


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, ФИНАНСОВ И БИЗНЕСА

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол №6 от 28.01.2022г.

Зав. кафедрой  / З.Ю. Фазуллин

Согласовано:  
Председатель УМК  
Института экономики,  
финансов и бизнеса

 / Абзалилова Л.Р.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Базовая часть


**Программа бакалавриата**

Направление подготовки  
01.03.05 Статистика

Направленность (профиль) подготовки  
" Анализ данных "

Квалификация  
бакалавр

Разработчик (составитель)  
доц., к.ф.-м.н., доц.

 / Амангильдин Т.Г.

Для приема: 2022

Уфа 2022 г.

Составитель / составители: доц., к.ф.-м.н. Амангильдин Т.Г.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа протокол № 5 от «28» февраля 2022 г.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры математического анализа протокол № 11 от «10» июня 2022 г.

Заведующий кафедрой



\_\_\_\_\_ / З.Ю. Фазуллин

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы 5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) 5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
  - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине 5
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине 8
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 23
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы 24
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине 25

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Статистический анализ данных	ОПК-3. Способен осознанно применять методы математической и дескриптивной статистики для анализа количественных данных, в том числе с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ, содержательно интерпретировать полученные результаты, готовить статистические материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов	ОПК-3. 1 Корректно строит, оценивает и интерпретирует статистические модели анализа данных при выполнении экономических задач, в том числе с использованием инструментальных средств (специализированных пакетов программ)

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части.

Дисциплина изучается на 1,2 курсах в 1-3 семестрах.

Цель изучения дисциплины: изучение основ математического анализа, объединяющих теорию действительного числа, теорию пределов, теорию рядов, дифференциальное и интегральное исчисление и их непосредственные приложения; развитие способности понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат; развитие логического, эвристического и алгоритмического мышления.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения школьного курса математики.

Дисциплина тесно связана с такими дисциплинами как «Комплексный анализ», «Прикладной функциональный анализ», «Дифференциальная геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации», «Уравнения с частными производными».

## 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

### 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции

ОПК-3. Способен осознанно применять методы математической и дескриптивной статистики для анализа количественных данных, в том числе с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ, содержательно интерпретировать полученные результаты, готовить статистические материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Неудовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать: элементы следующих базовых разделов математики: теории множеств, математической логики, комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики; основные математические модели принятия решений.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных элементах следующих базовых разделов математики: теории множеств, математической логики, комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики; основные математические модели принятия решений.	Неполные представления об основных элементах следующих базовых разделов математики: теории множеств, математической логики, комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики; основные математические модели принятия решений.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных элементах следующих базовых разделов математики: теории множеств, математической логики, комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики; основные математические модели принятия решений.	Сформированные систематические представления об основных элементах следующих базовых разделов математики: теории множеств, математической логики, комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики; основные математические модели принятия решений.
Второй этап (уровень)	Уметь: решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений.	Отсутствие умений или фрагментарные умения в решении типовых математических задач, используемых при принятии управленческих решений.	В целом успешное, но не систематическое использование умений в решении типовых математических задач, используемых при принятии управленческих решений.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использование умений в решении типовых математических задач, используемых при принятии управленческих решений.	Сформированное умение в решении типовых математических задач, используемых при принятии управленческих решений.

Третий этап (уровень)	Владеть: математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач; навыками восприятия математических рассуждений, умением следить за логическим выводом и доказательствами.	Отсутствие владения или фрагментарное владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач; навыками восприятия математических рассуждений, умением следить за логическим выводом и доказательствами.	В целом успешное, но не систематическое владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач; навыками восприятия математических рассуждений, умением следить за логическим выводом и доказательствами.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач; навыками восприятия математических рассуждений, умением следить за логическим выводом и доказательствами.	Успешное и систематическое владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач; навыками восприятия математических рассуждений, умением следить за логическим выводом и доказательствами.
-----------------------	---	---	---	---	--

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов);

не зачтено от 0 до 59 рейтинговых баллов.

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	Знать: элементы следующих базовых разделов математики: теории множеств, математической логики, комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики; основные математические модели принятия решений	ОПК-3. 1 Корректно строит, оценивает и интерпретирует статистические модели анализа данных при выполнении экономических задач, в том числе с использованием инструментальных средств (специализированных пакетов программ)	Индивидуальный, групповой опрос
2-й этап Умения	Уметь: решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений	ОПК-3. 1 Корректно строит, оценивает и интерпретирует статистические модели анализа данных при выполнении экономических задач, в том числе с использованием инструментальных средств (специализированных пакетов программ)	Индивидуальный, групповой опрос; контрольная работа, зачет
3-й этап Владеть навыками	Владеть: математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач; навыками восприятия математических рассуждений, умением следить за логическим выводом и доказательствами	ОПК-3. 1 Корректно строит, оценивает и интерпретирует статистические модели анализа данных при выполнении экономических задач, в том числе с использованием инструментальных средств (специализированных пакетов программ)	Контрольная работа, экзамен

### Экзаменационные билеты

Экзамен и зачет является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Вопросы для экзамена (первый семестр):

1. Числовые множества. Метод математической индукции. Действия над рациональными числами. Свойства. Иррациональность.



