\vec{c} \perp \vec{b}$ ;

2)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  в указанном порядке образуют левую тройку векторов;

3)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  в указанном порядке образуют правую тройку векторов;

4)  $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$ ;

5)  $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ ;

21. Длина векторного произведения векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  численно равна:

1) площади треугольника, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;

2) площади параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;

3) объему параллелепипеда;

4) объему тетраэдра;

22. Смешанным произведением трёх векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  называется число, обозначаемое  $abc$ , равное:

1)  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$

2)  $\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c}$

3)  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$

4)  $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$

23. Если плоскость задана уравнением  $Cz + D = 0$ , то она

1) параллельна оси Oy;

2) параллельна оси Oz;

3) параллельна плоскости xOz;

4) параллельна плоскости xOy;

5) проходит через начало координат;

24. Если для плоскостей  $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$  и  $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$  выполняется условие  $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ , то эти плоскости

1) перпендикулярны;



- 2) параллельны;
  - 3) совпадают;
  - 4) пересекаются в одной точке;
  - 5) проходят через начало координат;
25. Дана плоскость  $Ax + By + Cz = 0$ . Какая точка принадлежит этой плоскости?
- 1)  $(0;0;0)$ ;
  - 2)  $(A,B,C)$ ;
  - 3)  $(-A,-B,-C)$ ;
  - 4)  $(-C,-B,-A)$ ;
  - 5)  $(C,B,A)$ ;
26. Уравнение  $z = 0$  в пространстве задает
- 1) плоскость  $xOy$ ;
  - 2) плоскость  $yOz$ ;
  - 3) плоскость  $xOz$ ;
  - 4) ось  $Ox$ ;
  - 5) ось  $Oy$ ;
27. Если плоскость задана уравнением  $By + Cz + D = 0$ , то она
- 1) параллельна  $yOz$ ;
  - 2) параллельна оси  $Ox$ ;
  - 3) параллельна оси  $Oy$ ;
  - 4) параллельна оси  $Oz$ ;
  - 5) проходит через начало координат;

### Тест №2

1. Что называется функцией?
- 1) число;
  - 2) правило, по которому каждому значению аргумента  $x$  в соответствии соответствует одно и только одно значение функции  $y$ ;
  - 3) вектор;
  - 4) матрица;
  - 5) нет правильного ответа.
2. В каком случае можно определить обратную функцию?
- 1) когда каждый элемент имеет единственный прообраз;
  - 2) когда функция постоянна;

- 3) когда функция не определена;
- 4) когда функция многозначна;
- 5) нет правильного ответа.

3. Какая функция называется ограниченной?

- 1) обратная;
- 2) функция  $f(x)$  называется ограниченной, если  $m \leq f(x) \leq M$ ;
- 3) сложная;
- 4) функция  $f(x)$  называется ограниченной, если  $f(x) > 0$ ;
- 5) функция  $f(x)$  называется ограниченной, если  $f(x) \leq 0$ ;

4. Какая точка называется предельной точкой множества  $A$ ?

- 1) нулевая;
- 2) т.  $x_0$  называется предельной точкой множества  $A$ , если в любой окрестности точки  $x_0$  содержатся точки множества  $A$ , отличающиеся от  $x_0$ ;
- 3) не принадлежащая множеству  $A$ ;
- 4) нет правильного ответа;
- 5) лежащая на границе множества.

5. Предел последовательности рассматривается при условии:

- 1)  $0 < |x - x_0| < \delta$ ;
- 2)  $|x| > M$ ;
- 3)  $n \in \mathbb{N}, n > n_0$ ;
- 4)  $n \in \mathbb{N}, n < n_0$ ;
- 5)  $n \in \mathbb{N}, n \rightarrow 0$ ;

6. Является ли произведение бесконечно малой функции на функцию ограниченную, бесконечно малой функцией?

- 1) нет;
- 2) да;
- 3) иногда;
- 4) не всегда;
- 5) нет правильного ответа.

7. Является ли степенная функция непрерывной при любом положительном значении показателя степени?

- 1) нет;
- 2) да;
- 3) иногда;
- 4) при  $x > 1$ ;
- 5) нет правильного ответа.

