

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНЖЕНЕРНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ

Утверждено:

на заседании кафедры ТМО протокол от 20 апрель
2022 г. №8

Зав. кафедрой  / Юминов И.П.

Согласовано:

Председатель УМК факультета


/ Баннова А.В.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина

Метод конечных элементов

Б1.В.03 Часть, формируемая участниками образовательных отношений

программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)

15.03.02 «Технологические машины и оборудование»

Направленность (профиль) подготовки

Нефтегазопромысловое оборудование и оборудование нефтегазопереработки

Квалификация

бакалавр

Разработчик (составитель) <u>старший преподаватель</u> (должность, ученая степень, ученое звание)	 /Лобанов М.А. (подпись, Фамилия И.О.)
<u>ассистент</u>	 / Л.Р. Гулемова (подпись, Фамилия И.О.)

Для приема: 2022

Уфа 2022 г.

Составитель / составители: старший преподаватель Лобанов М.А.



Ассистент Гулимова Л.Р.



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры: протокол от 20
апрель 2022 г. №8

Заведующий кафедрой



/ Юминов И.П.

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
-	ПК-2 Способен разрабатывать с использованием систем автоматизированного проектирования (САД-системы) и систем автоматизированной технологической подготовки производства (САРР-системы) технологических процессов изготовления машиностроительных изделий низкой сложности	ПК-2.1 Знает современные САД-системы, их функциональные возможности для проектирования геометрических 2D- и 3D-моделей машиностроительных изделий низкой сложности	Знает способы создания и оптимизации конструкции деталей машин и аппаратов нефтегазопромысловый и нефтегазоперерабатывающей отраслей промышленности с применением современных САД-систем.
		ПК-2.2 Умеет использовать САД-системы для выявления нетехнологичных элементов конструкции машиностроительных изделий низкой сложности	Умеет выполнять расчеты деталей машин и аппаратов нефтегазопромысловый и нефтегазоперерабатывающей отраслей промышленности методом конечных элементов в современных САПР (САД и САЕ системы).
		ПК-2.3 Владеет навыками разработки с применением САД-систем предложений по изменению конструкции машиностроительных изделий низкой сложности с целью повышения их технологичности	Владеет навыками проектирования, модернизации и разработки технологии изготовления деталей машин и аппаратов нефтегазопромысловый и нефтегазоперерабатывающей отраслей промышленности методом конечных элементов в современных САПР (САД, САЕ и САРР системы).

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Метод конечных элементов» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 6 семестре для очной формы обучения, на 3 курсе в летнюю сессию для заочной формы обучения, на 4 курсе в 7 семестре для очно-заочной формы обучения.

Целью учебной дисциплины «Метод конечных элементов» является изучение основ современных высокотехнологичных методов расчетов инженерных конструкций.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

ПК-2 Способен разрабатывать с использованием систем автоматизированного проектирования (CAD-системы) и систем автоматизированной технологической подготовки производства (CAPP-системы) технологических процессов изготовления машиностроительных изделий низкой сложности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ПК-2.1 Знает современные CAD-системы, их функциональные возможности для проектирования геометрических 2D- и 3D-моделей машиностроительных изделий низкой сложности	Знает способы создания и оптимизации и конструкции и деталей машин и аппаратов нефтегазопромыслов и нефтегазоперерабатывающей отраслей промышленности с	Не знает современные CAD-системы проектирования, не знает детали машин и аппаратов в соответствующей сфере промышленности или разбирается на недостаточном	Знает базовые узлы и детали современных машин и аппаратов, фрагментировано знает функционал и задачи современных CAD-систем.	Знает базовые узлы и детали современных машин и аппаратов, предназначение, функционал оборудования, знает основные функции CAD-систем	Знает все основные узлы и детали современных машин и аппаратов, предназначение, функционал оборудования, знает способы расчета и оптимизации и конструкции данных узлов и деталей в современных

	применение м современны х САД- систем.	уровне.			х САД- системах.
ПК-2.2 Умеет использовать САД- системы для выявления нетехнологи чных элементов конструкции машиностро ительных изделий низкой сложности	Умеет выполнять расчеты деталей машин и аппаратов нефтегазопр омысловой и нефтегазопе рерабатыва ющей отраслей промышлен ности методом конечных элементов в современны х САПР (САД и САЕ системы).	Не умеет выполнять расчеты методом конечных элементов	Умеет выполнять расчеты методом конечных элементов несложных деталей без привязки к конкретным машинам и аппаратам нефтегазопр омысловой и нефтегазопе рерабатыва ющей отраслей промышлен ности	Умеет выполнять расчеты методом конечных элементов деталей и сборочных узлов машин и аппаратов нефтегазопр омысловой и нефтегазопе рерабатыва ющей отраслей промышлен ности	Умеет выполнять расчеты методом конечных элементов деталей и сборочных узлов машин и аппаратов нефтегазопр омысловой и нефтегазопе рерабатыва ющей отраслей промышлен ности любой сложности в современны х САПР
ПК-2.3 Владеет навыками разработки с применением САД-систем предложений по изменению конструкции машинострои тельных изделий низкой сложности с целью повышения их технологично сти	Владеет навыками проектирова ния, модернизац ии и разработки технологии изготовлени я деталей машин и аппаратов нефтегазопр омысловой и нефтегазопе рерабатыва ющей отраслей	Не способен к проектиро ванию новых деталей	Способен проектирова ть существующ ие несложные детали с оценкой их производит ельности и прочности в современны х САД и САЕ системах.	Способен проектирова ть и разрабатыва ть способы изготовлени я на существующ ие детали обычной сложности с оценкой их производит ельности и прочности в современны х САД, САЕ и САПР системах.	Способен проектирова ть и разрабатыва ть способы изготовлени я на существующ ие и нестандартн ые детали повышенной сложности с оценкой их производит ельности и прочности в современны х САД, САЕ и САПР системах.

