

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, ФИНАНСОВ И БИЗНЕСА

Утверждено:
на заседании кафедры программирования и
экономической информатики
протокол от «28» февраля 2022 г. № 6

Согласовано:
Председатель УМК института

Зав. кафедрой  / Р.С. Юлмухаметов

 / Л.Р. Абзалилова

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Дискретная математика

Обязательная часть

программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)
01.03.05 Статистика

Направленность (профиль) подготовки
«Анализ данных»

Квалификация
Бакалавр

Разработчик (составитель)
Профессор, д. ф. -м.н., доцент

 / Кривошеева О.А.

Для приема: 2022 г.

Уфа 2022 г.

Составитель: Исаев К.П.

Рабочая программа дисциплины *утверждена* на заседании кафедры протокол от «28»
февраля 2022 г. № 6

Заведующий кафедрой

A handwritten signature in blue ink, appearing to be 'P.S. Юлмухаметов', written over a horizontal line.

Р.С. Юлмухаметов

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
4.1. Перечень индикаторов достижения компетенций с указанием планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине
Приложение №1
Приложение №2

2. 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1. Знает: методы критического анализа и оценки современных научных достижений; основные принципы критического анализа и синтеза информации; основы системного подхода при решении поставленных задач	Знать основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики, формулировки и доказательства.
		ИУК 1.2. Умеет: получать новые знания на основе анализа и синтеза информации; собирать и обобщать данные по научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск информации и применять системный подход для решения поставленных задач; определять и оценивать практические последствия возможных решений задачи.	Уметь применять фундаментальные знания в области дискретной математики при решении теоретических и прикладных задач.
		ИУК 1.3. Владеет: навыками исследования проблем профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности; выявления научных	Владеть навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной деятельности.

		проблем и использования адекватных методов для их решения; формулирования оценочных суждений при решении профессиональных задач	
--	--	--	--

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «*Дискретная математика*» относится к обязательной части.

Дисциплина «*Дискретная математика*» изучается на 1 курсе в 1-2 семестрах.

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» являются: формирование математической культуры студента, фундаментальная подготовка по основным разделам дискретной математики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

3. 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции: УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ИУК 1.1. Знает: методы критического анализа и оценки современных научных достижений; основные принципы критического анализа и синтеза информации; основы системного подхода при решении поставленных задач	Знает основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики и математической логики, формулировки и доказательства	Отсутствие знаний или фрагментарные знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики, формулировок и доказательств	Неполные знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики, формулировок и доказательств	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики, формулировок и доказательств	Сформированные систематические знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики, формулировок и доказательств
ИУК 1.2. Умеет: получать новые знания на основе анализа и синтеза	Умеет применять фундаментальные знания в области дискретной	Отсутствие умений или фрагментарные умения применять фундаментальные знания в области дискретной математики при	В целом успешное, но не систематическое использование умения применять основные понятия и теоремы дискретной математики при решении	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использования умения применять основные понятия и теоремы дискретной	Сформированное умение применять основные понятия и теоремы дискретной математики при решении теоретических и

<p>информации; собирать и обобщать данные по научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск информации и применять системный подход для решения поставленных задач; определять и оценивать практические последствия возможных решений задачи..</p>	<p>математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>теоретических и прикладных задач</p>	<p>математики при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>прикладных задач</p>
<p>ИУК 1.3. Владеет: навыками исследования проблем профессиональной деятельности с применением</p>	<p>Владеет навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики и математической</p>	<p>Отсутствие владения или фрагментарное владение навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей</p>	<p>Успешное и систематическое навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной</p>

<p>анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности; выявления научных проблем и использования адекватных методов для их решения; формулирования оценочных суждений при решении профессиональных задач</p>	<p>логики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>деятельности</p>		<p>профессиональной деятельности</p>	<p>деятельности</p>
---	---	---------------------	--	--------------------------------------	---------------------