8. Если  $f(x_0+0)=f(x_0-0)=L$ , но  $f(x_0) \neq L$ , какой разрыв имеет функция?

- 1) нет правильного ответа;
- 2) 2-го рода;
- 3) устранимый;
- 4) неустранимый;
- 5) функция непрерывна.

9. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  равно:

- 1) 0;
- 2) 1;
- 3) e;
- 4)  $\infty$ ;

10. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$  равно:

- 1) 0;
- 2) 1;
- 3) e;
- 4)  $\infty$ ;

11. Установить соответствие между функцией и её производной:

- 1) Производная периодической дифференцируемой функции;
- 2) Производная четной дифференцируемой функции;
- 3) Производная нечетной дифференцируемой функции;

12. Если функция в точке  $a$  имеет конечную производную, то уравнение касательной имеет вид

1)  $y = f(a) - f'(a)(x - a)$ ;

2)  $y = f(a) + \frac{1}{f'(a)}(x - a)$ ;

3)  $y = f(a) + f'(a)(x + a)$ ;

4)  $y = f(a) - \frac{1}{f'(a)}(x - a)$

5)  $y = f(a) + f'(a)(x - a)$ ;

6)  $y = f'(a) + f(a)(x - a)$ ;

13. Установите соответствие между функциями и их производными.

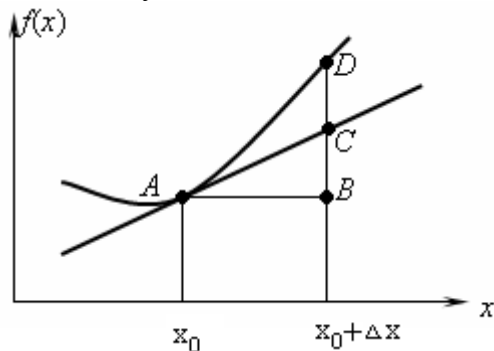
Функция		Производная	
1	$y = a^x$	1	$y' = \frac{1}{x \ln a}$
2	$y = \log_a x$	2	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
3	$y = \operatorname{tg} x$	3	$y' = a^x \ln a$

4	$y = \arcsin x$	4	$y' = -\frac{1}{1+x^2}$
5	$y = \operatorname{arctg} x$	5	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$

14. Непрерывность функции есть

- 1) необходимое;
  - 2) достаточное;
  - 3) необходимое и достаточное;
- условие для ее производной.

15. Дифференциалу функции  $y=f(x)$  в точке  $x=x_0$  на основании геометрического смысла соответствует



- 1) AB;
- 2) AC;
- 3) BC;
- 4) BD;
- 5) CD;

16. Выберите правильный порядок понятий

- 1) непрерывность  $\Rightarrow$  дифференцируемость  $\Rightarrow$  интегрируемость  $\Rightarrow$  ограниченность
- 2) дифференцируемость  $\Rightarrow$  ограниченность  $\Rightarrow$  интегрируемость  $\Rightarrow$  непрерывность
- 3) непрерывность  $\Rightarrow$  ограниченность  $\Rightarrow$  интегрируемость  $\Rightarrow$  дифференцируемость
- 4) дифференцируемость  $\Rightarrow$  непрерывность  $\Rightarrow$  интегрируемость  $\Rightarrow$  ограниченность
- 5) ограниченность  $\Rightarrow$  дифференцируемость  $\Rightarrow$  интегрируемость  $\Rightarrow$  непрерывность
- 6) ограниченность  $\Rightarrow$  непрерывность  $\Rightarrow$  интегрируемость  $\Rightarrow$  дифференцируемость

17. Если функция дифференцируема в точке  $x_0$ , то в точке  $x_0$  функция будет:

- 1) Иметь разрыв;
- 2) Иметь экстремум;
- 3) Непрерывна;
- 4) Выпуклость графика;
- 5) Иметь производную;
- 6) Бесконечно малой величиной;

18. Среди перечисленных выражений типами неопределенности являются:

- 1)  $1^\infty$ ;
- 2)  $\infty^\infty$ ;
- 3)  $0^0$ ;

4)  $\infty^0$ ;

19. Среди перечисленных примеров с помощью непосредственного применения правила Лопиталья можно решить