2. Схема построения множества вещественных чисел. Бесконечные десятичные дроби (бдд).
3. Сравнение бдд. Приближение вещественного числа рациональными числами.
4. Грани числовых множеств. Принципы верхней и нижней граней числового множества.
5. Арифметические операции над вещественными числами.
6. Предел последовательности. Бесконечно малые (б.м.) и бесконечно большие (б.б.) последовательности. Леммы о б.м. последовательностях и связь между б.м. и б.б. последовательностью.
7. Теоремы облегчающие нахождение предела последовательности.
8. Арифметические операции над последовательностями.
9. Предел монотонной последовательности.
10. Число  $e$ . 11. Лемма о вложенных отрезках.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса о предельной точке. Определения.
13. Понятие подпоследовательности. Частичные пределы. Критерий сходимости последовательности.
14. Лемма о выделении сходящейся подпоследовательности.
15. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши фундаментальной последовательности.
16. Два определения предела функций на языке « $\varepsilon - \delta$ » и на языке последовательностей (сведение к случаю последовательности).
17. Первый замечательный предел.
18. Второй замечательный предел.
19. Арифметические операции над пределами. Предельный переход в неравенстве.
20. Предел монотонной функции.
21. Сравнение функций.  $O$ -символика. Критерий эквивалентности функций.
22. Непрерывность функции. 3 определения. Классификация точек разрыва. Примеры. Арифметические свойства непрерывности.
23. Непрерывность целой и дробно-рациональной функции, показательной и логарифмической функции.
24. Непрерывность гиперболических функций, тригонометрических функций.
25. Свойства непрерывных функций (Теоремы: об постоянстве знака, Коши о прохождении через ноль, Коши о промежуточном значении)
26. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
27. Обратимость непрерывной монотонной функции.
28. Непрерывность сложной функции.
29. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
30. Определение производной функции. Геометрический смысл производной. Примеры вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Представление для приращения функции. Односторонние производные.
31. Производная обратной функции.
32. Правила вычисления производных (производная суммы, произведения, частного двух функций).
33. Производная сложной функции.

34. Определение дифференцируемой функции. Связь между дифференцируемостью и существованием производной функции. Дифференциал функции.

35. Инвариантность формы первого дифференциала.

36. Основные теоремы дифференциального исчисления. (Лемма Ферма, Теорема Ролля, Теорема Лагранжа, Теорема Коши). Геометрическое истолкование этих теорем.

37. Производные и дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы дифференциалов высших порядков.

38. Формула Тейлора для многочлена. Вычисление коэффициентов.

39. Разложение произвольной функции по формуле Тейлора. Остаточный член в форме Пеано.

40. Правило Лопиталю. Неопределенность  $\left(\frac{0}{0}\right), \left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ .

41. Условие монотонности функции в заданном промежутке. Экстремумы функции. Необходимое и достаточные условия наличия экстремума.

42. Выпуклые функции. Геометрическое истолкование. Условия выпуклости функции.

43. Точки перегиба. Асимптоты. Схема построения графика функции по характерным точкам.

44. Понятие первообразной функции. Свойства неопределенного интеграла. Интегрирование путем замены переменной.

45. Неопределенный интеграл. Интегрирование по частям. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.

46. Неопределенный интеграл. Простые дроби и их интегрирование.

47. Разложение правильных дробей на простые.

48. Интегрирование выражений вида  $R\left(x, \sqrt{\frac{ax+\beta}{\gamma x+\delta}}\right)$ .

49. Интегрирование биномиального дифференциала

Структура экзаменационного билета:

1. Теоретический вопрос.

2. Теоретический вопрос

**ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»**

**Факультет математики и информационных технологий**

**Кафедра математического анализа**

**Направление подготовки 01.03.05 Статистика**

**Экзаменационный билет № \_\_\_ по дисциплине «Математический анализ»**

**(20\_\_\_ – 20\_\_\_ уч. год)**

Образец экзаменационного билета:

1. Числовые множества. Метод математической индукции. Действия над рациональными числами. Свойства. Иррациональность. (15 баллов).

2. Основные теоремы дифференциального исчисления. (Лемма Ферма, Теорема Ролля, Теорема Лагранжа, Теорема Коши). Геометрическое истолкование этих теорем. (15 баллов).

**Зав. кафедрой**

**И.О. Фамилия**

Вопросы для экзамена (второй семестр):

1. Задача о площади.
2. Определение определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости.
3. Определения сумм Дарбу. Их свойства.
4. Условие существования определенного интеграла.
5. Классы интегрируемых функций (непрерывные, монотонные и ограниченные).
6. Свойства интегрируемых функций.
7. Свойства определенного интеграла, выражаемые равенствами.
8. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами.
9. Теорема о среднем значении. Обобщенная теорема о среднем значении.
10. Определенный интеграл как функция верхнего предела.
11. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Понятие кривой. Длина дуги кривой. Спрямолинейные кривые.
13. Определение понятия площади плоской фигуры. Свойство аддитивности. Площадь как предел.
14. Класс квадратуемых фигур. Выражение площади интегралом.
15. Площадь криволинейного сектора.
16. Определение понятия объема. Выражение объема интегралом.
17. Площадь поверхности вращения.
18. Пространство  $\mathbb{R}^n$ . Метрика. Доказать, что функция  $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$  является метрикой в пространстве  $A^n$ ,  $\rho: A^n \times A^n \rightarrow [0; +\infty)$ . Норма элемента.
19. Открытые и замкнутые множества в  $\mathbb{R}^n$ . Критерий замкнутости. Компакт в  $\mathbb{R}^n$ .
20. Предел функции многих переменных. Сведение к случаю последовательности. Теорема Больцано-Вейрштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности.
21. Повторные пределы. Связь между двойными и повторными пределами.
22. Определение непрерывности функции многих переменных. Основные свойства непрерывных функций.
23. Частные производные и частные дифференциалы. Полное приращение функции.
24. Полный дифференциал функции многих переменных.
25. Производные от сложной функции многих переменных.
26. Производная по заданному направлению. Градиент.
27. Инвариантность формы первого дифференциала функции многих переменных.
28. Производные высших порядков функции многих переменных. Теорема о смешанных производных.
29. Дифференциалы высших порядков функции многих переменных. Дифференциал сложной функции многих переменных (нарушение инвариантности формы второго дифференциала).
30. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие.
31. Экстремумы функций многих переменных. Достаточное условие.
32. Понятие неявной функции. Теорема о неявной функции.
33. Понятие числового ряда. Сумма бесконечной геометрической прогрессии. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши.

34. Знакоположительные ряды. Достаточные условия сходимости (ограниченность, признак сравнения, признак Даламбера). Доказательство одного признака на выбор.