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Контролируемые действия по проверке знаний, умений и владений (Оценочные средства)
ИУК 1.1. Знает: методы критического анализа и оценки современных научных достижений; основные принципы критического анализа и синтеза информации; основы системного подхода при решении поставленных задач	Знать основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики, формулировки и доказательства	Лабораторные работы, курсовая работа, экзамен
ИУК 1.2. Умеет: получать новые знания на основе анализа и синтеза информации; собирать и обобщать данные по научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск информации и применять системный подход для решения поставленных задач; определять и оценивать практические последствия возможных решений задачи.	Уметь применять фундаментальные знания в области дискретной математики при решении теоретических и прикладных задач	Лабораторные работы, курсовая работа, экзамен
ИУК 1.3. Владеет: навыками исследования проблем профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности; выявления научных проблем и использования адекватных методов для их решения; формулирования оценочных суждений при решении профессиональных задач	Владеть навыками выбора методов решения задач в области дискретной математики в будущей профессиональной деятельности	Лабораторные работы, курсовая работа, экзамен

Критериями оценивания при *модульно–рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена*:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: 2 вопроса и 1 задача.

Примерные вопросы для экзамена (1 семестр):

1. Операции над множествами и их свойства. Принцип двойственности. Декартово произведение множеств.
2. Элементы комбинаторики. Правила суммы и произведения. Число (k,n) – размещений с повторениями и без повторений. Число (k,n) – сочетаний с повторениями и без повторений.
3. Число упорядоченных разбиений множества. Число неупорядоченных разбиений множества.
4. Формула включений и исключений.
5. Бинарные отношения и их свойства. Отношение типа эквивалентности. Классы эквивалентности и их свойства. Отношение типа эквивалентности как разбиение множества.
6. Отображения множеств. Образы и прообразы элементов и множеств. Свойства образов и прообразов.
7. Свойства отображений, сюръективность, инъективность, биективность. Примеры. Обратное отображение, композиция отображений. Свойства биективных отображений.
8. Понятие эквивалентности множеств и свойства этого понятия. Конечные множества и их мощность.
9. Счетные множества. Примеры. Критерий счетности множества.
10. Подмножества счетного множества. Объединение счетного набора счетных множеств. Счетность множества рациональных чисел.
11. Декартово произведение счетных множеств. Совокупность многочленов с рациональными коэффициентами. Счетность множества алгебраических чисел.
12. Свойства бесконечных множеств. Определение Дедекинда бесконечного множества.
13. Несчетность множества $(0;1)$. Мощность континуума.
14. Мощность объединения не более чем счетной совокупности множеств мощности континуума. Мощность множества последовательностей из нулей и единиц.

15. Мощность множества последовательностей натуральных чисел.
16. Мощность декартового произведения множеств мощности континуума.
17. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна.
18. Мощность совокупности подмножеств данного множества.
19. Мощность совокупности подмножеств множества натуральных чисел.
20. Высказывания и операции над ними. Пропозициональные формы. Тавтологии и противоречия. Свойства тавтологий.
21. Существование пропозициональной формы, равносильной заданной и содержащей только связки
 - отрицания, конъюнкции и дизъюнкции;
 - отрицания и конъюнкции;
 - отрицания и дизъюнкции;
 - отрицания и импликации.
22. Связки Шеффера и Вебба и их свойства.
23. Элементарные конъюнкции и дизъюнкции, дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Существование дизъюнктивной и конъюнктивной нормальной формы.
24. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма, Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Существование и единственность пропозициональной формы в СДНФ, равносильной заданной. Существование и единственность пропозициональной формы в СКНФ, равносильной заданной.
25. Булевы функции и их связь с пропозициональными формами.
26. Суперпозиция булевых функций. Полная система булевых функций. Примеры полных систем.
27. Многочлены Жегалкина. Представимость булевых функций многочленом Жегалкина.
28. Функционально замкнутые классы булевых функций. Классы T_0 , T_1 , S , L и M .
29. Критерий полноты систем булевых функций (теорема Поста).

Примерные вопросы для экзамена (2 семестр):

30. Примитивно рекурсивные и рекурсивные функции.
31. Элементарные преобразования, сохраняющие примитивную рекурсивность.
32. Рекурсивность основных арифметических функций.
33. Ограниченные суммы и произведения, их рекурсивность.
34. Ограниченные кванторы, ограниченный μ - оператор.
35. Рекурсивные отношения, операции над отношениями.
36. Тезис Черча.
37. Алгоритмы Маркова. Нормальные алгоритмы. Примеры.
38. Частичная рекурсивность. Частичная вычислимость по Маркову. Вычислимость по Маркову исходных функций.
39. Формальное распространение алгоритмов. Композиция алгоритмов. Проектирующий алгоритм. Естественное распространение алгоритмов.
40. Соединение алгоритмов.
41. Разветвление алгоритмов.