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{2x + \sin x}$

5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{1/x}$

6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x}{2x^2 - 3x}$

20. Равенство  $f(a) = f(b)$  является необходимым условием теоремы:

- 1) Коши
- 2) Ролля
- 3) Лагранжа
- 4) Лопиталья

21. Функция  $F(x)$  называется первообразной функции  $f(x)$  на некотором промежутке, если в каждой точке этого промежутка справедливо равенство

- 1)  $f'(x) = F(x)$ ;
- 2)  $\int F(x) dx = f(x) + c$ ;
- 3)  $F'(x) = f(x)$ ;
- 4)  $\int dF(x) = F(x)$ ;

22. Установите соответствие между неопределенными интегралами и соответствующей совокупностью первообразных

Первообразная		Интеграл	
1	$tgx + c, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	1	$\int x^n dx$
2	$\frac{a^{kx}}{k \ln a} + c, 0 < a \neq 1$	2	$\int a^{kx} dx$
3	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c, (n \neq -1)$	3	$\int \frac{dx}{ax+b}$
4	$\frac{1}{a} \ln ax + b  + c$	4	$\int \sin kx dx$
5	$\frac{1}{k} a^{kx} \ln a + c, 0 < a \neq 1$	5	$\int \frac{dx}{\cos^2 x}$
6	$-\frac{1}{k} \cos kx + c$		

23. Метод подстановки в интегрировании основан на следующем

утверждении:  $\int g(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x) dx = G(\varphi(x)) + c$  на некотором промежутке (a;b). Укажите какой должна быть функция  $\varphi(x)$  на промежутке (a;b).

- 1) непрерывная;
- 2) ограниченная;
- 3) монотонная;
- 4) интегрируемая;
- 5) дифференцируемая;

24. Выберите замену в интеграле  $\int (7 - 3x)^{21} dx$

- 1)  $t = 3x$ ;
- 2)  $t = 7 - 3x$ ;
- 3)  $t = (7 - 3x)^{21}$
- 4)  $t = \frac{1}{3}x$ ;

25. Если  $u=f(x)$  и  $v=\varphi(x)$

- 1) непрерывные;
- 2) непрерывно дифференцируемое;
- 3) монотонные;
- 4) элементарные;

функции, то справедливо равенство  $\int u dv = uv - \int v du$  называемое формулой интегрирования по частям.

26. Из предложенных интегралов выбрать те, в которых следует обозначить  $u=P_n(x)$  при интегрировании по частям:

- 1)  $\int P_n(x) \ln(x) dx$
- 2)  $\int P_n(x) e^{kx} dx$
- 3)  $\int P_n(x) \sin bxdx$
- 4)  $\int P_n(x) \arcsin x dx$
- 5)  $\int P_n(x) \cos kxdx$
- 6)  $\int P_n(x) a^{kx} dx$

27. Укажите верное соответствие между типами простейших дробей и приведенными примерами, где  $a, p, q, A, B$  - действительные числа,  $k \geq 2$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ,  $p^2 - 4q < 0$ .

Пример		Тип дробей	
1	$\frac{2x+1}{x^2-4x+3}$	1	I тип $\frac{A}{x-a}$
2	$\frac{7-2x}{(x^2+1)^2}$	2	II тип $\frac{A}{(x-a)^k}$
3	$\frac{24}{x^2-4x+4}$	3	II тип $\frac{Ax+B}{x^2+pz+q}$
4	$\frac{7-2x}{(x^2-1)^2}$	4	IV тип $\frac{Ax+B}{(x^2+pz+q)^k}$

5	$\frac{7}{x-35}$
6	$\frac{3x-2}{x^2+x+1}$

28. Теорема о среднем значении определенного интеграла: если функция  $y=f(x)$  непрерывна на  $[a; b]$ , то найдется хотя бы одна точка  $c \in [a; b]$ , в которой выполняется равенство

1)  $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$

2)  $\int_a^b f(x)dx = f'(c)(b-a)$

3)  $\int_a^b f(x)dx = \frac{f(c)}{b-a}$

4)  $\int_a^b f(x)dx = c(f(b) - f(a))$

29. Формула Ньютона-Лейбница  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$  справедлива, если