	промышленности методом конечных элементов в современных САПР (CAD, CAE и CAPP системы).				
--	---	--	--	--	--

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ПК-2.1 Знает современные САД-системы, их функциональные возможности для проектирования геометрических 2D- и 3D-моделей машиностроительных изделий низкой сложности	Знает способы создания и оптимизации конструкции деталей машин и аппаратов нефтегазопромысловой и нефтегазоперерабатывающей отраслей промышленности с применением современных САД-систем.	Компьютерное тестирование, реферат
ПК-2.2 Умеет использовать САД-системы для выявления нетехнологичных элементов конструкции машиностроительных изделий низкой сложности	Умеет выполнять расчеты деталей машин и аппаратов нефтегазопромысловой и нефтегазоперерабатывающей отраслей промышленности методом конечных элементов в современных САПР (САД и САЕ системы).	Контрольная работа
ПК-2.3 Владеет навыками разработки с применением САД-систем предложений по изменению конструкции машиностроительных изделий низкой сложности с целью повышения их	Владеет навыками проектирования, модернизации и разработки технологии изготовления деталей машин и аппаратов нефтегазопромысловой и нефтегазоперерабатывающей	Контрольная работа

технологичности	отраслей промышленности методом конечных элементов в современных САПР (CAD, CAE и CAPP системы).	
-----------------	---	--

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена*:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета:

Билет состоит из двух вопросов и одной задачи для письменного решения.

Перечень вопросов для экзамена:

1. Основная концепция метода конечных элементов.
2. Построение матриц элементов.
3. Разбиение области на элементы.
4. Регулярная и нерегулярная сетка.
5. Квадратичные и кубические элементы.
6. Функции формы для элементов высокого порядка.
7. Преобразования координат.
8. Определение узловых точек и элементов.
9. Преобразования координат.
10. Нумерация узлов.
11. Свойства интерполяционного полинома.
12. Типы конечных элементов.
13. Уравнение переноса тепла.
14. Классификация конечных элементов.
15. Двумерный случай течения грунтовых вод.
16. Типы конечных элементов.
17. Двумерный симплекс-элемент.
18. Одномерный симплекс-элемент.
19. Напряжения в элементах.
20. Трехмерный симплекс-элемент.
21. Двумерные задачи теории упругости.
22. Интерполирование векторных величин.
23. Трехмерные задачи теории упругости.
24. Местная система координат.
25. Вычисление производных функций формы.

26. Трехмерный случай переноса тепла.
27. L – координаты
28. Одномерный случай переноса тепла.
29. Теория упругости. Одномерный случай.
30. Преобразования координат. Матрица Якоби.
31. Уравнение переноса тепла.
32. Осесимметричные задачи теории упругости.
33. Двумерный перенос тепла.
34. Применение квадратичного элемента.
35. Безвихревое течение идеальной жидкости.
36. Применение численного интегрирования при определении матриц элемента.
37. Естественная система координат.
38. Линейный четырехугольный элемент.
39. Составление матриц элементов.
40. Квадратичные и кубические четырехугольные элементы.
41. Общая теория кручения стержня.
42. Тетраэдральные элементы.
43. Уравнение переноса тепла.
44. Осесимметричные задачи теории упругости.
45. Местная система координат.
46. Вычисление производных функций формы.
47. Интерполирование векторных величин.
48. Трехмерные задачи теории упругости.
49. Трехмерный симплекс-элемент.
50. Двумерные задачи теории упругости.

Образец экзаменационного билета:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Башкирский государственный университет»

Инженерный факультет

Кафедра «Технологические машины и оборудование»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

По учебной дисциплине «Метод конечных элементов»

Направление: 15.03.02 – Технологические машины и оборудование

Профиль: Нефтегазопромысловое оборудование и оборудование нефтегазопереработки

1. Одномерный симплекс-элемент.
2. Напряжения в элементах.
3. Задача.

Утверждено на заседании кафедры _____, протокол № ____
(дата)

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (Ф.И.О.)

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все

дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **0-10 баллов** выставляется студенту, если он отказался от ответа или не смог ответить на вопросы билета, ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Вопросы для семинаров

Тема 1. Основные понятия и определения

1. Основная концепция метода конечных элементов.
2. Разбиение области на элементы.
3. Определение узловых точек и элементов.
4. Нумерация узлов.
5. Типы конечных элементов.

Тема 2. Конечный элемент. Матрица жесткости конечного элемента

1. Классификация конечных элементов.
2. Одномерный симплекс-элемент.
3. Двумерный симплекс-элемент.
4. Трехмерный симплекс-элемент.
5. Интерполирование векторных величин.

