

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 5 от 28.02.2022 г.

Зав. кафедрой



/ З.Ю. Фазуллин

Согласовано:  
Председатель УМК  
факультета математики и  
информационных технологий

/ А.М. Ефимов



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Математический анализ

### Обязательная часть

**Программа бакалавриата**  
**Направление подготовки (специальность)**

**01.03.01 «Математика»**

Направленность (профиль) подготовки

"Вещественный, комплексный и функциональный анализ"

Квалификация

Бакалавр

Разработчик (составитель)  
доцент, к.ф.-м.н., доцент



/Ахмерова Э.Ф.

Для приема 2022

Уфа-2022

Составитель / составители: доц., к.ф.-м.н. Ахмерова Э.Ф.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа протокол № 5 от « 28 » февраля 2022 г.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры математического анализа  
протокол № 11 от «10» июня 2022 г.

Заведующий кафедрой



/ З.Ю. Фазуллин

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры

\_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О./

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры

\_\_\_\_\_,  
протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О./

# Содержание

<b>1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций</b>	<b>4</b>
<b>2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы</b>	<b>5</b>
<b>3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)</b>	<b>5</b>
<b>4. Фонд оценочных средств по дисциплине</b>	<b>6</b>
4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине	6
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине	9
1) Рейтинг-план дисциплины	9
2) Экзамен	10
3) Контрольные работы	16
4) Коллоквиум	17
5) Курсовая работа	23
<b>5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)</b>	<b>27</b>
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	27
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы	29
A. Ресурсы «Интернет»	29
B. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины	29
<b>6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине</b>	<b>30</b>
<b>Приложение № 1: Содержание рабочей программы</b>	<b>31</b>
<b>Приложение № 2: Рейтинг-планы</b>	<b>43</b>

# **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

По итогам освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Категория (группа) компетенций (наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения	Результаты обучения по дисциплине
1	2	3	4
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми Знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического знания и дисциплинам естественнонаучного содержания
	ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания	
	ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности	

## **2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы**

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются:

- формирование математической культуры студентов;
- фундаментальная подготовка в области математического анализа;
- овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математики и дисциплинах естественно-научного цикла.

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части цикла Б1 Дисциплины (модули). Дисциплина изучается на 1,2 курсах в 1 – 4 семестрах. Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: «Дискретная математика и математическая логика», «Алгебра», «Аналитическая геометрия».

Дисциплина «Математический анализ» относится к числу основных разделов современной математики. Знание математического анализа является важной составляющей общей математической культуры выпускника. Эти знания необходимы для освоения дисциплин: «комплексный анализ», «дифференциальные уравнения», «дифференциальная геометрия и топология», «функциональный анализ», «уравнения в частных производных», «теория вероятностей», «математическая статистика».

## **3. Содержание рабочей программы (объем**

**дисциплины, типы и виды учебных занятий,  
учебно-методическое обеспечение самостоятельной  
работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1

# 1. Фонд оценочных средств

## 4.1 Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в	Знает основные понятия определения и свойства объектов преподаваемой	Фрагментарные представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов	Неполные представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы об основных понятиях, определениях и свойствах объектов	Сформированные систематические представления об основных понятиях,

области математических и (или) естественнонаучных наук.	дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания	преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания	преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания	преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания	определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания	Фрагментарные представления о доказательствах утверждений, методах решения задач преподаваемой дисциплины, применении полученных навыков в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания	В целом успешное, но не систематическое использование основных утверждений и методов преподаваемой дисциплины	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использование основных утверждений и методов преподаваемой дисциплины	Сформированное умение использовать основные утверждения и методы преподаваемой дисциплины
ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуаль-	Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой	Фрагментарное использование фундаментальных знаний в области преподаваемой	В целом успешное, но не систематическое использование фундаментальных знаний в области преподаваемой	В целом успешное, содержащее отдельные пробелы, использование фундаментальных знаний в области преподаваемой	Успешное и систематическое использование фундаментальных знаний в области

ных и значимых проблем математики.	дисциплины в будущей профессиональной деятельности	дисциплины в будущей профессиональной деятельности	преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности	дисциплины в будущей профессиональной деятельности	преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности
------------------------------------	--	--	--	--	--

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) поитогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не засчитано – от 0 до 59 баллов.

**4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине**

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественнонаучных наук.	Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического знания и дисциплинам естественнонаучного содержания	Контрольные работы
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания	Контрольные работы, коллоквиум
ОПК-1.3 Имеет навыки методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности	Контрольные работы,

## **1. Рейтинг-план дисциплины**

Рейтинг-план дисциплины представлен в приложении № 2.