42. Повторение алгоритма.
43. Полное повторение алгоритма.
44. Вычислимость по Маркову рекурсивных функций.
45. Примитивная рекурсивность функции $p(x)$.
46. Примитивная рекурсивность функции $(x)_i$.
47. Примитивная рекурсивность функции $lh(x)$.
48. Гедделевы номера. Рекурсивность функции ψ_U .
49. Рекурсивность функций, вычисляемых по Маркову.
50. Машины Тьюринга. Конфигурация машины, вычисления машины.
51. Функции, вычисляемые по Тьюрингу. Примеры.
52. Существование нормального алгоритма, вполне эквивалентного алгоритму Тьюринга.
53. Существование алгоритма Тьюринга, вполне эквивалентного данному нормальному алгоритму.
54. Определение графа, определение ориентированного графа. Вершины, ребра. Маршрут, цепь, простая цепь, цикл, дуги, пути. Мультиграфы, псевдографы. Матрицы смежности и достижимости, связность и связные компоненты. Степень вершины, лемма об эстафете, задача Рамсея.
55. Матрица достижимости, алгоритм Уоршелла.
56. Деревья. Остовное дерево графа. Алгоритм Крускала поиска минимального остовного дерева. Алгоритм Прима поиска минимального остовного дерева.
57. Эйлеровы графы. Критерии эйлеровости графов.
58. Гамильтоновы графы.
59. Задача коммивояжера.
60. Алгоритмы поиска кратчайших маршрутов. Алгоритм Дейкстры, Флойда, Форда.

Тематика задач на экзамене:

- 1) Задача по теме «Операции над множествами».
- 2) Задача по теме «Комбинаторика».
- 3) Задача по теме «Бинарные отношения».
- 4) Задача по теме «Отображения».
- 5) Задача по теме «Мощность множеств».
- 6) Задача по теме «Исчисление высказываний».
- 7) Задача по теме «Нормальные формы».
- 8) Задача по теме «Булевы функции».
- 9) Задача по теме «Полнота систем булевых функций».
- 10) Задача по теме «Формальные теории».
- 11) Задача по теме «Исчисление предикатов».
- 12) Задача по теме «Теория графов».
- 13) Задача по теме «Элементы теории алгоритмов».

Образец экзаменационного билета:

**ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»
Факультет математики и информационных технологий
Кафедра программирования и экономической информатики**

**Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика
дисциплина: «Дискретная математика», 1 сем.**

Экзаменационный билет №1

1. Операции над множествами и их свойства. Принцип двойственности. Декартово произведение множеств.
2. Суперпозиция булевых функций. Полная система булевых функций. Примеры полных систем.
3. Задача по теме «Комбинаторика».

Зав. кафедрой _____ / _____ / И.О. Фамилия

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы и решил задачу.

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности, задача решена при помощи преподавателя.

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. При решении задачи у студента возникли существенные затруднения.

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос и не решил задачу.

Лабораторные работы 1 семестр

Лабораторная работа №1. «Основы теории множеств».
(типовой вариант)

Задача №1. Изобразить с помощью кругов Эйлера-Венна множество $(A \Delta B) \cap \bar{C}$.

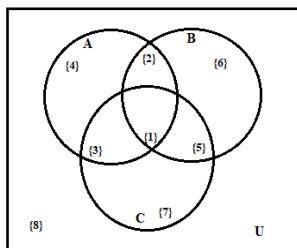
Задача №2. Дано универсальное множество $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ и три его подмножества $A = \{x: 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x: x - \text{четно}\}$, $C = \{1, 4, 5, 9\}$. Требуется:

- 1) записать характеристические функции множеств A, B и C в виде двоичных векторов;
- 2) пронумеровать каждую область диаграммы Эйлера-Венна двоичным кодом и указать на каждой из областей диаграммы элементы универсального множества, попавшие в эту область;
- 3) составить характеристическую функцию множества из Задачи № 1, записать список элементов этого множества.