Тема 3. Преобразование матрицы жесткости при переходе от одной системы координат к другой

1. Общая теория кручения стержня.
2. Построение матриц элементов.
3. Стандартные результаты элемента.
4. Согласованные результаты элемента.
5. L – координаты.

Тема 4. Пример построения матрицы жесткости элемента

1. Уравнение переноса тепла.
2. Одномерный случай переноса тепла.
3. Двумерный перенос тепла.
4. Трехмерный случай переноса тепла.
5. Преобразования координат.

Тема 5. Формирование и решение системы уравнений МКЭ.

Определение внутренних усилий в элементах

1. Квадратичные и кубические элементы.
2. Применение квадратичного элемента.

3. Естественная система координат.
4. Преобразования координат. Матрица Якоби.
5. Применение численного интегрирования при определении матриц элемента.

Тема 6. Примеры расчетов механических систем методом конечных элементов

1. Теория упругости.
2. Одномерный случай.
3. Напряжения в элементах.
4. Двумерные задачи теории упругости.
5. Трехмерные задачи теории упругости.

Критерии оценки (в баллах):

- 1 балл выставляется студенту, если студент участвовал в одном вопросе;
- 2 балла выставляется студенту, если студент участвовал в двух вопросах;
- 3 баллов выставляется студенту, если студент затронул все темы.

Задания для контрольной работы

Описание контрольной работы:

Задача – Расчет стержня на растяжение-сжатие

Для заданной расчетной схемы бруса, используя метод конечных элементов, требуется определить:

- узловые перемещения;
- реакции в опорах;
- напряжения в конечных элементах.

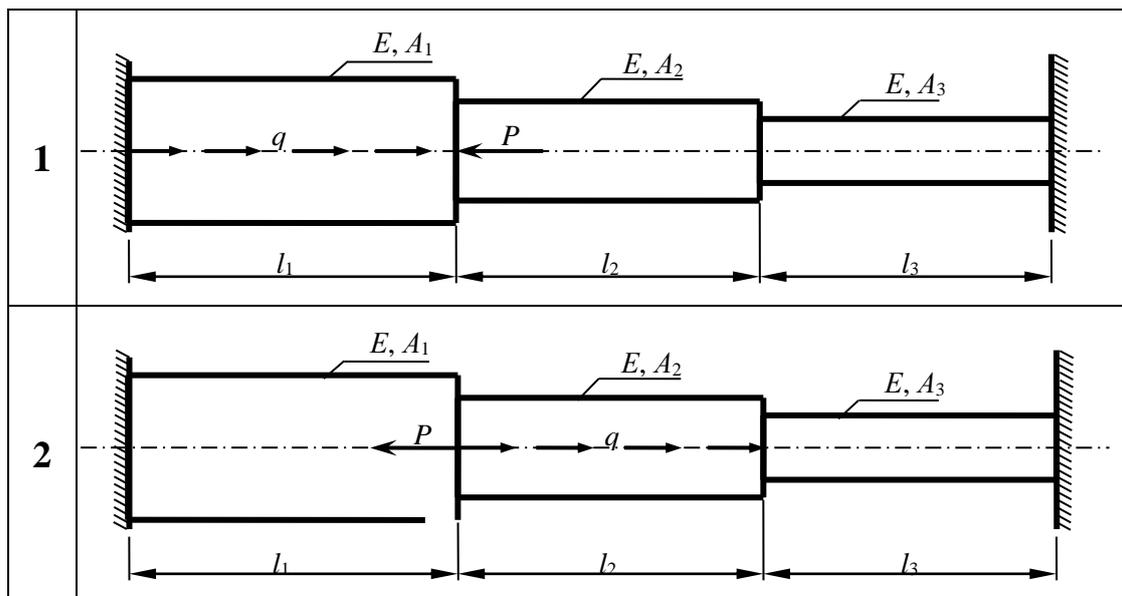
Модуль упругости принять $E=2 \cdot 10^5$ МПа.