35. Знакоположительные ряды. Достаточные условия сходимости (ограниченность, признак Коши, признак Раабе, интегральный признак). Доказательство одного признака на выбор.

36. Абсолютная и условная сходимость числового ряда. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.

37. Произвольные числовые ряды. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле.

38. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку. Свойства. Интеграл от неотрицательной функции. Признак сравнения. Частный признак сравнения.

39. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки Абеля и Дирихле. Замена переменных в несобственном интеграле.

40. Определение несобственного интеграла. Формула интегрирования по частям. Главное значение в смысле Коши

Структура экзаменационного билета:

1. Теоретический вопрос.
2. Теоретический вопрос

**ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»**

**Факультет математики и информационных технологий**

**Кафедра математического анализа**

**Направление подготовки 01.03.05 Статистика**

**Экзаменационный билет № \_\_\_ по дисциплине «Математический анализ»**

**(20\_\_ – 20\_\_ уч. год)**

Образец экзаменационного билета:

1. Определения сумм Дарбу. Их свойства. (15 баллов)
2. Пространство  $\mathbb{R}^n$ . Метрика. Доказать, что функция  $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$  является метрикой в пространстве  $A^n$ ,  $\rho: A^n \times A^n \rightarrow [0; +\infty)$ . Норма элемента. (15 баллов)

**Зав. кафедрой**

**И.О. Фамилия**

Вопросы для экзамена (третий семестр):

1. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функционального ряда в точке и на множестве. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости.
2. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Абеля и Дирихле. Доказательство одного на выбор.
3. Теорема о почленном переходе к пределу в функциональных рядах.
4. Почленное интегрирование функциональных рядов. Почленное дифференцирование функциональных рядов.

5. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара. Определение коэффициентов степенного ряда (ряд Тейлора). Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
6. Гамма-функция. Формула приведения.
7. Бета-функция. Формула приведения.
8. Пространство кусочно-непрерывных функций со скалярным произведением, определенным через интеграл– бесконечномерное евклидово пространство. Вывод.
9. 2 свойства евклидова пространства (неравенство Коши-Буняковского, норма элемента).
10. Понятие об общем ряде Фурье. Тождество и неравенство Бесселя.
11. Замкнутые и полные ортонормированный пространства.
12. Замкнутость тригонометрической системы. Разложение в ряд Фурье только по синусам или только по косинусам.
13. Криволинейные интегралы первого рода. Сведение к обычному определенному интегралу.
14. Криволинейные интегралы второго рода. Его существование и вычисление.
15. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла.
16. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
17. Признак точного дифференциала и нахождение первообразной в случае прямоугольной области.
18. Определение двойного интеграл. Задача об объеме цилиндрического бруса. Сведение двойного интеграла к повторному.
19. Формула Грина.
20. Замена переменных в двойном интеграле.
21. Выражение площади в криволинейных координатах.
22. Понятие поверхности. Виды задания поверхности: явно, неявно, параметрически.
23. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
24. Сторона поверхности. Ориентация поверхности в пространстве.
25. Определение и вычисление площади поверхности.
26. Определение поверхностного интеграла. Сведение к двойному интегралу.
27. Выражение объема тела поверхностным интегралом.
28. Определение тройного интеграла и условия его существования.
29. Вычисление тройного интеграла, распространенного на параллелепипед.
30. Формула Остроградского.
31. Замена переменных в тройных интегралах. Преобразование пространств и криволинейные координаты.
32. Выражение объема в криволинейных координатах.

Структура экзаменационного билета:

1. Теоретический вопрос.
2. Теоретический вопрос

**ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»**  
**Факультет математики и информационных технологий**  
**Кафедра математического анализа**  
**Направление подготовки 01.03.05 Статистика**  
**Экзаменационный билет № \_\_\_ по дисциплине «Математический анализ»**  
**(20\_\_ – 20\_\_ уч. год)**

Образец экзаменационного билета:

1. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функционального ряда в точке и на множестве. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости (15 баллов).

2. Криволинейные интегралы первого рода. Сведение к обычному определенному интегралу (15 баллов).

**Зав. кафедрой**

**И.О. Фамилия**

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Критерии оценивания ответа на экзамене:

Критерии оценки (в баллах):

- 25-30 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- 17-24 баллов выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- 10-16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- 1-10 баллов выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

## Примерные вопросы для устного опроса (1 семестр)

### Модуль 1.

1. Иррациональность  $\sqrt{2}$ .
2. Бесконечные десятичные дроби.
3. Метод математической индукции.
4. Свойства натуральных чисел.
5. Свойства целых чисел.
6. Свойства рациональных чисел.
7. Принцип Архимеда.
8. Лемма о вложенных отрезках.
9. Принцип верхней (нижней) грани числового множества.
10. Предел последовательности.

### Модуль 2.

1. Предел функции.
2. Первый замечательный предел.
3. Второй замечательный предел.
4. Число  $e$ .
5. Предельный переход в равенстве и неравенстве.
6. Непрерывность функции в точке.
7. Непрерывность элементарных функций.
8. Свойства непрерывных функций.
9. Первая и вторая теорема Вейрштрасса.
10. Равномерная непрерывность.

### Модуль 3.

1. Производная функции одной переменной. Геометрический смысл.
2. Производные элементарных функций.
3. Производная суммы, произведения, частного двух функций.
4. Производная сложной функции.
5. Инвариантность формы первого дифференциала.
6. Основные теоремы дифференциального исчисления.
7. Формула Тейлора.
8. Правило Лопиталя.
9. Экстремумы функций одной переменной.
10. Выпуклые функции. Геометрическое истолкование. Условия выпуклости функции.

### Модуль 4.

1. Определение первообразной.
2. Первообразная функции  $\sin x$
3. Свойства неопределенного интеграла.
4. Замена переменной в неопределенном интеграле.
5. Интегрирование по частям.
6. Правильная рациональная дробь.