## 2. Экзамен

### A. Вопросы к экзаменам

#### I семестр

1. Действительные числа. Аксиомы сложения и умножения, порядка и полноты.
2. Общие алгебраические свойства действительных чисел.
3. Натуральные, целые, рациональные и иррациональные числа. Счетность множества рациональных чисел.
4. Модуль числа. Свойства модуля.
5. Метод математической индукции. Бином Ньютона.
6. Аксиома полноты и существование верхней (нижней) грани числового множества.
7. Принцип Архимеда и его следствия.
8. Лемма о вложенных отрезках.
9. Лемма о конечном покрытии.
10. Лемма о предельной точке.
11. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей
12. Ограниченнность последовательности, имеющей конечный предел. Теорема Вейерштрасса о монотонных последовательностях.
13. Свойства бесконечно малых последовательностей. Арифметические операции над пределами последовательностей.
14. Число  $e$ .
15. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
16. Критерий Коши сходимости последовательности.
17. Частичные пределы. Последовательности, имеющие бесконечный предел.  
Неопределенные выражения.
18. Два определения предела функции, их эквивалентность.
19. Различные типы пределов. Односторонние пределы.
20. Единственность и критерий существования предела функции.
21. Локальные свойства функции, имеющей предел. Свойства пределов функций, связанные с неравенствами.
22. Свойства бесконечно малых функций. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями.
23. Теорема о пределе монотонной функции в точке.
24. Критерий Коши существования предела функции.
25. Первый замечательный предел.
26. Второй замечательный предел.
27. Эквивалентные функции. О-символика.
28. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных в точке.
29. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
30. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши.
31. Непрерывность монотонной функции. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

32. Производная. Геометрический и механический смысл производной.  
Односторонние производные.
33. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Критерий дифференцируемости.
34. Правила дифференцирования.
35. Дифференцирование обратной функции.
36. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
37. Производная n-го порядка. Формула Лейбница.
38. Теоремы Ферма и Ролля.
39. Теоремы Лагранжа и Коши.
40. Формула Тейлора. Леммы 1 и 2.
41. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
42. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
43. Разложение основных элементарных функций.
44. Правило Лопиталя. Неопределенность вида  $\frac{0}{0}$ .
45. Правило Лопиталя. Неопределенность вида  $\frac{\infty}{\infty}$ .
46. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функции.
47. Выпуклость функции. Точки перегиба.
48. Асимптоты.

## II семестр

1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.
2. Интегрирование рациональных дробей.
3. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.
4. Интегрирование иррациональных функций.
5. Определенный интеграл. Свойства сумм Дарбу.
6. Следствие сумм Дарбу. Критерий интегрируемости.
7. Классы интегрируемых функций.
8. Свойства интегрируемых функций, связанные с отрезками интегрирования.
9. Свойства интегрируемых функций, связанные с неравенствами.
10. Теорема о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом.
11. Вычисление определенных интегралов.
12. Приложение определенного интеграла к вычислению площади плоских фигур.
13. Приложение определенного интеграла к вычислению объемов.
14. Вычисление длины дуги.
15. Площадь поверхности вращения.
16. Несобственные интегралы и их свойства.
17. Несобственные интегралы от неотрицательных функций.
18. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
19. Абсолютно и условно сходящиеся несобственные интегралы.
20. Признак Дирихле сходимости несобственных интегралов.
21. Признак Абеля сходимости несобственных интегралов.
22. Метрическое пространство.

23. Сходимость в метрическом пространстве.
24. Открытые и замкнутые множества.
25. Предел функции многих переменных.
26. Повторные пределы.
27. Предел функции по направлению.
28. Непрерывность функции многих переменных.
29. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции многих переменных.
30. Дифференциал функции многих переменных, его геометрический смысл.
31. Производная по направлению.
32. Производные высших порядков функций многих переменных.
33. Производная неявной функции.
34. Дифференциалы высших порядков функций многих переменных.
35. Формула Тейлора.
36. Экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума.
37. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.
38. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

### **III семестр**

1. Числовые ряды.
2. Критерий Коши сходимости числового ряда.
3. Свойства сходящихся числовых рядов.
4. Числовые ряды с положительными членами. Критерий сходимости положительного ряда.
5. Интегральный признак сходимости.
6. Признак сравнения и его следствия.
7. Признак Даламбера. Предельный признак Даламбера.
8. Признак Коши. Предельный признак Коши.
9. Признак Раабе.
10. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
11. Признак Лейбница.
12. Признак Дирихле.
13. Признак Абеля.
14. Функциональные последовательности.
15. Два критерия равномерной сходимости функциональной последовательности.
16. Функциональные ряды.
17. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.
18. Свойства равномерно сходящихся рядов.
19. Степенные ряды. Теорема Абеля.
20. Радиус сходимости степенного ряда.
21. Формула Тейлора.
22. Остаточный член ряда Тейлора.
23. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
24. Разложения  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ .