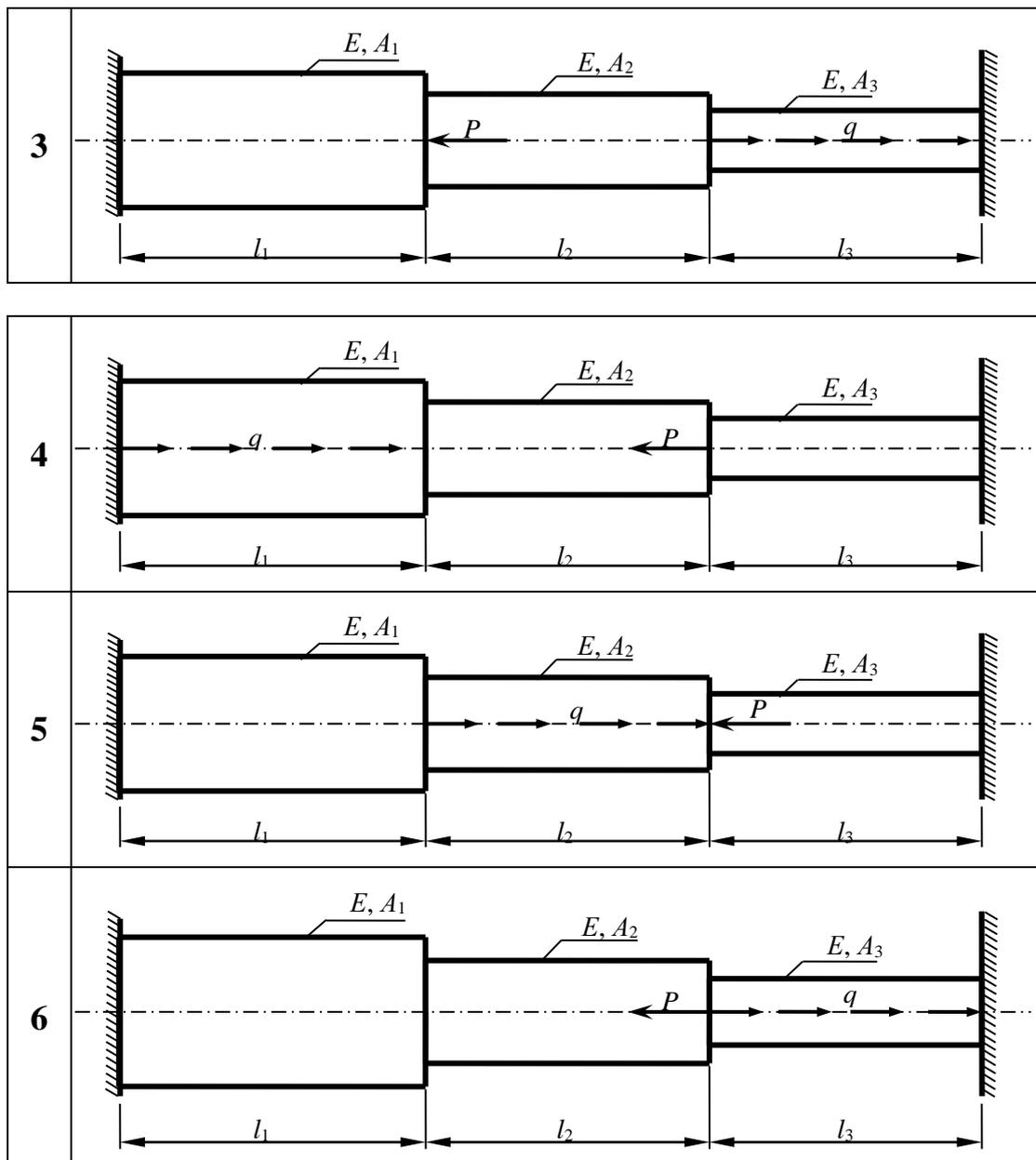
ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

№ п/п	Номер схемы	Площади сечений участков, см ²			Длины участков, дм			Нагрузка	
		A ₁	A ₂	A ₃	l ₁	l ₂	l ₃	P, кН	q, кН/м
1	1	3,0	1,5	0,6	1,5	2,0	1,5	5	2
2	2	3,4	1,6	1,0	2,0	3,0	2,5	6	3
3	3	3,6	1,7	1,4	2,5	4,0	3,5	7	4
4	4	3,8	1,8	1,8	3,0	1,0	4,5	8	5
5	5	4,0	1,9	2,2	3,5	2,0	1,5	9	6
6	6	4,2	2,0	2,4	4,0	3,0	2,5	10	7
7	1	4,4	2,1	2,8	1,5	4,0	3,5	11	8
8	2	4,6	2,2	3,2	2,0	1,0	4,5	12	7
9	3	4,8	2,3	0,8	2,5	1,5	1,0	13	6
10	4	5,0	2,4	1,2	3,0	2,5	2,0	14	5
11	5	5,2	2,5	1,6	3,5	3,5	3,0	15	4
12	6	5,4	2,6	2,0	4,0	1,0	2,5	16	3
13	1	5,6	2,7	2,4	2,0	1,5	2,5	5	2
14	2	5,8	2,8	2,8	2,0	2,5	3,5	6	2
15	3	6,0	2,9	3,2	2,5	3,5	4,5	7	3
16	4	3,0	2,2	0,6	3,0	1,0	1,5	8	4
17	5	3,4	2,3	1,0	3,5	1,5	2,5	9	5

18	6	3,6	2,4	1,4	4,0	2,5	3,5	10	6
19	1	3,8	2,5	1,8	1,5	3,5	4,5	11	7
20	2	4,0	2,6	2,2	2,0	1,0	1,0	12	6
21	3	4,2	2,7	2,6	2,5	1,0	2,0	13	5
22	4	4,4	2,8	3,0	3,0	2,0	3,0	14	4
23	5	4,6	2,9	0,8	3,5	3,0	2,5	15	3
24	6	4,8	1,5	0,4	4,0	4,0	3,5	16	2
25	1	5,0	1,6	0,6	1,5	3,5	1,0	10	4
26	2	5,2	1,7	3,2	2,0	4,0	1,5	12	8
27	3	5,4	1,8	2,2	2,5	3,5	2,0	14	6
28	4	5,6	1,9	1,2	3,0	2,5	3,0	16	10
29	5	5,8	2,0	1,0	3,5	2,0	2,5	8	10
30	6	6,0	2,1	0,5	1,0	1,5	3,5	10	6
31	1	5,2	1,7	0,8	2,5	1,5	2,5	5	2
32	2	5,4	1,8	1,2	3,0	2,5	3,5	6	2
33	3	5,6	1,9	1,6	3,5	3,5	4,5	7	3
34	4	5,8	2,0	2,0	4,0	1,0	1,5	8	4
35	5	4,0	1,9	2,2	3,5	2,0	1,5	9	6
36	6	4,2	2,0	2,4	4,0	3,0	2,5	10	7
37	1	4,4	2,1	2,8	1,5	4,0	3,5	11	8
38	2	4,6	2,2	3,2	2,0	1,0	4,5	12	7
39	3	4,8	2,3	0,8	2,5	1,5	1,0	13	6
40	5	5,2	2,5	1,6	3,5	3,5	3,0	15	4
41	6	5,4	2,6	2,0	4,0	1,0	2,5	16	3
42	1	5,6	2,7	2,4	2,0	1,5	2,5	5	2
43	3	6,0	2,9	3,2	2,5	3,5	4,5	7	3
44	4	3,0	2,2	0,6	3,0	1,0	1,5	8	4
45	3	6,0	2,9	3,2	2,5	3,5	4,5	7	3