Задача № 3. На диаграмме Эйлера-Венна обозначены множества и заданы их мощности: $|\{1\}| = 2$, $|\{2\}| = 5$, $|\{3\}| = 4$, $|\{4\}| = 6$, $|\{5\}| = 2$, $|\{6\}| = 5$, $|\{7\}| = 7$, $|\{8\}| = 30$.

Выполнить следующее задание:

- 1) заштриховать на диаграмме множество, которое задается формулой $\overline{(A \cup B) \setminus C}$;
- 2) определить мощность множества $|\overline{(A \cup B) \setminus C}|$.



Задача № 4. Доказать равенство $(A \cap B) \cup (B \cap C) = B \cap \overline{(A \cup C)}$ двумя способами:

- 1) составив характеристические функции;
- 2) используя свойства операций над множествами.

Задача №5. Пусть A, B, C – множества точек плоскости, координаты которых удовлетворяют перечисленным условиям. Изобразите в системе координат xOy множество $D = A \setminus (B \Delta C)$, где

$$A = \{(x, y): x + 2 \leq y\}, B = \{(x, y): x^2 + y^2 \leq 4\}, \\ C = \{(x, y): |x| \leq 2, |y| \leq 2\}.$$

Задача №6. Изобразите в системе координат xOy множество $(3, 4] \times ([3, 4] \cup \{5\})$

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №1

- 14 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 10 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 7 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №2. «Отношения на множествах».
(типовой вариант)

Задача № 1. Задано бинарное отношение S на множестве $X = \{1,2,3,4,5\}$. Требуется:

- 1) перечислить элементы множества S ;
- 2) составить матрицу бинарного отношения;
- 3) составить граф бинарного отношения;
- 4) определить, является ли данное бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным? Для отношений типа эквивалентности найти X/φ . Для отношений частичной упорядоченности построить диаграмму Хассе, если $x\varphi y \Leftrightarrow x \leq y$.

Задача № 2. Бинарные отношения S_1 и S_2 на множестве $X = \{1,2,3,4\}$ заданы характеристическими свойствами $x\varphi_1 y \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 10$ и $x\varphi_2 y \Leftrightarrow x^2 - y^2 \leq 0$. Требуется:

- 1) записать матрицы бинарных отношений;
- 2) найти композиции $\varphi_1 \circ \varphi_2$ и $\varphi_2 \circ \varphi_1$;
- 3) найти $M_{\varphi_1^{-1}}$, $M_{\varphi_2^{-1}}$.

Задача № 3. На множестве \mathbb{N} задано бинарное отношение $\varphi: m\varphi n \Leftrightarrow (2m + n) : 3$. определить, является ли данное бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным, отношением типа эквивалентности, отношением частичной упорядоченности?

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №2

- 7 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 5 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 3 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №3. «Отображения множеств».
(типовой вариант)

Задача № 1. Отображение $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ по правилу $f(x) = x^2 - 4x + 5$. Найти образ отрезка $[1,4]$.

Задача № 2. Отображение $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ по правилу $f(x) = x^2 - 4x + 5$. Найти прообраз $[-1;2]$.

Задача № 3. Проверить, является ли отображение $f: X \rightarrow Y$, заданное по правилу $f(x) = \sin x$, инъективным, сюръективным, биективным? В каждом из случаев отрицательного ответа укажите как нужно изменить X и (или) Y , чтобы f стало отображением, сюръекцией, биекцией, если $X = Y = \mathbb{R}$.

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №3

- 7 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 5 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 3 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №4. «Элементы комбинаторики».
(типовой вариант)

Задача № 1. Сколько способов раскрасить клетки таблицы 2×2 , семью цветами радуги?

Задача № 2. Сколько способов выложить в ряд 5 одинаковых вилок, 3 одинаковых ножа и 2 одинаковые ложки?

Задача № 3. Решить уравнение: $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$.

Задача № 4. Определите наименьшее z из условия, что разность между членами разложения $(z + \sqrt{5})^6$, содержащими соответственно z^2 и z^4 , равна 300.