7. Биномиальный дифференциал.
8. Подстановки Эйлера.
9. Первообразная функции  $y = \frac{1}{1+x^2}$
10. Первообразная функции  $y = a^x$ .

### Примерные вопросы для устного опроса (2 семестр)

#### Модуль 1.

1. Определенный интеграл.
2. Необходимое условие интегрируемости.
3. Верхняя и нижняя суммы Дарбу.
4. Условие существования определенного интеграла.
5. Теорема о среднем значении. 6. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Вычисление длины дуги.
8. Площадь криволинейного сектора.

#### Модуль 2.

1. Открытые и замкнутые множества в  $\mathbb{R}^n$ .
2. Критерий замкнутости. Компакт в  $\mathbb{R}^n$ .
3. Предел функции многих переменных.
4. Связь между двойными и повторными пределами.
5. Непрерывность функции многих переменных.
6. Полный дифференциал функции многих переменных.
7. Производная по заданному направлению. Градиент.
8. Теорема о смешанных производных.
9. Теорема о неявной функции.

#### Модуль 3.

1. Необходимое условие сходимости числового ряда.
2. Критерий Коши.
3. Признак Даламбера.
4. Признак Коши.
5. Признак сравнения.
6. Признак Раабе.
7. Признак Лейбница.
8. Абсолютная и условная сходимость числового ряда.
9. Признаки Абеля и Дирихле.

### Примерные вопросы для устного опроса (3 семестр)

#### Модуль 1. (Функциональные последовательности и ряды)

1. Понятие функциональной последовательности (ряда).
2. Сходимость функционального ряда в точке и на множестве.
3. Равномерная сходимость функциональной последовательности (ряда).



4. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности (ряда).
5. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
6. Признаки Абеля.
7. Признак Дирихле.
8. Теорема о почленном переходе к пределу в функциональных рядах.
9. Почленное интегрирование функциональных рядов.
10. Почленное дифференцирование функциональных рядов.

### **Модуль 2. (Степенные ряды)**

1. Определение степенного ряда.
2. Теорема Абеля.
3. Теорема Коши-Адамара.
4. Радиус сходимости степенного ряда.
5. Разложение в степенной ряд в точке  $x=0$  функции  $f(x) = e^x$ .

### **Модуль 3. (Криволинейные интегралы)**

1. Криволинейные интегралы первого рода.
2. Сведение криволинейного интеграла первого рода к обычному определенному интегралу.
3. Криволинейные интегралы второго рода.
4. Его существование и вычисление.
5. Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла.
6. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
7. Признак точного дифференциала и нахождение первообразной в случае прямоугольной области.
8. Замкнутая кривая.
9. Кривая без самопересечений.
10. Гладкая кривая.

### **Модуль 4. (Кратные интегралы)**

1. Определение двойного интеграла.
2. Задача об объеме цилиндрического бруса.
3. Сведение двойного интеграла к повторному.
4. Формула Грина.
5. Замена переменных в двойном интеграле.
6. Выражение площади в криволинейных координатах.
7. Понятие поверхности.
8. Виды задания поверхности: явно, неявно, параметрически.
9. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
10. Сторона поверхности. Ориентация поверхности в пространстве.

Каждому студенту дается один вопрос из каждого модуля в течение семестра. Каждый вопрос оценивается в 2 балла. Эти баллы учитываются при подсчете рейтинга только на экзамене.

Критерии оценки (в баллах):

- 15 баллов выставляется студенту, если им дан четкий, развернутый и верный ответ на вопрос;
- 10-14 баллов выставляется студенту, если им дан верный ответ, но возможно неполный или студент не ответил на 1-2 дополнительных вопроса;
- 1-9 баллов выставляется студенту, если им дан неверный ответ на вопрос, но ответил на дополнительные вопросы или дан фрагментарный, но верный ответ на основной вопрос, но не были получены ответы на дополнительные вопросы;
- 0 баллов выставляется студенту, если им не был дан ответ на основной вопрос и он не ответил ни на один дополнительный вопрос.

### Работа на занятии

Работа на занятии: решение задач из книги [4]. Каждое занятие оценивается в 1 балл.

### Задания для лабораторных работ

Описание лабораторной работы:

Каждая лабораторная работа состоит из нескольких задач по проверяемой теме. Каждому студенту дается отдельный вариант. Все лабораторные работы выполняются каждым студентом самостоятельно. Задача считается верно решенной, если подробно и четко написано ее правильное решение. По окончании выполнения лабораторной работы студент сдает отчет, в котором содержатся решения задач по данной лабораторной работе.

Примеры варианта лабораторной работы:

#### 1-й семестр

#### Лабораторная работа № 1:

- 1 Доказать равенства (по определению):  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)^n} = 0$ . (2 балла)
2. Пользуясь теоремой о существовании предела монотонной и ограниченной последовательности, доказать сходимость последовательности:  
$$x_n = \frac{4}{2} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{6}{26} \cdot \dots \cdot \frac{n+3}{3n^2-1}$$
. (2 балла)
3. Пользуясь критерием Коши, доказать сходимость последовательности:  
$$x_n = \frac{\sin 1}{1-2} + \frac{\sin 2}{2-3} + \dots + \frac{\sin n}{n(n+1)}$$
. (2 балла).
4. Для последовательности  $x_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) найти  $\inf x_n$ ,  $\sup x_n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ ,  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$ , если  $x_n = 1 + (n-1) \sin \frac{(n-1)\pi}{2}$ . (2 балла).
5. Найти пределы а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+n)^3 - (2n-1)^2}{(n+3)^2 - 5n^3}$ , б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{71n} - \sqrt[3]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n})\sqrt{11+n^2}}$ ,  
в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4-2n}{1-2n}\right)^{n+1}$ . (6 баллов).