ВАРИАНТЫ СХЕМ





ПРИМЕР РАСЧЕТА

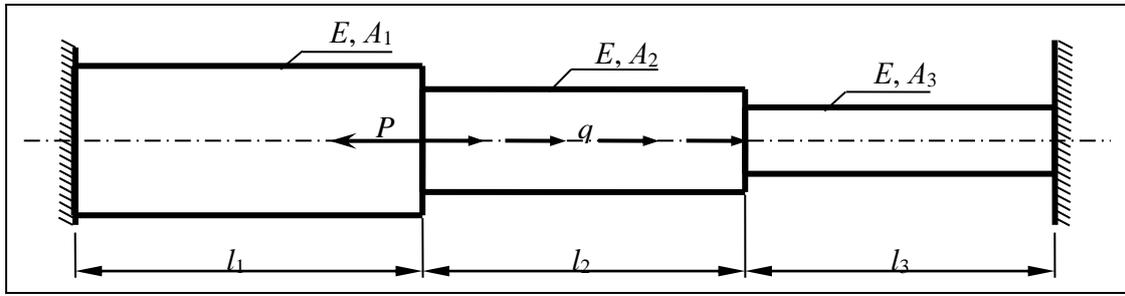
Для заданной расчетной схемы бруса, используя метод конечных элементов, требуется определить: узловые перемещения; реакции в опорах; напряжения в конечных элементах.

Модуль упругости принять $E=2 \cdot 10^5$ МПа.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Площади сечений участков, см ²			Длины участков, м			Нагрузка	
A_1	A_2	A_3	l_1	l_2	l_3	P , кН	q , кН/м
34	16	10	2,0	3,0	2,5	6	3

ВАРИАНТ СХЕМЫ



Пример варианта контрольной работы:

Решение

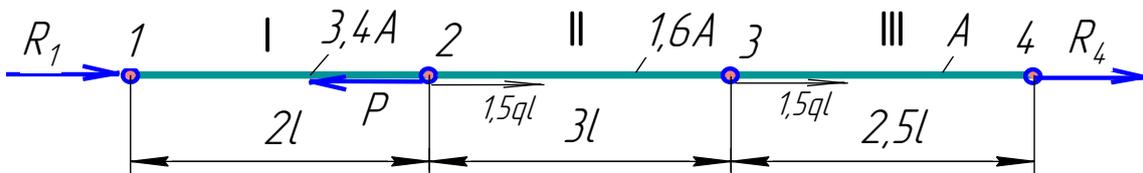
Выполним некоторые подготовительные операции.

Пусть $A=10\text{см}^2$, $l=1\text{м}$, тогда, $A_1=3,4A$; $A_2=1,6A$; $A_3=A$; $l_1=2l$; $l_2=3l$; $l_3=2,5l$.

Заданную нагрузку преобразуем следующим образом:

- 1) в опорах действуют реакции R_1 и R_4 , которые тоже являются внешними силами;
- 2) распределенная нагрузка действует на длине одного элемента, однако МКЭ учитывает только нагрузку, приложенную в узлах, поэтому, всю нагрузку q следует равномерно распределить по узлам этого элемента.

Составим конечно-элементную расчетную схему, на которой обозначим: (I, II, III) – конечные элементы, (1, 2, 3, 4) – узлы, (R_1 , R_4) – неизвестные реакции в опорах.



1 Составление матриц жесткости конечных элементов

В общем виде матрица жесткости для стержневого i -гоконечного элемента имеет вид:

$$k_i = \frac{E \cdot A_i}{l_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix},$$

где E – модуль упругости; A_i – площадь поперечного сечения элемента;
 l_i – длина элемента.

Элемент 1 (1-2)

$$k_1 = \frac{E \cdot 3,4A}{2l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1,7 & -1,7 \\ -1,7 & 1,7 \end{bmatrix}.$$

Цифры над коэффициентами в матрице жесткости называют адресами. Они определяют место коэффициентов в общей матрице жесткости всей системы (первая цифра – номер строки, вторая – номер столбца). Адреса проставляют в зависимости от номеров узлов, которые соединяет элемент.