1)  $F'(x) = f(x)$

2)  $F(x)$  – непрерывна на  $[a; b]$ ;  $F'(x) = f(x)$

3)  $f(x)$  – непрерывна на  $[a; b]$ ;  $F'(x) = f(x)$

4)  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$

30. Укажите верное соответствие между функцией и ее свойством. Замена переменной в определенном интеграле может быть выполнена по формуле

$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$ , если  $f(x)$ ,  $\varphi(t)$  и  $\varphi'(t)$

являются

Функция		Свойство	
1	$f(x)$	1	непрерывная функция на $[\alpha; \beta]$ , где $a = \varphi(\alpha), b = \varphi(b)$
2	$\varphi(t)$	2	непрерывная функция на $[a; b]$
3	$\varphi'(t)$	3	монотонная и непрерывная функция на $[\alpha; \beta]$ , где $a = \varphi(\alpha), b = \varphi(b)$

### Тест №3

1. Статистический эксперимент заключается в бросании монеты до первого появления герба. Пространство элементарных исходов и общее число элементарных исходов представлены в ответе

а)  $\Omega = \{г, цг, ццг, \dots, цц.. цг\}$ , конечное;

б)  $\Omega = \{г, цг, \dots, цц.. цг, \dots\}$ , более, чем счётное;

в)  $\Omega = \{г, цг, \dots, ц.. цг, \dots\}$ , счётное;

г)  $\Omega = \{2, 22, \dots, 222\}$ , неизвестно.

2. Если  $A_1, A_2, \dots, A_n$  – полная группа попарно несовместных событий, то из аксиом Колмогорова следует

а)  $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) < P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ ;

б)  $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) > P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ ;

в)  $0 < P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) < 1$ ;

г)  $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$  и в частности, при  $n=2$   $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .

3. Геометрическое определение вероятности предполагает

а)  $\Omega$ -ограниченная  $k$ -мерная область с мерой  $0 < |\Omega| < \infty$ ;

элементарные исходы равновозможны, плотность распределения вероятностей

элементарных исходов  $P(\omega) = \frac{1}{|\Omega|}$  и  $P(A) = \int_{\omega \in A} P(\omega) d\omega = \frac{|A|}{|\Omega|}$ ;

б)  $\Omega$  - область, принадлежащая  $R^k$ ;

$P(A) = \int_{\omega \in A} P(\omega) d\omega$ , где  $P(\omega)$  – плотность распределения вероятностей элементарных исходов;

в)  $P(A) = \frac{k}{n}$ , где  $k$  – число элементарных исходов принадлежащих  $A$ ,  $n$  – число элементарных исходов, принадлежащих  $\Omega$ ;

г)  $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$ , где  $|A|$  - мера  $A$ ,  $|\Omega|$  - мера  $\Omega$ .

4.  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  - множество элементарных событий опыта.  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$ . Событие  $A+B$  равно

а)  $\{3, 6, 9\}$ ;

б)  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ;

в)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;

г)  $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ .

5. Из ящика, в котором 8 черных шаров и  $m$  белых, берется один шар наугад. Вероятность взять белый шар равна 0,8. Число шаров в ящике равно

а) 10;      б) 16;      в) 40;      г) 64.

6.  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$  - пространство элементарных событий.  $P_1=0,2$   $P_2=0,15$   $P_3=0,05$   $P_4=0,2$   $P_5=0,3$   $P_6$  – соответствующие вероятности. Вероятность события  $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_6\}$  равна

а) 0,3;      б) 0,25;      в) 0,35;      г) 0,45.

7.  $\Omega = \{x \in R : 1 \leq x \leq 4\}$  - пространство элементарных равновозможных событий.

$A = \{x \in \Omega : 2 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x \in \Omega : 2,4 \leq x \leq 3,6\}$ . Вероятность события  $P(AB)$  равна

а) 0,4;      б) 0,6;      в) 0,5;      г) 0,2.



8.  $\Omega = \{\omega_i, i = \overline{1,10}\}$  - пространство элементарных равновозможных исходов. Условная вероятность события  $A = \{\omega_3, \omega_4, \omega_6, \omega_7\}$  относительно события  $B = \{\omega_2, \omega_4, \omega_9, \omega_{10}\}$  равна

а) 0,8;      б) 0,25;      в) 1;      г) 0,5.