25. Разложения  $\ln(1 + x)$ ,  $(1 + x)^\alpha$ .
26. Ряды Фурье.
27. Свойства периодических функций.
28. Гармоники и тригонометрические ряды.
29. Ортогональные системы.
30. Вычисление коэффициентов ряда Фурье.
31. Вычисление  $n$ -ой частичной суммы ряда Фурье.
32. Абсолютно интегрируемые, кусочно непрерывные и кусочно гладкие функции.
33. Лемма Римана.
34. Достаточное условие сходимости ряда Фурье.
35. Приближение функций многочленами.
36. Первая теорема Вейерштрасса.
37. Вторая теорема Вейерштрасса.

#### **IV семестр**

1. Декартовы произведения. Клеточные множества.
2. Множества, измеримые по Жордану.
3. Определение кратного интеграла.
4. Классы интегрируемых функций.
5. Свойства интегрируемых функций.
6. Сведение двойного интеграла к повторному в прямоугольнике.
7. Сведение двойного интеграла к повторному на элементарном множестве.
8. Замена переменной в кратном интеграле.
9. Переход к полярным координатам в двойном интеграле.
10. Переход к цилиндрическим координатам в тройном интеграле.
11. Переход к сферическим координатам в тройном интеграле.
12. Понятие кривой.
13. Криволинейный интеграл 1-го рода.
14. Криволинейный интеграл 2-го рода.
15. Формула Грина.
16. Условие независимости криволинейного интеграла 2 рода от пути интегрирования.
17. Необходимое условие потенциальности поля.
18. Простые и почти простые поверхности.
19. Криволинейные координаты. Нормаль и касательная плоскость.
20. Площадь поверхности.
21. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.
22. Формула Остроградского.
23. Формула Стокса.
24. Производная по направлению. Градиент. Свойство градиента.
25. Дивергенция и поток векторного поля.
26. Формула Гаусса-Остроградского в векторной форме.
27. Независимость дивергенции от выбора системы координат.
28. Гидромеханический смысл дивергенции.
29. Циркуляция и ротор векторного поля.
30. Формула Стокса в векторной форме.

31. Независимость ротора от выбора системы координат.
32. Механический смысл ротора.
33. Соленоидальные (трубчатые) поля. Пример. Их свойства.
34. Потенциальные и безвихревые поля. Их связь.

## **В. Образец экзаменационного билета**

Структура экзаменационного билета: билет состоит из 2 вопросов, по 1 из каждой части, на которые условно делится прочитанный в течение семестра лекционный курс.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**  
**Экзаменационный билет № 1  
по курсу «Математический анализ»**

1 Лемма Больцано–Вейерштрасса.

2 Формула Тейлора.

Зав. кафедрой Ишキン Х.К. /\_\_\_\_\_/

## **С. Критерии оценки**

- 25-30 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- 17-24 баллов выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- 10-16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- 1-10 баллов выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить на один дополнительный вопрос.

Посещение лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий оценивается в суммах до 6 и 10 баллов со ответственно, однако эти баллы являются штрафными и вычитаются преподавателем из набранных студентами баллов в ходе текущего и рубежного контроля по следующей схеме:

- за пропуски лекционных занятий
  - за 25 % пропусков вычитается 1 балл
  - за 50 % пропусков вычитается 4 балла
  - за 75 % пропусков вычитается 6 баллов
  - за 100 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний
- за пропуски практических (семинарских, лабораторных) занятий
  - за 20 % пропусков вычитается 2 балла
  - за 40 % пропусков вычитается 5 баллов
  - за 50 % пропусков вычитается 7 баллов
  - за 75 % пропусков вычитается 10 баллов
  - более 75 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний.

Устанавливается следующая градация перевода оценки из 100-балльной в четырехбалльную:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

Студент, набравший по итогам текущего и рубежного контроля менее 35 возможных баллов или пропустивший более 75 % практических (семинарских, лабораторных) занятий, до экзамена по данной дисциплине не допускается. В этом случае он изучает не освоенные им темы, выполняет соответствующие задания на платной основе в сроки, установленные деканатом для ликвидации задолженностей. Баллы, полученные таким образом, прибавляются к количеству баллов, набранных студентом в семестре.

### 3. Контрольные работы

Для рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов предусмотрено проведение 12 контрольных работ (КР): по 3 контрольные в каждом семестре. Каждая КР состоит из 5 задач.

#### A. Примерный вариант контрольной работы

1) Найти производную  $y'$

$$a) \quad y = \left( \operatorname{ctg} \frac{x}{3} \right)^{\frac{3}{\sqrt{1+x^2}}}; \quad b) \quad e^{xy} - \cos(x^2 + y^2) = 0;$$

2) Написать уравнения касательной и нормали к кривой  $y = |x - 1|$  в точке  $M(1;0)$ .