Элемент 2 (2-3)

$$k_2 = \frac{E \cdot 1,6A}{3l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 0,53 & -0,53 \\ -0,53 & 0,53 \end{bmatrix}.$$

Элемент 3 (3-4)

$$k_3 = \frac{E \cdot A}{2,5l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 0,4 & -0,4 \\ -0,4 & 0,4 \end{bmatrix}.$$

2 Составление общей матрицы жесткости

Используя адреса, объединим составленные матрицы жесткости отдельных элементов в общую матрицу жесткости (при совпадении адресов коэффициенты складываются). Пустые ячейки заполняются нулями.

$$K = \frac{E \cdot A}{l} \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1,7 & -1,7 & 0 & 0 \\ -1,7 & 2,23 & -0,53 & 0 \\ 0 & -0,53 & 0,93 & -0,4 \\ 0 & 0 & -0,4 & 0,4 \end{bmatrix}.$$

Правильно составленная матрица жесткости должна быть симметричной относительно главной диагонали.

3 Составление уравнения равновесия системы

Уравнение равновесия имеет вид:

$$K \cdot \mathbf{u} = \mathbf{F},$$

где \mathbf{u} – вектор перемещений узлов; \mathbf{F} – вектор внешних нагрузок, приложенных к каждому узлу.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \\ u_3 \\ 0 \end{bmatrix},$$

т.к. 1-й и 4-й узлы находятся в опорах и их перемещения равны нулю.

$$\text{Вектор внешних нагрузок равен: } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ -P + 1,5ql \\ 1,5ql \\ R_4 \end{bmatrix}.$$

Окончательно уравнение равновесия примет вид:

$$\frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1,7 & -1,7 & 0 & 0 \\ -1,7 & 2,23 & -0,53 & 0 \\ 0 & -0,53 & 0,93 & -0,4 \\ 0 & 0 & -0,4 & 0,4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \\ u_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ -P + 1,5ql \\ 1,5ql \\ R_4 \end{bmatrix}.$$

4 Определение неизвестных перемещений узлов

Поскольку перемещение первого и четвертого узлов равны нулю, можно вычеркнуть соответствующие строчки и столбцы матрицы жесткости, в результате чего последнее матрично-векторное уравнение примет вид

$$\frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 2,23 & -0,53 \\ -0,53 & 0,93 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P + 1,5ql \\ 1,5ql \end{bmatrix}.$$

Или в виде системы:

$$\begin{cases} \frac{EA}{l} (2,23u_2 - 0,53u_3) = -P + 1,5ql; \\ \frac{EA}{l} (-0,53u_2 + 0,93u_3) = 1,5ql. \end{cases}$$

Умножим второе уравнение на 4,2 и сложим уравнения системы, тогда

$$-0,53u_3 + 4,2 \cdot 0,93u_3 = \frac{l(-P + 1,5ql + 4,2 \cdot 1,5ql)}{EA}.$$

Отсюда

$$u_3 = \frac{(-P + 7,8ql) \cdot l}{EA} = \frac{(-6 \cdot 10^3 + 7,8 \cdot 3 \cdot 10^3) \cdot 10^3}{3,38 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^3} \approx 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ мм.}$$

Тогда

$$u_2 = \frac{\left(\frac{l(-P + 1,5ql)}{EA} + 0,53u_3\right)}{2,23} = \frac{\left(\frac{10^3(-6 \cdot 10^3 + 1,5 \cdot 3 \cdot 10^3)}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3} + 0,53 \cdot 8,7 \cdot 10^{-2}\right)}{2,23}$$

$$\approx 0,3 \cdot 10^{-2} \text{ мм.}$$

Таким образом, узлы 2 и 3 переместятся вправо, т.е. первый конечный элемент будет растянут, а третий – сжат.

5 Определение реакций опор

Первое уравнение равновесия можно записать в виде

$$\frac{EA}{l}(-1,7u_2) = R_1.$$

Отсюда

$$R_1 = -\frac{EA \cdot 1,7u_2}{l} = -\frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3(0,3 \cdot 10^{-2})}{10^3} \approx -940 \text{ Н.}$$

Четвертое уравнение равновесия запишем в виде

$$\frac{EA}{l}(-0,4u_3) = R_4,$$

таким образом,

$$R_4 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot (-0,4(2,6 \cdot 10^{-2}))}{10^3} \approx -2050 \text{ Н.}$$

В качестве проверки определим сумму проекций сил на горизонтальную ось.

$$\sum F_x = R_1 - P + 3ql + R_4 = -940 - 6000 + 3 \cdot 3 \cdot 1000 - 2050 \approx 0.$$