### Лабораторная работа № 2:

1. Сформулировать с помощью неравенств утверждение  $\lim_{x \rightarrow a-0} g(x) = c$ . (2 балла).
2. Вычислить пределы а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3+x)^3 - (2-x)^2}{(2+x)^3 - (3+x)^2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}$ ;  
в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x^3 - 1}{\sin^6 2x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 3x - 1} \right)^{\frac{1}{x}}$ . (8 баллов).
3. Исследовать функцию на непрерывность. В случае, если существуют точки разрыва, определить их род. Нарисовать график функции.  $y = \begin{cases} (x+1), & x > 0, \\ x^2, & x \leq 0. \end{cases}$  (4 балла).

### Лабораторная работа № 3:

1. Найти производные  $y'_x$  а)  $y = x^3 \ln \sqrt{1+x^2}$ ;  
б)  $x(t) = e^{-t} \cos t$ ,  $y(t) = \ln t \sin t$ ; в)  $x^2 - 2xy + y^3 = 0$ . (6 баллов).
2. Заменяя приращение функции дифференциалом, найти приближенно значение  $\sqrt[4]{1,01}$ ; (2 балла).
3. Пусть  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  - дважды дифференцируемые функции. Найти  $d^2y$ , если  $y = u^2 v^3$ ; (2 балла).
4. Вычислить предел с помощью правила Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg} 4x - 12 \operatorname{tg} x}{3 \sin 4x - 12 \sin x}$  (3 балла).
5. Вычислить предел, используя формулу Тейлора  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sqrt{1+\sin x} + \ln(1-x)}{\operatorname{tg} x - \sin x}$ . (3 балла).

### Лабораторная работа № 4:

Найти интегралы

1.  $\int \frac{2-3x}{x^2+2} dx$
2.  $\int x \arctg 2x dx$ ,
3.  $\int \frac{3x+13}{(x-1)(x^2+2x+5)} dx$ ,
4.  $\int \frac{1-\sqrt{x}}{(1+\sqrt[3]{x})\sqrt{x}} dx$ ,
5.  $\int \frac{dx}{5+2\sin x+3\cos x}$ . (15 баллов)

### 2-й семестр

#### Лабораторная работа № 1:

1. Найти определенный интеграл  $\int_0^{\pi/9} \frac{x}{\cos^2 3x} dx$  (3 балла)
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^3$  (3 балла)
3. Вычислить длину дуги линии  $r = \cos^3(\varphi/3)$  (3 балла)
4. Вычислить площадь поверхности тела, полученного вращением кривой вокруг оси  $Ox$   $y = 1/x$ ,  $x \in [1,3]$ . (3 балла)

### Лабораторная работа № 2:

1. Найти

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^3 - y}{x^3 + y}. \quad (3 \text{ балла})$$

2. Найти дифференциалы первого и второго порядков от функции  $f(x, y) = 2^{-x^2}y(x + y)$ . (4 балла).

3. Найти полный дифференциал первого порядка от сложной функции  $z = f(u, v)$ ,  $u = \frac{x}{y}$ ,  $v = xy$  (3 балла).

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $f$  на заданном множестве  $f = x^2 - xy + y$ ,  $|x| \leq 2$ ,  $|y| \leq 3$ . (4 балла).

### Лабораторная работа №3:

1. Найти сумму числового ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9n^2 - 3n - 2}. \quad (2 \text{ балла})$$

2. Пользуясь признаком сравнения, исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 4n + 7}{\sqrt[3]{n^9 + 5n - 7}} \quad (2 \text{ балла})$$

3. Пользуясь признаком Даламбера, исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{2^n (n+1)!} \quad (2 \text{ балла})$$

4. Пользуясь признаком Коши, исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left( \frac{n}{n+1} \right)^{3n^2} \quad (2 \text{ балла})$$

5. Используя различные признаки сходимости, исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[5]{n}} \quad (2 \text{ балла}).$$

### Лабораторная работа №4:

1. Применяя признак Лейбница, исследовать сходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n \sin \frac{1}{n}} - \cos \frac{1}{n} \right) \quad (2 \text{ балла})$$

2. Применяя признак Абеля, исследовать сходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n \sqrt{n}}{n^{2/3} + 100} \quad (2 \text{ балла})$$

3. Применяя признак Дирихле, исследовать сходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^3 n}{\sqrt{n}} \quad (3 \text{ балла})$$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующие ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \arctg \frac{n+1}{n^3} \quad (3 \text{ балла})$$

### 3-й семестр

#### Лабораторная работа №1:

1. Найти предельную функцию  $f(x)$  последовательности  $\{f_n(x)\}$  на множестве  $X$   
 $f_n(x) = n^3 x^2 e^{-nx}, \quad X = [0, +\infty);$

(2 балла)

2. Исследовать равномерную сходимость последовательности  $\{f_n(x)\}$  на множестве  $X$

$$f_n(x) = \frac{2nx}{1 + n^2 x^2}, \quad X = [1, +\infty);$$

(2 балла)

3. Применяя признак Вейерштрасса, исследовать равномерную сходимость ряда на указанном множестве

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n+1)2^n}, \quad -1 \leq x \leq 3;$$

(2 балла)

4. Исследовать равномерную сходимость ряда на указанном множестве, применяя различные методы

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{n(1 + 2nx^2)}, \quad -\infty < x < +\infty;$$

(3 балла)

#### Лабораторная работа №2:

1. Определить радиус и интервал сходимости, исследовать поведение в граничных точках интервала сходимости следующих степенных рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 3}{n^2 + 5} \right)^{n^3} (x - 1)^n$$

(3 балла)

2. Разложить в степенной ряд с центром в точке  $x_0$  функцию  $f(x)$ , указать радиус сходимости полученного ряда

$$f(x) = \frac{1}{2^{2x-2}}, \quad x_0 = -1.$$

(3 балла)

#### Контрольная работа №1:

1. Вычислить криволинейные интегралы первого типа

а)  $\int_{\Gamma} (2x + y) ds$ ,  $\Gamma$  – ломанная  $ABOA$ , где  $A(1,0)$ ,  $B(0,2)$ ,  $O(0,0)$ . (2 балла)