3) Используя правило Лопитала, найти предел

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{1+x} \right)^{\frac{1}{x}}.$$

4) Вычислить предел, используя формулу Тейлора

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \sqrt{1 - x^2 + x^4}}{x^4}.$$

5) Найти дифференциал функции  $y = e^{\sin x}$ , считая что: а)  $x$  – независимая переменная; б)  $x$  – зависимая переменная.

#### B. Критерий оценивания

За 1 задачу ставится:

- 4 балла, если задача решена полностью, в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок,
- 3 балла, если задача решена, но в обосновании шагов решения имеются пробелы, есть недочеты в выкладках, рисунках, чертежах или графиках,
- 2 балла, если приведены обязательные для решения данной задачи формулы, но допущены ошибки в их применении,
- 1 балл, если допущены существенные ошибки, показывающие отсутствие обязательных умений и навыков по данной теме,
- 0 баллов в случае вопиющего незнания изученного материала, отсутствия элементарных умений и навыков.

## 4. Коллоквиум

Для текущего контроля успеваемости студентов в I семестре предусмотрен коллоквиум.

### A. Задачи к коллоквиуму

**Задача 1.** Пусть  $X \subset \mathbb{R}$ ,  $-X = \{-x, x \in X\}$ . Доказать, что:

а) Если  $X$  ограничено сверху, то  $-X$  ограничено снизу, и

$$\inf(-X) = \sup X$$

б) Если  $X$  ограничено снизу, то  $-X$  ограничено сверху, и

$$\sup(-X) = \inf X$$

**Задача 2.** Пусть  $X, Y \subset \mathbb{R}$ ,  $X + Y = \{x + y, x \in X, y \in Y\}$ . Доказать, что:

а) Если  $X, Y$  ограничены сверху, то  $X + Y$  ограничено сверху, и

$$\sup(X + Y) = \sup X + \sup Y$$

б) Если  $X, Y$  ограничены снизу, то  $X + Y$  ограничено снизу, и

$$\inf(X + Y) = \inf X + \inf Y.$$

**Задача 3.** Доказать (по определению), что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n} = 0.$$

**Задача 4.** Доказать (без применения критерия Коши), что если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a,$$

то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1} - x_n) = 0.$$

**Задача 5.** Доказать, что если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a,$$

то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = |a|.$$

**Задача 6.** Доказать, что если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = +\infty,$$

то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot y_n = +\infty.$$

**Задача 7.** Найти

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{1 + a^{2n}},$$

если  $a$  – положительная постоянная.

**Задача 8.** Найти

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2 + (-1)^n)^n}{3^n \cdot n}$$

**Задача 9.** Найти

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{n+2} - 2\sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n} \right).$$

**Задача 10.** Доказать (по определению), что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{\sqrt{n}} = 0.$$

**Задача 11.** Доказать, что последовательность  $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$  расходится.

**Задача 12.** Найти верхний и нижний пределы последовательности

$$x_n = \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \cdot (-1)^n + \cos \frac{n\pi}{2}.$$

**Задача 13.** Доказать, что  $\sqrt{x + \sqrt{x}} \sim \sqrt[3]{x}$ ,  $x \rightarrow +0$ , и  $\sqrt{x + \sqrt{x}} \sim \sqrt{x}$ ,  $x \rightarrow +\infty$ .

**Задача 14.** Найти функцию  $g(x)$  вида  $g(x) = C \cdot x^\alpha$ , эквивалентную функции  $f(x) = \frac{x^4}{x^2 + x + 1}$  при  $x \rightarrow a$ , если  $a = 0$ ,  $a = \infty$ .

**Задача 15.** Исследовать на ограниченность функцию  $f(x) = \ln x \cdot \cos \frac{\pi}{x}$  в интервале  $(0, 1)$ .

**Задача 16.** Доказать по определению, что

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9.$$

**Задача 17.** Доказать по определению, что

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^n} = \infty \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

**Задача 18.** Доказать, что

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^n = \infty \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

**Задача 19.** Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x}.$$

**Задача 20.** Найти

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + 6x + 5} + x \right).$$

**Задача 21.** Найти

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \cos x).$$

**Задача 22.** Исследовать на монотонность функцию

$$f(x) = \frac{2x+1}{5x-10}.$$

**Задача 23.** Найти  $f^{-1}(x)$ , если

$$f(x) = \begin{cases} x & , \quad -\infty < x \leq 1 \\ x^2 & , \quad 1 < x < \infty \end{cases}$$

Является ли функция  $f^{-1}(x)$  монотонной и непрерывной?

**Задача 24.** Найти нижнюю и верхнюю грани множества

$$\left\{ 1 + \frac{1}{n}, \quad n \in \mathbb{N} \right\}.$$

**Задача 25.** Найти

$$S = \sup \{ r, \quad r \in \mathbb{Q}, \quad r^2 + 2r < 1 \}.$$

Принадлежит ли  $S$  этому множеству?