Задача № 5. Компания, состоящая из 8 супружеских пар, разбивается на 4 группы по 4 человека для лодочной прогулки. Сколькими способами можно разбить их так, чтобы в каждой лодке оказались 2 мужчины и 2 женщины?

Задача № 6. В объединении множеств A , B и C 20 элементов. Множество A содержит 12 элементов, множество B – 13 элементов, множество C – 14 элементов. В пересечении множеств A , B и C – 4 элемента. Сколько элементов содержится ровно в двух множествах?

Задача № 7. Пусть дано множество $\{1,2,3,4,5\}$. Сколько существует сочетаний из четырех элементов данного множества (четырёхэлементных множеств)? С помощью алгоритма сделать перебор всевозможных сочетаний.

Задача № 8. Для данных из задачи № 7 составить 3 возможных пути на прямоугольной решетке.

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №4

- 18 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 14 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 7 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №5. «Логика высказываний».
(типовой вариант)

Задача № 1. Определите логическое значение последнего высказывания, исходя из логических значений всех предыдущих высказываний: $\lambda(A \Rightarrow B) = 1$, $\lambda(A \Leftrightarrow B) = 0$, $\lambda(B \Rightarrow A) = ?$

Задача № 2. Проверить, является ли данная пропорциональная форма тавтологией, противоречием?

$$(\neg P \vee Q) \Rightarrow (P \Rightarrow \neg(Q \wedge \neg R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

Задача № 3. Для пропозициональных форм A и B выберите верное утверждение:

- а) A является логическим следствием B , но B не является логическим следствием A ;
- б) B является логическим следствием A , но A не является логическим следствием B ;
- в) A и B эквивалентны;
- г) A не является логическим следствием B , и B не является логическим следствием A .

$$A=(PVQ), B = (\neg P \wedge (Q \Rightarrow \neg Q)).$$

Задача № 4. Верны ли рассуждения? Если я поеду автобусом (А), а автобус опоздает (В), то я пропущу назначенное свидание (С). Если я пропущу назначенное свидание и начну огорчаться (D), то мне не следует ехать домой (Е). Если я не получу эту работу (Р), то я начну огорчаться и мне следует поехать домой. Следует ли тогда, что если я поеду домой автобусом и автобус опоздает, то я получу эту работу?

Задача №5. Привести пропозициональную форму к СДНФ и СКНФ: $(XV\bar{Y}) \Rightarrow (\bar{Z} + \bar{X})$.

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №5

- 12 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 9 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 6 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №6. «Булевы функции».
(типовой вариант)

Задача № 1. Построить многочлен Жегалкина для данной булевой функции f . Ввести последовательно без запятых коэффициенты многочлена $a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$: $a_0 + a_1x + a_2y + a_3z + a_4xy + a_5xz + a_6yz + a_7xyz$.

$$f(x, y, z) = \bar{y} \wedge ((x \vee z) | (\bar{y} | \bar{z})).$$

Задача № 2. Проверить, является ли функция $f(x, y, z) = \bar{y} \wedge ((x \vee z) | (\bar{y} | \bar{z}))$ линейной, самодвойственной, сохраняющей 0, сохраняющей 1, монотонной.

Задача № 3. Упростить СДНФ с помощью карты Карно и таблицы Куайна (1110110100011001) – столбец значений функции f в ее таблице.

Задача № 4. С помощью теоремы Поста исследовать на полноту систему булевых функций: $\{x \wedge y \vee \bar{y} \wedge z, 1\}$.

Задача №5. Выяснить, является ли базисом следующая система булевых функций: $\{x + y + z, xy, 0, 1\}$.

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №6

- 12 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 9 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 6 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторные работы 2 семестр

Лабораторная работа №1. «Логика предикатов». (типовой вариант)

Задача № 1. Задан одноместный предикат $P(x)$: « $x^2 > 9$ тогда и только тогда, когда $x > 3$ », $x \in \mathbb{R}$. Показать на числовой оси множество истинности предиката.