б)  $\int_{\Gamma} xy ds$ ,  $\Gamma$  – четверть эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , лежащая в первой четверти. (2 балла)

2. Вычислить криволинейный интеграл второго типа

$$\int_{\Gamma} x^2 dx + \frac{dy}{y^2}, \quad \Gamma$$
 – дуга кривой  $x = \frac{1}{y}$  от  $A(1,1)$  до  $B\left(4, \frac{1}{4}\right)$ . (2 балла)

3. Убедившись в том, что подынтегральное выражение является полным дифференциалом некоторой функции, вычислить криволинейный интеграл по кривой  $\Gamma$  с началом в точке  $A$  и концом в точке  $B$ .

$$\int_{\Gamma} (x+y)dx + (x-y)dy, \quad A(2, -1), \quad B(1,0). \quad (2 \text{ балла})$$

4. Найти функцию  $u(x, y)$  по ее полному дифференциалу

$$du = \frac{y}{x^2} dx + \left(y - \frac{1}{x}\right) dy. \quad (3 \text{ балла})$$

### Контрольная работа №2:

1. Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_1^{2x} f(x, y)dy + \int_1^2 dx \int_1^{2/x} f(x, y)dy$ . (2 балла)

2. Вычислить  $\iint_D (2x - y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$  (2 балла)

3. Вычислить  $\iint_D y dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями  $y^2 - 2y + x^2 = 0$ ,  $y^2 - 4y + x^2 = 0$ ,  $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ ,  $y = \sqrt{3}x$ , перейдя к полярным координатам. (3 балла)

4. Найти площадь области, ограниченной кривыми  $y^2 = 2x$ ,  $y^2 = 4x - x^2$ ,  $2x < y^2$ . (2 балла)

5. Вычислить поверхностный интеграл  $\iint_S (x^2 + y^2) dS$ , где  $S$  – сфера  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ . (3 балла)

6. Вычислить  $\iiint_G (z - x + y) dx dy dz$ , где  $G$  ограничена поверхностями  $ay = z^2 + x^2$ ,  $y^2 = z^2 + x^2$ ,  $a > 0$ . (3 балла)

### Описание методики оценивания контрольных работ:

Критерии оценки (в баллах):

Напротив каждой задачи прописано максимальное количество баллов, которое студент может заработать за правильно решенную задачу. За решение задачи может быть снято 0,5, 1, 1,5, 2 или 3 балла в зависимости от правильности приведенного решения (могут быть неточности в решении, неполное решение, не полностью корректное решение).

## Примерные темы курсовых работ

1. Применение определенного интеграла для вычисления механических и физических величин.

2. Доказать неравенство Йенсена

$$f(q_1x_1 + \dots + q_nx_n) \leq q_1f(x_1) + \dots + q_nf(x_n),$$

$f$  – выпуклая функция,  $q_1, \dots, q_n > 0$ ,  $q_1 + \dots + q_n = 1$ .

3. Вычислить интеграл Пуассона

$$I(r) = \int_0^\pi \ln(1 - 2r\cos x + r^2) dx.$$

4. Доказать, что многочлены Лежандра

$$X_n(x) = c_n \frac{d^n(x^2 - 1)^n}{dx^n} \quad (c_n = \text{const})$$

удовлетворяют соотношению

$$(x^2 - 1)X_n'' + 2xX_n' - n(n + 1)X_n = 0.$$

5. Эллиптические интегралы.

6. Формулы прямоугольников и трапеций для вычисления интеграла

$$\int_a^b f(x) dx,$$

где  $f(x)$  – некоторая заданная в промежутке  $[a, b]$  непрерывная функция.

Дополнительные члены формул прямоугольников и трапеций.

7. Применение дифференциальных уравнений в физике и химии.

8. Приближенное решение уравнений. Метод хорд.

9. Особые точки плоских кривых.

10. Функциональная характеристика показательной, логарифмической и степенной функций.

### 4.3. Рейтинг-план дисциплины (при необходимости)

Рейтинг-план дисциплины представлен в приложении 2.

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

**5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины** Основная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х т. М.: Физматлит, 2001. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=83037](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=83037)

2. А.Н. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2001. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=83198](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=83198)

3. Ишкин Х.К. Математический анализ. Курс лекций. В 4-х частях. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2013. [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin\\_Lekcii%20po%20matem\\_ch1\\_Uch.pos\\_2012.pdf/info](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin_Lekcii%20po%20matem_ch1_Uch.pos_2012.pdf/info)

4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов – М.: ЧеРо, 1997. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=459722](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=459722)

5. Кривошеева О.А., Латыпов Д.Г. Числовые и функциональные ряды. Несобственные интегралы. Уфа: РИЦ БашГУ. 2016. (учебные пособия в необходимом количестве имеются на кафедре математического анализа).

#### **Дополнительная литература:**

6. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т.1, М.: Физматлит, 2001.  
[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=69500](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=69500)
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа в 2-х частях. М.: Физматлит, 2009. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=83225](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=83225)
8. Амангильдин Т.Г., Ахмерова Э.Ф. Производная и ее приложения к решению задач: метод указания и задания с решениями типовых задач по математическому анализу– Уфа: РИЦ БашГУ, 2013. <https://elib.bashedu.ru/dl/corp/AmangildinProizvodPrilozhRashZadach.pdf/info>
9. Рудин У. Основы математического анализа. – М.: Мир, 1976.  
[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=447958](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=447958)
10. Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. – М.: Мир, 1967.  
[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=459728](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=459728)
11. Г. Поля, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Ч.1, - М.: Наука. 1978.  
[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=447989](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=447989)
12. Мараховский А.С., Белаш А.Н. Математический анализ: интегральное исчисление: практикум. Ставрополь: СКФУ, 2015. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=458071](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=458071)
13. Туганбаев А.А. Математический анализ: производные и графики функций. Учебное пособие. М.: Изд-во «Флинта», 2017. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=103836](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=103836)
14. Туганбаев А.А. Математический анализ: ряды. Учебное пособие. М.: Изд-во «Флинта», 2017. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=103837](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=103837)
15. Туганбаев А.А. Математический анализ: интегралы. Учебное пособие. М.: Изд-во «Флинта», 2017. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=103835](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=103835)
16. Протасов Ю.М. Математический анализ. Учебное пособие. М.: Изд-во «Флинта», 2012. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=115118](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=115118)
17. Кутузов А.С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной. Учебное пособие. Москва, Берлин: ДиректМедиа, 2017.  
[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=462166](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=462166)

#### **5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины**

1. Библиотека Башкирского государственного университета <http://lib.bashedu.ru>
2. Электронно-библиотечная система БашГУ <https://elib.bashedu.ru>
3. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru>
5. Электронные тесты на платформе Moodle <http://sdo.bashedu.ru/course/view.php?id=61>

#### **Программное обеспечение .**

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.