9. События  $A_1, A_2, \dots, A_n$  независимы в совокупности, если

а)  $P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2) \dots P(A_n)$ ;

б) для всякого  $k: 2 \leq k \leq n$  и для любого подмножества событий  $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}$  выполняется равенство  $P(A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k})$ ;

в)  $P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2 / A_1) \dots P(A_n / A_1 A_2 \dots A_{n-1})$ ;

г) для любого подмножества событий  $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}$  выполняется равенство  $P(A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k})$ .

10. Формулы Байеса справедливы при следующих допущениях

а) гипотезы  $H_1, H_2 \dots H_n$  попарно несовместны и образуют полную группу событий;

б) гипотезы  $H_1, H_2 \dots H_n$  - несовместны в совокупности;

в) гипотезы  $H_1, H_2 \dots H_n$  - попарно независимы;

г) гипотезы  $H_1, H_2 \dots H_n$  - независимы в совокупности.

11. Симметричная монета подбрасывается трижды. Вероятность того, что герб появится ровно 2 раза, равна

а) 0,5;      б) 0,375;      в) 0,25      г) 0,125.

12. В случае конечного или счетного пространства элементарных исходов  $\Omega$  случайной величиной называют

а) любую функцию  $\xi(\omega)$ , определенную на  $\Omega$  и принимающую значение на  $\Omega_\xi \subset R$ ;

б) только непрерывную функцию, определенную на  $\Omega$ ;

в) функцию, осуществляющую взаимно однозначное отображение  $\Omega$  на  $\Omega_\xi$ , где  $\Omega_\xi$  - подмножество множества действительных чисел;

г) рациональную функцию, определенную на  $\Omega$  и принимающую значение на  $\Omega_\xi \subset R$ .

13. Функция распределения 2-мерного случайного вектора  $F_{XY}(x, y)$ . Выражение для функции распределения 1-ой компоненты  $X$  приведено в ответе

а)  $F_X(x) = F_{XY}(x, -\infty)$ ;

б)  $F_X(x) = F_{XY}(x, 0)$ ;

в)  $F_X(x) = F_{XY}(x, +\infty)$ ;

г)  $F_X(x) = \sum_y F_{XY}(x, y)$ .

14. Плотность распределения вероятностей непрерывного 2-мерного случайного вектора задается функцией  $P_{XY}(x, y)$ . Вероятность попадания значений случайного вектора в область  $A$  приведена в

- а)  $P(\omega: (XY) \in A) = \iint_{R^2} P_{XY}(x, y) dx dy;$   
 б)  $P(\omega: (XY) \in A) = \iint_A P_{XY}(x, y) dx dy;$   
 в)  $P(\omega: (XY) \in A) = \max_{(x,y) \in A} P_{XY}(x, y) - \min_{(x,y) \in A} P_{XY}(x, y);$   
 г)  $P(\omega: (XY) \in A) = \sum_{(x,y) \in A} \sum P_{XY}(x, y).$

15. Дан закон распределения дискретной случайной величины  $\xi$

$x_i$	0	2	5	8	10
$p_i$	0,1	0,3	0,2	0,3	0,1

Значение функции распределения в точке  $x=8$  равно

- а) 0,3;      б) 0,6;      в) 0,2;      г) 0,7.

16. Случайная величина  $\xi$  равномерно распределена на  $[0;2]$ .  $P\{0,8 \leq \xi < 1,5\}$  равна

- а) 0,4;      б) 0,75;      в) 0,35;      г) 0,8.

17. Дан ряд распределения дискретной случайной величины  $\xi$

$x_i$	1	3	5	7	11
$p_i$	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2

Математическое ожидание функции  $\eta = 2\xi + 3$  равно

- а) 4,8;      б) 5;      в) 6;      г) 15.

18.  $\sum = \begin{pmatrix} 1 & 1,6 \\ 1,6 & 4 \end{pmatrix}$  - ковариационная матрица двумерного случайного вектора  $(\xi, \eta)$ .

$\rho_{\xi\eta}$  равен

- а) 0,4;      б) 0,8;      в) 0,1;      г) 0,6.