**Задача 26.** Найти предельные точки множества

$$\left\{ \frac{1}{n}, \quad n \in \mathbb{N} \right\}.$$

**Задача 27.** Найти постоянные  $a$  и  $b$  из условия

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 3x + 1}{x - 1} - ax - b \right) = 0.$$

**Задача 28.** Доказать, что функция

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^4 + 1}$$

ограничена на  $(-\infty, +\infty)$ .

**Задача 29.** Исследовать на непрерывность и указать характер точек разрыва функции  $y = \operatorname{sgn}(x^2 + 2x - 8)$ .

**Задача 30.** Исследовать на непрерывность и указать характер точек разрыва функции  $f(x) = (-1)^{|x|}$ .

**Задача 31.** Пусть  $X, Y \subset \mathbb{R}_+$ ,  $X \cdot Y = \{x \cdot y, x \in X, y \in Y\}$ . Доказать, что если  $X, Y$  ограничены сверху, то  $X \cdot Y$  ограниченное множество, и

$$\sup(X \cdot Y) = \sup X \cdot \sup Y,$$

$$\inf(X \cdot Y) = \inf X \cdot \inf Y.$$

**Задача 32.** Доказать, что последовательность

$$x_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$$

сходится.

**Задача 33.** Пусть  $\{x_n\}$  ограниченная, а  $\{y_n\}$  – бесконечно большая последовательности. Доказать, что  $\{x_n + y_n\}$  – бесконечно большая.

**Задача 34.** Доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n}}$$

сходится и найти ее предел.

**Задача 35.** Доказать, что если  $\{x_n\}$  – монотонна и содержит сходящуюся подпоследовательность, то она сходится.

**Задача 36.** Доказать, что если последовательность  $\{x_n\}$  монотонно стремится к 0 при  $n \rightarrow \infty$ , то последовательность

$$y_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} x_k$$

сходится.

**Задача 37.** Доказать, что  $\sqrt{1+x} = 1 + x/2 + o(x)$ ,  $x \rightarrow 0$ .

**Задача 38.** Доказать, что функция  $y = \sin x + \sin x \sqrt{2}$  непериодична.

**Задача 39.** Доказать, что последовательность  $\{x_n\}$ , где

$$x_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n,$$

сходится.

**Задача 40.** Доказать, что если  $x_n > 0$  и существует конечный

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n},$$

то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$$

## B. Вопросы

1. Действительные числа. Аксиомы сложения и умножения.
2. Действительные числа. Аксиомы порядка и полноты.
3. Общие алгебраические свойства действительных чисел.
4. Натуральные, целые, рациональные и иррациональные числа.
5. Счетность множества рациональных чисел.
6. Модуль числа. Свойства модуля.
7. Метод математической индукции. Бином Ньютона.
8. Аксиома полноты и существование верхней (нижней) грани числового множества.
9. Принцип Архимеда.
10. Следствия принципа Архимеда.
11. Лемма о вложенных отрезках.
12. Лемма о конечном покрытии.
13. Лемма о предельной точке.
14. Определение предела последовательности. Единственность предела.
15. Свойства предела последовательности, связанные с неравенствами.
16. Ограниченность последовательности, имеющей конечный предел. Теорема Вейерштрасса о монотонных последовательностях.
17. Свойства бесконечно малых последовательностей.
18. Арифметические операции над пределами последовательностей.
19. Число  $e$ .
20. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

21. Критерий Коши сходимости последовательности.
22. Частичные пределы.
23. Последовательности, имеющие бесконечный предел. Неопределенные выражения.
24. Понятие числовой функции.
25. Два определения предела функции, их эквивалентность.
26. Различные типы пределов. Односторонние пределы.
27. Единственность и критерий существования предела.
28. Локальные свойства функции, имеющей предел.
29. Свойства пределов функций, связанные с неравенствами.
30. Свойства бесконечно малых функций.
31. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями.
32. Теорема о пределе монотонной функции в точке.
33. Критерий Коши существования предела функции.
34. Первый замечательный предел.
35. Второй замечательный предел.
36. Эквивалентные функции.
37. Бесконечно малые функции более высокого порядка,  $o(g)$ .
38. Критерий эквивалентности функций.  $O(g)$ .
39. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
40. Локальные свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность суммы, разности, произведения, частного.
41. Непрерывность сложной функции.
42. Первая теорема Вейерштрасса.
43. Вторая теорема Вейерштрасса.
44. Первая теорема Больцано-Коши.
45. Вторая теорема Больцано-Коши. Непрерывность монотонной функции.
46. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

### **C. Критерии оценки**

- 8-10 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- 6-7 баллов выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- 3-5 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- 1-2 балла выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

## 5. Курсовая работа

В 4-м семестре запланирована курсовая работа.