**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Аудитория № 528, 515, 530, 502 (физмат корпус - учебное)	Лекции	Учебная мебель, доска.
Аудитория №№ 526, 527, 517, 528, 515 (физмат корпус - учебное)	Лабораторные работы	Учебная мебель, доска.
Аудитория № 522 – лаборатория компьютерного моделирования (физмат корпус – учебное)	Выполнение курсовых работ	Учебная мебель, доска, персональный компьютер Lenovo ThinkCentre A70z Intel Pentium E 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., кондиционер Lessar LS/LU-H24KB2
Аудитория № 426 (физмат корпус - учебное),	Самостоятельная работа	Учебная мебель, доска, персональные компьютеры Lenovo Think Centre A70z Intel Pentium E 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., шкаф TLK TWP-065442-G-GY.
читальный зал №2 (физико-математический корпус)		Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт., принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
дисциплины математический анализ на 1 семестр  
очная  
*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ/часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	127.2
лекций	54
практических/семинарских	72
лабораторных	0
других (групповая/ индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	52.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	72

Формы контроля:  
экзамен I семестр  
зачет I семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов ЛК	Форма текущего контроля успеваемости
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции.	2	-	2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 22-29, 151-154	Теоретический опрос
2.	Действительные числа: алгебраические свойства множества $\mathbb{R}$ действительных чисел. Геометрическая интерпретация вещественных чисел, бесконечные десятичные дроби. Действия над действительными числами, принцип Архимеда.	3	-	4	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 3, 4, 6, 10,	Теоретический опрос
3.	Аксиома полноты множества $\mathbb{R}$ . Основные принципы полноты множества $\mathbb{R}$ : существование точной верхней (нижней) грани числового множества, принцип вложенных отрезков, лемма о конечном покрытии.	3	-	2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 16, 17, 20, 21	Лабораторная работа №1
4.	Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и	2	-	6	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 48, 52, 57, 60, 63	Лабораторная работа №1

	признаки существования предела.							
5.	Предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности.	3	-	2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 69,79, 101, 104-109	Лабораторная работа №1
6.	Число «e», верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела.	2	-	2	3	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 84, 85, 74, 72, 111-114	Теоретический опрос
7.	Предел функции в точке. Различные определения и их эквивалентности. Критерий Коши существования предела.	2	-	6	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 406, 407	Лабораторная работа №2
8.	Свойства пределов. Арифметические операции над пределами. 1-й и 2-й замечательный пределы.	2	-	4	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]:70,72,74,76,145-147	Лабораторная работа №2
9.	Классификация бесконечно малых и бесконечно больших. Символы «O», «o».	2	-	2	3	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 647-651	Лабораторная работа №2
10.	Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции; точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке.	3	-	6	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 674-728	Лабораторная работа №2, Теоретический опрос
11.	Существование наибольшего и наименьшего значений; равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке.	2	-	4	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 794-801	Лабораторная работа №2
12.	Монотонные функции, существование и	4	-	2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 767-772	Теоретический опрос

	непрерывность обратной функции, непрерывность элементарных функций.							
13.	Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница.	4	-	6	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 828, 845-859, 888-892, 920-932, 961-966, 1039-1042, 1055-1063, 1085-1090, 1099, 1134-1141	Лабораторная работа №3
14.	Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: локальная формула Тейлора; асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом.	4	-	6	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1251, 1377-1387	Теоретический опрос
15.	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций. Признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба.	4	-	6	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1479-1498	Лабораторная работа №3

16.	Правило Лопитала.	3		2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1345-1364	Лабораторная работа №3
17.	Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица формул интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям.	3	-	4	3,8	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1628-1632, 1643-1660	Лабораторная работа №4, теоретический опрос
18.	Интегрирование рациональных функций.	3	-	4	3	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1870-1887	Лабораторная работа №4, теоретический опрос
19.	Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций.	3	-	2	3	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1929-1935, 1939-1947, 1955, 1957	Лабораторная работа №4
	<b>Всего часов:</b>	54	-	72	71,5			

## Рейтинг – план дисциплины

## Математический анализ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатикакурс 1, семестр 1

Рейтинг-план №1 (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. Предел последовательности.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			0	10
Работа на занятии	1	10	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			0	7,5
Теоретический опрос	2,5	3	0	7,5
<b>Модуль 2. Предел функции. Непрерывность.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			0	10
Работа на занятии	1	10	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			0	7,5
Теоретический опрос	2,5	3	0	7,5
<b>Модуль 3. Дифференцируемость функции.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			0	10
Работа на занятии	1	10	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			0	7,5
Теоретический опрос	2,5	3	0	7,5
<b>Модуль 4. Первообразная.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			0	10
Работа на занятии	1	10	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			0	7,5
Теоретический опрос	2,5	3	0	7,5
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
Экзамен			0	30
<b>Итого</b>			<b>45</b>	<b>100</b>

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
дисциплины математический анализ на 2 семестр  
очная  
*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ/часов)	6/216
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	113,2
лекций	48
практических/семинарских	64
лабораторных	0
других (групповая/ индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	66.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36