19. Случайная величина  $\xi$  имеет математическое ожидание  $M(\xi) = 8$  и дисперсию  $D(\xi) = 2$ .  $P(\alpha \leq \xi \leq 12)$  оценивается по неравенству Чебышева. Число  $\alpha$  равно

- а) 10;      б) 6;      в) 4;      г) 2.

### Критерии оценивания тестов

Процент правильных ответов	Количество баллов
60-100 %	зачтено
менее 60%	незачтено

### Перечень вопросов на зачёт

1. Определители третьего порядка. Свойства определителей (7 свойств).
2. Миноры и алгебраические дополнения. Теоремы разложения, аннулирования и замещения.
3. Решение систем линейных уравнений. Теорема Крамера.
4. Матрицы. Действия над матрицами.
5. Обратная матрица.

6. Системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Метод Гаусса.
7. Векторы. Действия над векторами.
8. Коллинеарные векторы. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов.
9. Компланарные векторы. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов.
10. Проекция вектора на ось.
11. Прямоугольные декартовы координаты в пространстве. Действия над векторами, заданными в координатной форме.
12. Скалярное произведение векторов, его свойства.
13. Линейная зависимость векторов.
14. Координаты на плоскости (декартовы и полярные). Основные задачи на декартовы координаты.
15. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
16. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
17. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
18. Кривые второго порядка. Окружность.
19. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса. Эксцентриситет, его влияние на форму эллипса.
20. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Асимптоты гиперболы.
21. Парабола. Каноническое уравнение параболы.
22. Плоскость в пространстве. Различные виды уравнений плоскости.
23. Расстояние от точки до плоскости.
24. Взаимное расположение двух плоскостей.
25. Различные виды уравнений прямой в пространстве.
26. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых в пространстве.
27. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
28. Множество действительных чисел. Свойство модуля действительного числа.
29. Величины постоянные и переменные.
30. Функция одной переменной: определение, область определения, график.
31. Простейшие функциональные зависимости (прямопропорциональная, линейная, обратнопропорциональная, квадратичная, синусоидальная).
32. Способы задания функции.
33. Понятие о неявной, обратной, сложной функции.
34. Элементарные функции, их свойства и графики.
35. Простейшие преобразования графика функции.
36. Предел функции. Определения, геометрический смысл, односторонние пределы.
37. Теорема о пределе постоянной. Связь предела и ограниченности.
38. Бесконечно малые величины и их свойства.
39. Бесконечно большие величины и их связь с бесконечно малыми величинами.
40. Теоремы о пределах суммы, произведения и частного функций.
41. Теорема о промежуточной функции.
42. Первый замечательный предел.
43. Второй замечательный предел.
44. Основные определения.
45. Точки разрыва I и II рода (примеры).
46. Простейшие свойства непрерывных функций.

### Критерии оценивания зачета:

Зачет проходит в письменно-устной форме опроса по вопросам из перечня. К зачету допускаются студенты с зачтенными контрольными работами.

Критерии оценивания ответов на вопросы зачета:

- «Зачтено» выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы, продемонстрировал знание терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент отвечает на дополнительные вопросы. При ответе могут быть допущены небольшие неточности.

- «Не зачтено» выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущены существенные ошибки в толковании основных понятий, заметны пробелы в знании основных методов или ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

### Перечень вопросов к экзамену

78. Дифференциал функции, его геометрический и физический смысл.
79. Связь дифференциала с производной. Дифференциал независимой переменной.
80. Свойства дифференциала.
81. Дифференциалы высших порядков.
82. Теорема Лагранжа и следствия к ней.
83. Теорема Ролля.
84. Теорема Коши.
85. Правило Лопиталя.
86. Формула Тейлора для многочлена.
87. Формула Тейлора для функции. Формулы Тейлора для некоторых элементарных функций.
88. Признаки постоянства, возрастания и убывания функций.
89. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточные условия экстремума.
90. Выпуклость и вогнутость графика функции.
91. Точки перегиба графика функции.
92. Асимптоты.
93. Общая схема исследования функции и построение графиков.
94. Наибольшее и наименьшее значения функции.
95. Первообразная и её основное свойство.
96. Неопределённый интеграл и его основные свойства.
97. Таблица неопределённых интегралов. Независимость вида неопределённого интеграла от выбора аргумента.
98. Основные методы интегрирования: метод разложения, метод подстановки (замены переменной), метод интегрирования по частям.
99. Интегрирование рациональных дробей с квадратичным знаменателем.
100. Интегрирование рациональных дробей (метод неопределённых коэффициентов).
101. Интегрирование тригонометрических функций.
102. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
103. Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определённого интеграла, его геометрический смысл.
104. Свойства определённых интегралов.
105. Теорема о среднем.