Задача № 2. Множества истинности предикатов $P(x)$, $Q(x)$ и $R(x)$ равны соответственно P^+ , Q^+ и R^+ . Найти множество истинности предиката

$$\left((\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \wedge R(x) \right) \vee (\neg R(x) \wedge \neg P(x)).$$

Задача № 3. Какими должны быть множества P^+ и Q^+ истинности предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ соответственно, заданных над непустым множеством M , если известно, что следующее высказывание истинно:

$$(\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x)(\neg P(x) \wedge Q(x)).$$

Задача № 4. Предайте следующей формуле указанную интерпретацию и определите истинностное значение получившегося высказывания: $(\forall x)(P(x) \Rightarrow P(y))$, $M = \{\text{Пётр, Павел}\}$, $P(x)$: "Имя x состоит из 5 букв", $y = \text{Пётр}$.

Задача № 5. Для формулы $(\exists x)(\forall y)(Q(x, x) \wedge \neg Q(x, y))$ выберите верный ответ:

- а) тавтология;
- б) выполняема, но не является тавтологией;
- в) является противоречием.

Задача № 6. Проанализируйте следующее рассуждение на предмет его правильности. Для этого выявите логическую схему, на которой оно основано, и выясните, справедливо ли оно: «Все люди смертны. Сократ - человек. Следовательно, Сократ смертен.»

Задача № 7. Привести к ПНФ формулу логики предикатов $(\forall x)(P(x) \Rightarrow (\exists y)Q(y))$.

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

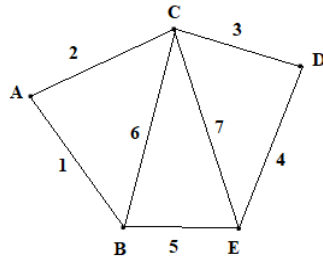
За отчёт по лабораторной работе №1

- 14 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 10 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 5 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №2. «Элементы теории графов». (типовой вариант)

Задача № 1. Из пункта А в пункт В выехали пять машин одной марки разного цвета: белая, черная, красная, синяя, зеленая. Черная едет впереди синей, зеленая – впереди белой, но позади синей, красная впереди черной. Какая машина едет первой и какая последней?

Задача № 2. Для неориентированного графа, изображенного на рисунке, постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности



Задача № 3. Даны графы $G_1(X, E)$ и $G_2(Y, E)$. Установите, являются ли эти графы изоморфными.

Задача № 4. Дано множество $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. На этом множестве задано отношение $\varphi: x < y$. Постройте орграф данного отношения.

Задача № 5. Граф G задан матрицей инциденций

$$M_G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Требуется:

- построить граф G ;
- найти степень каждой из его вершин;
- записать матрицу смежности графа;
- записать список ребер графа.

Задача № 6. Пусть заданы два графа $G_1(V_1, E_1)$ и $G_2(V_2, E_2)$. Изобразите геометрически объединение графов $G_1 \cup G_2$; пересечение графов $G_1 \cap G_2$ и сумму по модулю два $G_1 \oplus G_2$.

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

За отчет по лабораторной работе №2

- 13 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 8 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 4 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №3. «Элементы теории алгоритмов».

(типовой вариант)

Задача №1. Найти функцию $f(x, y)$, полученную из функций $g(x) = x^2$ и $h(x, y, z) = xz$ по схеме примитивной рекурсии.

Задача №2. Найти функции, построенные из данной числовой функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ с помощью операции минимизации по каждой её переменной.

Задача № 3. Построить машину Тьюринга, применимую ко всем словам $x_1x_2 \dots x_n$ в алфавите $\{ab\}$ и переводящую их в слово $x_1x_2 \dots x_n a^n$. Проверить работу построенной машины над некоторыми словами.

Задача № 4. Построить машину Тьюринга, вычисляющую функцию $f(x, y, z) = x + z$. Проверить работу построенной машины над некоторыми наборами значений переменных.

Задача № 5. Написать формулу для функции $f(x_1, x_2, x_3)$, вычисляемой машиной Тьюринга с множеством внутренних состояний $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, где 0 – заключительное, а 1 – начальное состояние, если машина задана своей программой:

№	n	A \ S	1	2	3	4	5	6
1	4	λ	1П2	1П3	λ П4	λ Л5	λ Л5	λ Н0
		1	λ П1	1П2	1П3	λ П4	λ Л6	λ Л0

Проверить работу машины над некоторыми наборами значений переменных.