6 Определение напряжений в элементах

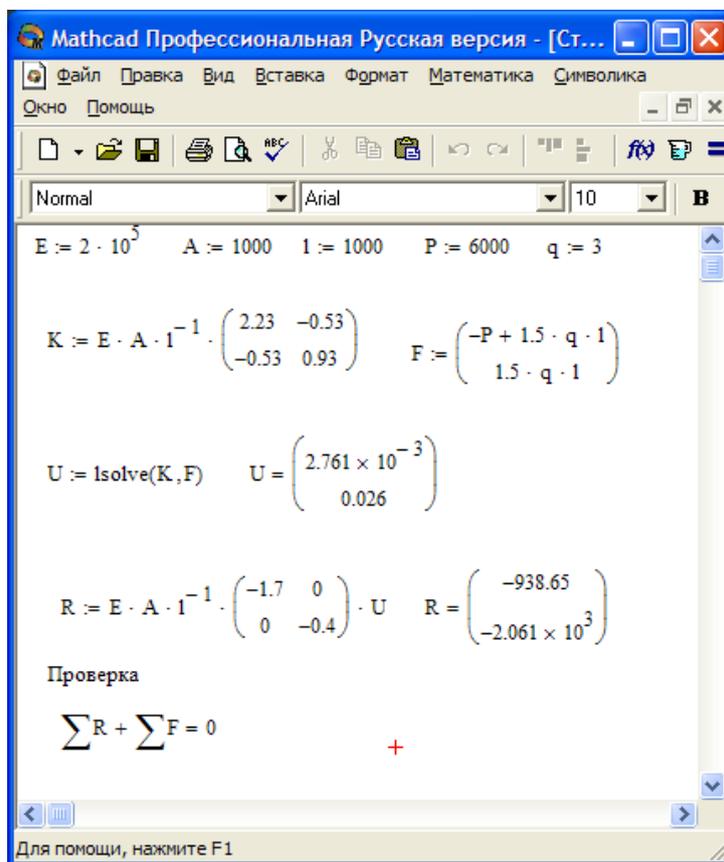
$$\sigma_I = \frac{E(u_2 - u_1)}{l_1} = \frac{2 \cdot 10^5(0,3 \cdot 10^{-2})}{2 \cdot 10^3} \approx 0,3 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_{II} = \frac{E(u_3 - u_2)}{l_2} = \frac{2 \cdot 10^5(2,6 \cdot 10^{-2} - 0,3 \cdot 10^{-2}) \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^3} \approx 1,84 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_{III} = \frac{E(u_4 - u_3)}{l_3} = \frac{2 \cdot 10^5(-2,6 \cdot 10^{-2})}{2,5 \cdot 10^3} \approx -2,1 \text{ МПа.}$$

Расчеты показывают, что первый конечный элемент будет испытывать сжатие, а второй и третий – растяжение.

Проверим полученные решения в системе Mathcad:



Результаты расчетов совпадают.

Описание методики оценивания:

Подготовленная и оформленная в соответствии с требованиями контрольная работа оценивается по следующим критериям:

- достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в контрольной работе проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);

- уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);

- личные заслуги автора контрольной работы (новые знания, которые получены помимо образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);

- культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора)

- культура оформления материалов работы (соответствие работы всем стандартным требованиям);

- знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;

- степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всесторонность раскрытия темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);

- качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);

- использование литературных источников.

При положительном заключении работа допускается к защите, о чем делается запись на титульном листе работы.

При отрицательной рецензии работа возвращается на доработку с последующим представлением на повторную проверку с приложением замечаний, сделанных преподавателем.

Критерии оценки (в баллах):

- 15 баллов выставляется студенту, если все выполнено в соответствии с требованиями;

- 10 баллов выставляется студенту, если все выполнено с замечаниями;

- 5 баллов выставляется студенту, если частично выполнено;

- 3 балла выставляется студенту, если частично выполнено с серьезными замечаниями.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

1. Крылов О.В. Метод конечных элементов и его применение в инженерных расчетах (учебное пособие для ВУЗов). - М.: Радио и связь, 2002. — 104с.
2. Метод конечных элементов: Методические указания для выполнения расчетно-графических работ, курсовых и дипломных проектов / Абдуллин Н.А., Райский В.В. - Уфа: БашГУ, 2016 - 56 с.
3. Метод конечных элементов. Тесты с комментариями: Учебное пособие/ Г.Г.Бурцев, А.А.Овчаренко, А.С.Овчаренко, В.В.Райский-Уфа: БашГУ 2016 - 80 с.