Формы контроля:  
экзамен 2 семестр



№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов ЛК	Форма текущего контроля успеваемости
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл Римана; критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва	6	-	8	8	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2210-2213, 2220-2223, 2242-2248	Лабораторная работа №1, устный опрос
2.	Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении. Дифференцирование по переменному верхнему пределу. Существование первообразной от непрерывной функции. Связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной; интегрирование по частям; длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения.	6	-	8	8	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2398-2406, 2413-2415, 2418-2421, 2436, 2440, 2447, 2474-2476, 2493-2498	Лабораторная работа №1, устный опрос
3.	Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от	4	-	6	6	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2334-2344.	Лабораторная работа №5

	неограниченных функций; признаки сходимости.							
4.	Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью бета- и гамма-функции Эйлера.	5	-	6	8	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 3791, 3795, 3799, 3847-3857	устный опрос
5.	Функции многих переменных: Евклидово пространство. Обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства. Пределы, непрерывность функции многих переменных.	6	-	8	8	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 3184-3192	Лабораторная работа №3, устный опрос
6.	Дифференциал и частные производные функции многих переменных. Производные по направлению, градиент. Достаточное условие дифференцируемости; касательная и нормаль к поверхности. Дифференцирование сложной функции. Частные производные высших порядков, свойства смешанных производных; дифференциалы высших порядков.	6	-	8	6	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 3214-3228, 3245, 3269-3271, 3283, 3284, 3293-3297	Лабораторная работа №3
7.	Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Теоремы о неявных функциях. Замена переменных. Экстремум, условный	5	-	6	6	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 3440-3444, 3593-3597, 3638-3642, 3654-3661	Лабораторная работа №3

	экстремум.							
8.	Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости.	5	-	8	4	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2548-2551, 2580-2582, 2626-2635	Лабораторная работа №4
9.	Признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорем Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.	5	-	6	4,5	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2667-2670, 2675-2689	Лабораторная работа №5, устный опрос
	Курсовая работа		-			1-17	Оформленная надлежащим образом учебная работа с элементами самостоятельного исследования материала по предложенной теме, сопровождаемая соответствующими примерами и графиками, иллюстрирующими изученный теоретический материал.	
	<b>Всего часов:</b>	48		64	58,5			

## Рейтинг – план дисциплины

## Математический анализ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатикакурс 1, семестр 2

Рейтинг-план №1 (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. Определенный интеграл. Геометрический смысл.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			0	10
Работа на занятии	1	10	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			0	10
Теоретический опрос	2,5	4	0	10
<b>Модуль 2. Функции многих переменных.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			0	15
Работа на занятии	1	15	0	15
<b>Рубежный контроль</b>			0	10
Теоретический опрос	2,5	4	0	10
<b>Модуль 3. Числовые ряды. Несобственные интегралы</b>				
<b>Текущий контроль</b>			0	15
Работа на занятии	1	15	0	15
<b>Рубежный контроль</b>			0	10
Теоретический опрос	2,5	4	0	10
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
3. Посещение лекционных занятий			0	-6
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
Экзамен			0	30
<b>Итого</b>			<b>45</b>	<b>110</b>

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
дисциплины математический анализ на 3 семестр  
очная  
*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ/часов)	6/216
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	91,2
лекций	54
практических/семинарских	0
лабораторных	36
других (групповая/ индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	88.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	36

Формы контроля:  
экзамен 3 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов ЛК	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.) ПР/СЕМ
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6			
1.	Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Теорема о предельном переходе. Теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании.	8	3	7	9	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 2746-2754, 2770-2778	Лабораторная работа №2, устный опрос
2.	Степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши – Адамара. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда.	6	3	7	9	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 2813-2826, 2869-2873	Лабораторная работа №2
3.	Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая функция; равномерная сходимость ряда Фурье; признаки сходимости ряда Фурье в точке.	8	4	7	9	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 2947-2950, 2953-2955	Контрольная работа №1, устный опрос
4.	Достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля; неравенство	6		6	9	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 2977-2985	Контрольная работа №1, устный опрос

	Бесселя; интеграл Фурье и преобразование Фурье.							
5.	Двойной интеграл и интеграл высшей кратности. Критерий интегрируемости Лебега и Дарбу. Двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному;	6	4	7	9	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 3924-3929, 3948, 3951-3954	Контрольная работа №2, устный опрос
6.	Замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; механические и физические приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; несобственные и кратные интегралы.	8		7	9	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 4008,4013, 4022, 4037,4052, 4062, 4076, 4081, 4102, 4107,4116	Контрольная работа №2
7.	Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности; формула Грина; формула Остроградского; формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.	6	4	7	9	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 4221, 4224-4227,4241, 4250-4253, 4259, 4296, 4308-4311	Контрольная работа №1
8.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля: скалярное поле; поток; расходимость, циркуляция, вихрь. Векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса.	6		6	8,5	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 4370, 4376, 4401-4403, 4452	Контрольная работа №2
	<b>Всего часов:</b>	54	18	54	71,5			

## Рейтинг – план дисциплины

## Математический анализ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 1, семестр 3

Рейтинг-план №2 (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. Криволинейные интегралы.</b>				
Текущий контроль			0	10
Работа на занятии	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	7,5
Теоретический опрос	2,5	3	0	7,5
<b>Модуль 2. Степенные ряды.</b>				
Текущий контроль			0	10
Работа на занятии	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	7,5
Теоретический опрос	2,5	3	0	7,5
<b>Модуль 3. Кратные и поверхностные интегралы</b>				
Текущий контроль			0	10
Работа на занятии	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	7,5
Теоретический опрос	2,5	3	0	7,5
<b>Модуль 4. Ряды Фурье.</b>				
Текущий контроль			0	10
Работа на занятии	1	10	0	10
Рубежный контроль			0	7,5
Теоретический опрос	2,5	3	0	7,5
<b>Поощрительные баллы</b>			0	10
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
5. Посещение лекционных занятий			0	-6
6. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	0
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Экзамен			0	30
Итого			45	110