Задача № 6. Восстановить программу машины Тьюринга по данному коду $N(T)$. Выяснить, является ли машина T самоприменимой или несамоприменимой.

При составлении $N(T)$ использована следующая кодировка:

$\text{П} — 1, \text{Л} — 1^2, \text{Н} — 1^3, \lambda — 1^4, 1 — 1^5, * — 1^6,$

$s_0 — 1^7, s_1 — 1^8, s_2 — 1^9.$

$N(T)$	
$18*14*15*1*19**18*15*16*1*18**18*16*14*12*18**$	$19*$
$14*14*13*19**19*15*15*1*19**19*16*14*1*18$	

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №3

- 14 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 8 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 4 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №4. «Элементы теории автоматов».
(типовой вариант)

Задача № 1. Для автомата, заданного таблицей, постройте диаграмму Мура. Задайте этот автомат системой булевых функций.

$q \backslash \alpha$	0	1	2	3
0	(1,1)	(3,0)	(2,0)	(2,0)
1	(2,1)	(2,0)	(3,0)	(3,0)

Задача № 2. Для автомата, заданного диаграммой Мура, выпишите соответствующую таблицу и систему булевых функций.

Задача № 3. Для автомате, заданного каноническими уравнениями, постройте диаграмму Мура

$$\begin{cases} z(t+1) = \bar{x}_1(t) \wedge \bar{z}(t) \vee \bar{x}_2(t) \wedge z(t), \\ y(t) = \bar{x}_2(t) \wedge z(t) \vee x_1(t) \wedge x_2(t). \end{cases}$$

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №4

- 9 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 6 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 3 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Юлмухаметов, Р.С. Дискретная математика: Курс лекций / Р. С. Юлмухаметов, В. И. Луценко, Н. Ф. Абузярова ; Министерство образования РФ; Башкирский государственный университет .— Уфа : РИО БГУ, 2002 .— 262 с. – 92 экз.
2. Юлмухаметов, Р.С. Дискретная математика: учеб. пособие / Р. С. Юлмухаметов, К. П. Исаев, К. В. Трунов ; БашГУ .— Уфа : РИО БашГУ, 2005 .— 172 с. - 86 экз.
3. Исаев, К.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]. Ч.1: учеб. пособие / К.П. Исаев, О.А. Кривошеева, Р.С. Юлмухаметов; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. —
<URL:https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivosheeva,Yulmuhametov_Diskretnaya_matem_Uch.pos_ch1_2014.pdf>.
4. Исаев, К.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]. Ч.2: учеб. пособие / К.П. Исаев, О.А. Кривошеева, Р.С. Юлмухаметов; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. —
<URL:https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivoshenka,Uylmuhametov_Diskretnaya_matem_Uch.pos_ch2_2014.pdf>.
5. Практикум по дискретной математике [Электронный ресурс] / Башкирский государственный университет; сост. К.П. Исаев; О. А. Кривошеева; Р.С. Юлмухаметов .— Уфа : РИЦ БашГУ, 2014 .— Электрон. версия печ. публикации .— Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ .—
<URL:https://elib.bashedu.ru/dl/local/Isaev_Krivosheeva_Yulmuhametov_sost_Practikum_po_discretnoy_matematik_e_2014.pdf>.

Дополнительная литература:

6. Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию [Электронный ресурс] / П. С. Александров .— 2-е изд. стер. — СПб. : Лань, 2010 .— 368 с. — Библиогр.: с. 346-347 .— Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-

библиотечную систему издательства "Лань" .— ISBN 978-5-8114-0981-5 .—

<URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=530>.

7. Акимов О.Е. Дискретная математика. Логика, группы, графы : учеб. пособие / О. Е. Акимов.— М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2001 . – 15 экз.