Дополнительная литература

4. Баженов В. А., Сахаров А.С., Мельниченко Г.И., Черный С.М. Метод конечных элементов в задачах строительной механики. - Киев, 1994 (КГТУСА). -368с.
5. Александров А.В , Лашеников Б.Я., Шапошников Н.Н., Смирнов В.А. Методы расчета стержневых систем, пластин и оболочек с использованием ЭВМ. Под ред. А.Ф.Смирнова ч. I и 2 — М.: Стройиздат, 1976.
6. Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. - М : Едиториал УРСС, 2003. - 272 с.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. www.biblioclub.ru
2. www.e.lanbook.com
3. www.elibrary.ru
4. www.elib.bashedu.ru
5. www.truboprovod.ru
6. <http://kompas.ru/>
7. www.plm.automation.siemens.com
8. Система дистанционного обучения БашГУ (СДО БашГУ) на базе Moodle.
9. Пакет офисных приложений профессионального уровня OfficeProfessionalPlus 2013 RussianOLPNLAcademicEdition № 0301100003613000104-1 от 17.06.2013 г.
10. Серверная операционная система Windows Server Standard 2012 Russian OLP NL AcademicEdition 2Proc № 0301100003613000104-1 от 17.06.2013 г.
11. Операционная система для персонального компьютера Win SL & Russian OLP NL AcademicEdition Legalization GetGenuine № 0301100003613000104-1 от 17.06.2013 г.
12. Обновление операционной системы для персонального компьютера WindowsProfessional 8 RussianUpgradeOLPNLAcademicEdition№ 0301100003613000104-1 от 17.06.2013 г.
13. Desktop Education ALNG LicSAPk OLVS E 1Y Academic Enterprise № 0301100003613000104-1 от 17.06.2013 г..2017.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: аудитория №301, аудитория №302 (инженерный факультет)	Лекционные занятия	Аудитория № 301: Доска, мел, парты, стулья. Аудитория № 302: Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, доска, проектор Nec M361X(M361XG) LCD 3600Lm XGA(1024x768) 3000:1, экран ScreenMedia Economy-P 1:1 180x180c
2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитория №001, Учебный компьютерный класс для проведения практических (семинарских) и лабораторных занятий (инженерный факультет)	Практические (семинарские) занятия	Стол – 7 шт. Стулья, 14 шт. Ноутбуки Packard Bell ENT71BM-C36P с зарядным устройством – 14 шт. Компьютерная оптическая USB-мышь – 14 шт. Телевизор с ЖК дисплеем DEXP SmartTV – 1 шт. HDMI кабель для подключения ноутбука к телевизору (проектору) – 1 шт.
3. Учебная аудитория для проведения курсового проектирования (выполнения курсовых работ): аудитория №001 (инженерный факультет)	Контрольная работа	Стол – 7 шт. Стулья, 14 шт. Ноутбуки Packard Bell ENT71BM-C36P с зарядным устройством – 14 шт. Компьютерная оптическая USB-мышь – 14 шт. Телевизор с ЖК дисплеем DEXP SmartTV – 1 шт. HDMI кабель для подключения ноутбука к телевизору (проектору) – 1 шт.
4. Проведение групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: аудитория №301 (инженерный факультет)	Консультации, текущий контроль	Доска, мел, парты, стулья.
5. Помещения для самостоятельной работы: читальный зал 201 (физмат. корпус)	Самостоятельная работа студентов	Pentium G2130/4Гб/500Гб/21,5"/Кл/мышь -50 шт., ПК в компл. Фермо Intel. Фермо Intel Моноблок №1 Фермо AMD A8-5500 – 50 шт.

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНЖЕНЕРНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Метод конечных элементов» на 6 семестр

Очная форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (з.е. / часов)	3 / 108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	49.2
лекций	16
практических/ семинарских	16
лабораторных	16
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1.2
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	-
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	31.8
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	-
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	27

Форма контроля:

экзамен 6 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР		
1	2	3	4	5	6	8	9
1.	Тема 1. Основные понятия и определения	4	4	4	2	Основные понятия метода конечных элементов. Области применения в расчете оборудования.	Реферат
2.	Тема 2. Конечный элемент. Матрица жесткости конечного элемента.	4	4	4	8	Способы оптимизации конструкции для эффективного расчета методом конечных элементов	Компьютерное тестирование
3.	Тема 3. Формирование и решение системы уравнений МКЭ. Определение внутренних усилий в элементах.	4	4	4	8	Основы прочностного расчета	Контрольная работа
4.	Тема 4. Метод конечных элементов в расчете сосудов и аппаратов нефтегазохимических производств.	4	4	4	13.8	Основы гидрогазодинамического расчета.	Контрольная работа
	Всего часов:	16	16	16	31.8		

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНЖЕНЕРНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины «Метод конечных элементов» на 6 семестр

Очно-заочная форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (з.е. / часов)	3 / 108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	37.2
лекций	12
практических/ семинарских	12
лабораторных	12
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1.2
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	-
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	34.8
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	-
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36

Форма контроля:
экзамен 7 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР		
1	2	3	4	5	6	8	9
1.	Тема 1. Основные понятия и определения	2	2	2	2	Основные понятия метода конечных элементов. Области применения в расчете оборудования.	Реферат
2.	Тема 2. Конечный элемент. Матрица жесткости конечного элемента.	2	2	2	8	Способы оптимизации конструкции для эффективного расчета методом конечных элементов	Компьютерное тестирование
3.	Тема 3. Формирование и решение системы уравнений МКЭ. Определение внутренних усилий в элементах.	4	4	4	8	Основы прочностного расчета	Контрольная работа
4.	Тема 4. Метод конечных элементов в расчете сосудов и аппаратов нефтегазохимических производств.	4	4	4	16.8	Основы гидрогазодинамического расчета.	Контрольная работа
	Всего часов:	12	12	12	34.8		

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНЖЕНЕРНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины «Метод конечных элементов» на 3 курс

Заочная форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (з.е. / часов)	3 / 108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	13.2
лекций	4
практических/ семинарских	4
лабораторных	4
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1.2
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	-
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	85.8
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	-
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	9

Форма контроля:

экзамен 3 курс, летняя сессия

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР		
1	2	3	4	5	6	8	9
1.	Тема 1. Основные понятия и определения	1	1	1	20	Основные понятия метода конечных элементов. Области применения в расчете оборудования.	Реферат
2.	Тема 2. Конечный элемент. Матрица жесткости конечного элемента.	1	1	1	20	Способы оптимизации конструкции для эффективного расчета методом конечных элементов	Компьютерное тестирование
3.	Формирование и решение системы уравнений МКЭ. Определение внутренних усилий в элементах.	1	1	1	20	Основы прочностного расчета	Контрольная работа
4.	Метод конечных элементов в расчете сосудов и аппаратов нефтегазохимических производств.	1	1	1	25.8	Основы гидрогазодинамического расчета.	Контрольная работа
	Всего часов:	4	4	4	85.8		