### A. Примерные темы курсовых работ

1. Константа Эйлера Доказать, что последовательность

$$x_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n$$

сходится и

$$0 < \lim x_n < 1.$$

2. Теорема Штольца. Доказать:

Пусть  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$  – последовательности вещественных чисел, причем  $\{y_n\}$  положительна, неограничена и возрастает (хотя бы начиная с некоторого номера). Тогда, если существует (конечный или бесконечный) предел

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1} - x_n}{y_{n+1} - y_n},$$

то предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n}$$

также существует и равен  $A$ .

3. Доказать, что если для положительной последовательности  $\{a_n\}$  выполнено условие

$$\frac{a_n}{a_{n+1}} = 1 + \frac{\alpha}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right), n \rightarrow \infty,$$

то для любого  $\varepsilon > 0$

$$a_n = o\left(\frac{1}{n^{\alpha-\varepsilon}}\right), n \rightarrow \infty;$$

причем если  $\alpha > 0$ , то последовательность  $\{a_n\}$ , начиная с некоторого номера, убывая, стремится к 0.

4. О-символика. Асимптотика Г-функции Эйлера

(а) О-символика, эквивалентность. Простейшие свойства.

(б) Доказать асимптотическую формулу

$$\Gamma(x+1) \sim \sqrt{2\pi x} \left(\frac{x}{e}\right)^x \left(1 + \frac{1}{12}x^{-1} + O(x^{-2})\right).$$

## 5. Приближение интегрируемой функции непрерывными

Доказать, что если функция  $f$  интегрируема по Риману на  $[a, b]$ , то существует такая последовательность непрерывных на  $[a, b]$  функций  $\{f_n\}_1^\infty$ , что  $\forall c \in [a; b]$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^c f_n(x) dx = \int_a^c f(x) dx.$$

Указание. Воспользоваться критерием Дарбу интегрируемости по Риману.

## 6. Непрерывность в среднем интегрируемой функции

Доказать утверждение: если функция  $f$  интегрируема на отрезке  $[a; b]$ , то она обладает свойством *интегральной непрерывности*

$$\lim_{h \rightarrow 0} \int_a^b |f(x+h) - f(x)| dx = 0,$$

где  $f$  считается равной 0 вне отрезка  $[a; b]$ . Верно ли это утверждение в случае, когда функция  $f$  неограничена на  $[a; b]$  и интеграл  $\int_a^b |f(x)| dx$  сходится?

## 7. Асимптотика интеграла от быстроосциллирующей функции

(a) Доказать, что функция  $f(x) = \int_x^{x+1} \sin t^2 dt$  при  $x \rightarrow \infty$  имеет асимптотику

$$f(x) = \frac{\cos x^2}{2x} - \frac{\cos(x+1)^2}{2(x+1)} + O\left(\frac{1}{x^2}\right).$$

(b) Найти  $\underline{\lim}_{x \rightarrow \infty} xf(x)$  и  $\overline{\lim}_{x \rightarrow \infty} xf(x)$ .

## 8. Обобщение теоремы Ролля для функций многих переменных:

если функция  $f$  непрерывна в замкнутом шаре  $\overline{B}(0, r)$ , равна нулю на его границе и дифференцируема во внутренних точках шара  $B(0, r)$ , то по крайней мере одна из внутренних точек этого шара является критической точкой  $f$ .

## 9. Обобщение теоремы Ролля на бесконечный промежуток

Если функция  $f$

(a) дифференцируема на конечном или бесконечном интервале  $(a, b)$  и существуют равные конечные или одного и того же знака бесконечные пределы  $f(a+0)$  и  $f(b-0)$ , то существует точка  $\xi \in (a, b) : f'(\xi) = 0$  обобщение теоремы Ролля;

(b) удовлетворяет на  $[a; b]$  всем условиям теоремы Ролля и не является постоянной, то существуют  $\xi_1, \xi_2 \in (a, b) : f'(\xi_1) < 0, f'(\xi_2) > 0$ .

## 10. К теореме Мертенса

Выяснить, насколько необходимы условия теоремы Мертенса для сходимости произведения рядов:

- (a) показать, что квадрат сходящегося ряда  $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$  есть ряд расходящийся;
- (b) доказать, что произведение двух сходящихся рядов

$$\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^{\alpha}} (\alpha > 0) \text{ и } \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^{\beta}} (\beta > 0)$$

сходится, если  $\alpha + \beta > 1$  и расходится при  $\alpha + \beta < 1$ ;

- (c) проверить, что произведение двух расходящихся рядов

$$1 - \sum_1^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n \text{ и } 1 + \sum_1^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} \left(2^n + \frac{1}{2^{n+1}}\right)$$

сходится абсолютно.