8. Ерусалимский, Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум [Электронный ресурс] : учебник / Я.М. Ерусалимский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 476 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/106869>.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронно- библиотечная система «ЭБ БашГУ» <https://elib.bashedu.ru/>
2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»
<http://www.biblioclub.ru>
3. Библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
4. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
5. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: аудитория № 515 (Физмат корпус - учебное) 2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитория № 511 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 523 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 527 (Физмат корпус - учебное) 3. учебная аудитория для	Аудитория №511 Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа проектор Mitsubishi EX 320U 3D 2.4кг., экран на штативе DraperDiplomat (1:1) 84/84* 213*213 MW, компьютер в составе: системный блок DEPO 460MD/3-540/T500G/DVD-RW, монитор 20". Аудитория № 515	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

<p><i>проведения групповых и индивидуальных консультаций:</i> аудитория № 515 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 511 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 523 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 527 (Физмат корпус - учебное)</p> <p>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации: аудитория № 515 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 511 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 523 (Физмат корпус - учебное), аудитория № 527 (Физмат корпус - учебное)</p> <p>5. помещения для самостоятельной работы: читальный зал №2 (Физмат корпус - учебное)</p>	<p>Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p>Аудитория №523 Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p>Аудитория №527 Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p>Читальный зал №2 Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	
--	--	--

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины «Дискретная математика» на 1-2 семестр

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	9/324
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	138.4
лекций	68
практических/ семинарских	
лабораторных	68
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	2.4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	95,6
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	90

Формы контроля:

экзамен 1,2 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1- й семестр	36		36	18			
1	Основы теории множеств	4		5	2	1-3, 5-8	5, 3, (задачи № 1-5 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
2	Отношения на множествах	4		5	2	1-3, 5-8	5, 3, (задачи № 6-11 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
3	Отображения множеств	6		6	3	1-3, 5-8	5, 3, (задача № 12 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
4	Элементы комбинаторики	6		6	3	1-3, 5-8	5, 3, (задачи № 13-15 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
5	Мощности	4		-	2	1-3, 5-8	5, 3, (задача № 16 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
6	Логика высказываний	6		6	3	1-3, 5-8	5, 3, (задача № 17 по вариантам)	отчет по лабо- раторной работе
7	Булевы Функции	6		8	3	1-3, 5-8	5	отчет по лабо- раторной работе
	2- й семестр	32		32	33			отчет по лабо-

								рапорной работе
1	Логика предикатов	4		4	4	1-2, 4-8	4, (задачи № 1-2 по вариантам)	отчет по лабо- рапорной работе
2	Элементы теории графов	12		12	12	1-2, 4-8	4, (задачи № 3-4 по вариантам)	отчет по лабо- рапорной работе
3	Элементы теории алгоритмов	8		8	8	1-2, 4-8	4, (задачи № 5-6 по вариантам)	отчет по лабо- рапорной работе
4	Элементы теории автоматов	8		8	8	1-2, 4-8	4, (задача № 7 по вариантам)	отчет по лабо- рапорной работе
	Всего часов:	68		68	95.6			

Рейтинг – план дисциплины

Дискретная математика

направление подготовки «01.03.05 Статистика»

курс 1, семестр 1

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	баллы	
			минимальный	максимальный
Модуль 1				
«Основы теории множеств. Элементы комбинаторики»				
Текущий контроль				46
1. Отчёт по лабораторной работе №1			0	14
2. Отчёт по лабораторной работе №2			0	7
3. Отчёт по лабораторной работе №3				7
4. Отчёт по лабораторной работе №4				18
Модуль 2				
«Логика высказываний, булевы функции»				
Текущий контроль				24
1. Отчёт по лабораторной работе №5			0	12
2. Отчёт по лабораторной работе №6			0	12
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение лабораторных занятий			0	-10
Итоговый контроль				
Экзамен			0	30
ИТОГО				100

Рейтинг – план дисциплины

Дискретная математика

направление подготовки «01.03.05 Статистика»

курс 1, семестр 2

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	баллы	
			минимальный	максимальный
Модуль 1				
«Логика предикатов»				
Текущий контроль				14
1. Отчёт по лабораторной работе №1			0	14
Модуль 2				
«Элементы теории графов»				
Текущий контроль				13
1. Отчёт по лабораторной работе №2			0	13
Модуль 3				
«Элементы теории алгоритмов»				
Текущий контроль				14
1. Отчёт по лабораторной работе №3				14
Модуль 4				
«Элементы теории автоматов»				
Текущий контроль				9
1. Отчёт по лабораторной работе №4			0	9
Рубежный контроль				20
Курсовая работа			0	20
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
Итоговый контроль				30
1. Экзамен	15	2	0	30
ИТОГО				100