106. Интеграл с переменным верхним пределом.
107. Связь между определённым и неопределённым интегралом. Формула Ньютона – Лейбница.
108. Замена переменной в определённом интеграле.
109. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
110. Приближённое вычисление определённых интегралов (формула трапеций).
111. Несобственные интегралы I и II рода. Сходимость несобственных интегралов. Признак сравнения несобственных интегралов.
112. Площадь плоской фигуры.
113. Длина дуги кривой.
114. Вычисление объёма тела по известным поперечным сечениям.
115. Объём тела вращения.
116. Площадь поверхности вращения.
117. Работа переменной силы.
118. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
119. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.
120. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
121. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка (метод Бернулли).
122. Уравнение Бернулли.
123. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений n-го порядка.
124. Уравнения, допускающие понижение порядка.
125. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-го порядка. Линейная зависимость и линейная независимость функций.
126. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка.
127. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка (теорема о структуре решения).
128. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
129. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.

**Образец экзаменационного билета:**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультета наук о Земле и туризма

Кафедра дифференциальных уравнений

Экзамен по дисциплине «Математика»  
2021-2022 учебный год

Экзаменационный билет №1

3. Теорема Лагранжа и следствия к ней.
4. Таблица неопределённых интегралов. Независимость вида неопределённого интеграла от выбора аргумента.

Заведующий кафедрой  
дифференциальных уравнений

Юмагулов М.Г.

### **Критерии оценивания экзамена**

- Оценка 5 выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- Оценка 4 выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- Оценка 3 выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- Оценка неудовлетворительно выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Гусак А.А. Высшая математика: В 2 т. Т.1. Учеб. Для студентов вузов. – 6-е изд. - Мн.: ТетраСистемс, - 2007. - 544с. (БашГУ, абонемент №2 – 2 шт., абонемент № 6 – 53 шт.)
2. Гусак А.А. Высшая математика: В 2 т. Т.2. Учеб. Для студентов вузов. – 6-е изд. - Мн.: ТетраСистемс, - 2007. - 448с. (БашГУ, абонемент №2 – 4 шт., абонемент № 6 – 52 шт.)
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике - 14-е изд., - ФИЗМАТЛИТ - 2004 г., - 336 с. (БашГУ, абонемент №2 – 80 шт., абонемент № 3 – 96 шт., абонемент № 8 – 61 шт., абонемент № 9 – 5 шт., читальный зал № 2 – 5 шт.)
4. Методические указания по математике для студентов 1 курса географического факультета [Электронный ресурс] / Башкирский государственный университет; сост. Г.К. Галина; Г.А. Игнатьева; В.В. Николаенко. — Уфа, 2013. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:[https://elib.bashedu.ru/dl/corp/Galina i dr\\_metod.yk. po matem dlya studentov1 kursa geograf.fakulteta\\_ch.1\\_Ufa\\_2013.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/corp/Galina_i_dr_metod.yk_po_matem_dlya_studentov1_kursa_geograf.fakulteta_ch.1_Ufa_2013.pdf)>.
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика, 10-е изд. перераб. и доп. – М: Юрайт. – 2010, 479 с. (БашГУ, абонемент №2 – 10 шт., абонемент № 3 – 95 шт., читальный зал № 5 – 3 шт.)