## 11. Теорема типа Штурма.

Пусть на отрезке  $[a;b]$  задана дважды дифференцируемая функция  $f$ .

- (a) доказать, что если  $f$  имеет бесконечное число нулей и отлична от тождественного 0, то существует общий нуль функций  $f, f', f''$ ;
- (b) доказать, что если число нулей  $f$  конечно и  $f''(x) = e^x f(x)$ ,  $x \in [a, b]$ , то функция  $f$  не может иметь на отрезке  $[a;b]$  более одного нуля.

## 12. Абсолютная непрерывность интеграла

Доказать утверждение: если функция  $f$  интегрируема на  $[a;b]$ , то функция  $F(x) = \int_a^x |f(t)|dt$  абсолютно непрерывна на  $[a;b]$ , то есть  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 :$

$$\forall [\alpha, \beta] \subset [a; b] \ (\beta - \alpha < \delta) \Rightarrow \left( \int_{\alpha}^{\beta} |f(t)|dt < \varepsilon \right).$$

## 13. Об асимптотическом среднем

Доказать, что если  $f$  непрерывна на  $[0, \infty)$  и  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , то

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t)dt \quad (1)$$

существует и равен  $a$ .

Построить такую непрерывную на  $[0, +\infty)$  функцию, для которой предел (1) существует, а предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  не существует.

## 14. Об одной теореме Тауберова типа

Пусть функция  $f$  положительна и не убывает на  $[1, \infty)$  и пусть  $\int_1^x \frac{f(t)}{t} dt \sim x$ ,  $x \rightarrow +\infty$ . Тогда  $f(x) \sim x$ ,  $x \rightarrow +\infty$ .

## 15. Пределы функциональных последовательностей

- а) Доказать, что если  $f$  непрерывна и неотрицательна на  $[a;b]$ ,  $M = \max_{x \in [a,b]} f(x)$ , то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \int_a^b f^n(x) dx \right]^{1/n} = M.$$

- б) Найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx$ , если функция  $f$  непрерывна на промежутке  $[0, +\infty)$  и  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ .

## 16. О суммах арифметической и геометрической прогрессий.

У арифметической и геометрической прогрессий число членов и крайние члены соответственно одинаковы и все члены положительны. Доказать, что у арифметической прогрессии сумма членов больше, чем у геометрической.

## 17. Об одном обобщении теоремы Дарбу

Доказать, что если функция  $f$  дважды дифференцируема на  $(x_0, +\infty)$  и

$$\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0,$$

то  $\exists \xi \in (x_0, +\infty) : f''(\xi) = 0$ .

Указание. Доказать, что  $\exists \xi_1, \xi_2 \in (x_0, +\infty) : f''(\xi_1) < 0 < f''(\xi_2)$ . Далее применить теорему Дарбу [?, с. 240] к функции  $f'$  на  $[\xi_1, \xi_2]$  (или  $[\xi_2, \xi_1]$ ).

## 18. Некоторые свойства гладких функций

- (а) Пусть функция  $f$  дифференцируема на  $\mathbb{R}$  и  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ . Доказать, что существует  $\xi : f'(\xi) = 0$ .
- (б) Пусть функция  $f$  дифференцируема на интервале  $(a, b)$  и для любых точек  $x_1, x_2 \in (a, b)$  справедливо неравенство  $|f(x_2) - f(x_1)| \leq |x_2 - x_1|^\alpha$ , где  $\alpha > 1$ . Доказать, что  $f \equiv \text{const}$ .

## 19. Об оценках для функций с положительными производными

Пусть функция  $f$  такова, что при всех  $x \in \mathbb{R}$  справедливы неравенства  $f^{(k)}(x) > 0$ ,  $k = \overline{0, 3}$ . Доказать, что существует число  $a > 0$ , такое, что  $f(x) > ax^2$  при всех  $x > 0$ .

## 20. Об одной теореме вложения

Пусть  $f \in C^{(2)}[0, 1]$ ,  $f(0) = f(1) = 0$ , и пусть  $M = \sup_{x \in [0, 1]} |f''(x)|$ . Доказать, что  $|f'(x)| \leq M/2$  при  $x \in [0, 1]$ .

## 21. Об оценке для промежуточной производной

Пусть функция  $f$  дважды дифференцируема на  $\mathbb{R}$  и пусть  $M_k = \sup_{x \in \mathbb{R}} |f^{(k)}(x)| < \infty$ ,  $k = 0, 1, 2$ . Доказать, что  $M_1 \leq \sqrt{2M_0 M_2}$ .