#### Дополнительная литература:

6. Шипачев В.Е. Высшая математика : учебник для вузов— 6-е изд. — М. : Высшая школа, 2003 .— 479 с. (БашГУ, абонемент №2 – 4 шт., абонемент № 3 – 186 шт., абонемент № 9 – 14 шт., читальный зал № 2 – 1 шт., читальный зал № 5 – 1 шт.)
7. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Учеб. пособие для вузов/ П.Е.Данко, А.Г.Попов, Т.Я.Кожевникова. - 6-е изд. – М.: Издательский дом «ОНИКС 21 век»: Мир и Образование, 2003.- 304 с.(ч.1) (БашГУ, абонемент №2 – 5 шт., абонемент № 6 – 1 шт., абонемент № 7 – 178 шт.); 2003.- 416 с.(ч.2) (БашГУ, абонемент №2 – 2 шт., абонемент № 6 – 2 шт., абонемент № 7 – 179 шт.)
8. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятности и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов.- 11-е изд., доп. –М.: Юрайт, 2010.- 404 с. (БашГУ, абонемент №2 – 6 шт., абонемент № 3 – 94 шт., абонемент № 6 – 20 шт., читальный зал № 5 – 3 шт.)

### 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронная библиотечная система «ЭБ БашГУ» - <https://elib.bashedu.ru/>
2. Электронная библиотечная система издательства «Лань» - <https://e.lanbook.com/>
3. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» - <https://biblioclub.ru/>
4. Научная электронная библиотека - elibrary.ru (доступ к электронным научным журналам) - [https://elibrary.ru/projects/subscription/rus\\_titles\\_open.asp](https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp)
5. Электронный каталог Библиотеки БашГУ - <http://www.bashlib.ru/catalogi/>

6. Электронная библиотека диссертаций РГБ - <http://diss.rsl.ru/>
7. Государственная публичная научно-техническая библиотека России. База данных международных индексов научного цитирования SCOPUS - <http://www.gpntb.ru>.
8. Государственная публичная научно-техническая библиотека России. База данных международных индексов научного цитирования Web of Science - <http://www.gpntb.ru>

**Программное обеспечение:**

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор №104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор №114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.



**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p><b>1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> Аудитория № 715И</p>	<p>Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, доска, мультимедийные проекторы BenQ MS527, BenQ MS504, Dexp DL-100, экраны CactusTriscreenCS-PST-124*221 напольный белый, APOLLOSAM-1105. 213*213, ноутбук Acer ES1-420-33VJ.</p>	
<p><b>2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> Аудитория № 715И</p>	<p>Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, доска, мультимедийные проекторы BenQ MS527, BenQ MS504, Dexp DL-100, экраны CactusTriscreenCS-PST-124*221 напольный белый, APOLLOSAM-1105. 213*213, ноутбук Acer ES1-420-33VJ.</p>	
<p><b>3. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> Аудитория № 715И</p>	<p>Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, доска, мультимедийные проекторы BenQ MS527, BenQ MS504, Dexp DL-100, экраны CactusTriscreenCS-PST-124*221 напольный белый, APOLLOSAM-1105. 213*213, ноутбук Acer ES1-420-33VJ.</p>	
<p><b>4. Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> Аудитория № 715И</p>	<p>Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, доска, мультимедийные проекторы BenQ MS527, BenQ MS504, Dexp DL-100, экраны CactusTriscreenCS-PST-124*221 напольный белый, APOLLOSAM-1105. 213*213, ноутбук Acer ES1-420-33VJ.</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 263 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</p>
<p><b>5. Помещения для самостоятельной работы:</b> Аудитория № 713И</p> <p>Абонемент №8 (читальный зал)</p>	<p>Учебная мебель, доска, персональные компьютеры: Процессор Thermaltake, Intel Core 2 Duo Монитор Acer AL1916W , Window Vista Мышь Logitech (4шт.), Монитор 19" LG L1919S BF Black (LCD&lt;TFT,8ms, 280*1024,250кд/м,1400:1,4:3 D-Sub), Процессор InWin, Intel Core 2 Duo, Монитор Flatron 700, Процессор «Калмас», Монитор SamsungMJ17ASKN/EDC, Процессор «IntelInsidePentium 4», клавиатура (4 шт.)</p> <p>Учебная мебель, компьютеры в сборе (системный блок Powercool\Ryzen 3 2200G (3.5)\ 8Gb\ A320M \HDD 1Tb\ DVD-RW\450W\ Win10 Pro\ Кл-па USB\ Мышь USB\ LCD Монитор 21,5"- 3 шт.)</p>	

--	--	--