## **В. Критерии оценки**

«отлично» – если:

- курсовая работа выполнена, тема курсовой работы полностью раскрыта,
- охвачен весь круг вопросов по теме курсовой,
- приведено достаточное количество примеров,
- использован обширный список литературных источников;

«хорошо» – если:

- курсовая работа выполнена,
- тема курсовой работы полностью раскрыта,
- охвачен весь круг вопросов по теме курсовой,
- приведено недостаточное количество примеров,
- использован малый список литературных источников;

«удовлетворительно» – если

- курсовая работа выполнена,
- тема курсовой работы не полностью раскрыта,
- охвачен не весь круг вопросов по теме курсовой,
- приведено недостаточное количество примеров,
- использован малый список литературных источников;

«неудовлетворительно» – если курсовая работа не выполнена.

## **5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **Основная литература**

##### **а) основная литература:**

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х т. С-Пб.: 2008.
2. А.Н. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Изд-во МФТИ, 2000.
3. Ишkin X.K. Математический анализ. Курс лекций. В 4-х частях. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2013.
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов – М.: АСТ: Астрель, 2005.
5. Ишkin X.K., Латыпов Д.Г. Методические указания и задания к контрольным работам по математическому анализу. Часть I. Уфа: Изд-во БашГУ. 2011.
6. Ишkin X.K., Латыпов Д.Г. Методические указания и задания к контрольным работам по математическому анализу. Часть II. Уфа: Изд-во БашГУ. 2011.
7. Ахмерова Э.Ф. , Латыпов Д.Г. Тулькубаев Р.З. Числовые и функциональные ряды. Ряды Фурье. Методические указания и задания к самостоятельным и контрольным работам по математическому анализу за III-IV семестр. Уфа: Изд-во БашГУ. 2016.

8. Ахмерова Э.Ф., Тулькубаев Р.З., Латыпов Д.Г. Методические указания и задания к контрольным работам по математическому анализу за III-IV семестр. Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы. Уфа: РИЦ БашГУ, 2014.
9. Амангильдин Т.Г., Ахмерова Э.Ф. Интегралы и их приложения. Методические указания и задания к самостоятельным и контрольным работам по математическому анализу за II-III семестр. Уфа: Изд-во БашГУ. 2021.

**6) дополнительная литература**

10. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т.1, М., 1973.
  11. Зорич В.А. Математический анализ. Ч.I. - М. Наука, 1981.
  12. Зорич В.А. Математический анализ. Ч.II. - М. Наука, 1984.
  13. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сенцов Бл. Х. Математический анализ. Начальный курс. -М.: МГУ, 1985.
  14. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сенцов Бл. Х. Математический анализ. Продолжение курса. -М.: МГУ, 1987.
  15. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. – М. : Изд-во МГУ, 1988.
  16. Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. Лекции по математическому анализу. – М.:Высшая школа, 2000.
  17. Амангильдин Т.Г. Математический анализ. Курс лекций. В 3-х частях. – Уфа: Изд-во БашГУ, 1999.
  18. Рудин У. Основы математического анализа. – М.: Мир, 1976.
  19. Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. – М.: Мир, 1967.
  20. Г. Полиа, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Ч.1, - М.: Ред. техн.-теор. лит. 1937.
  21. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу. – М. : Просвещение, 1981.
- в) программное обеспечение не требуется, интернет-ресурсы:** [www.bashlib.ru](http://www.bashlib.ru), <http://www.bashedu.ru/node/53>.

**5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

**А. Ресурсы «Интернет»**

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://elib.bashedu.ru/">https://elib.bashedu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>

**В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины**

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
3. Система централизованного тестирования БашГУ (Moodle). Универсальная общественная лицензия GNU.

## 6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
1	2	3	4
Аудитории 502, 528, 530	Лекция	Учебная мебель, доска настенная меловая	
Аудитории 502, 503, 526, 527, 530	Лабораторное, практическое занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая	
Аудитория 524	Выполнение курсовых работ, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. 3. Система централизованного тестирования БашГУ (Moodle). Универсальная общественная лицензия GNU.
Аудитория 531	Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
читальный зал №2 (физико-математический корпус)	Самостоятельная работа, выполнение курсовой работы	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
 УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
 «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
 дисциплины математический анализ на 1 семестр  
очная  
*форма обучения*

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ/часов)	6/216
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	127.4
лекций	54
практических/семинарских	0
лабораторных	72
других (групповая/ индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	52.8

Формы контроля:  
 экзамен I семестр  
 зачет I семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов (лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельна я работа)	Кол-во часов аудитор. работы	Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания по самостоятельной работе студентов с указанием литературы, номеров задач	Количе- ство часов самостоят. работы	Форма контроля самостоятельной работы студентов (коллоквиумы, к/р, компьютерные тесты и т.п.)
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции.	Лк  Лаб	1  3	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 22-29, 151-154	1.8	Проверка д/р
2	Действительные числа: алгебраические свойства множества $\mathbb{R}$ действительных чисел. Геометрическая интерпретация вещественных чисел, бесконечные десятичные дроби. Действия над действительными числами, принцип Архимеда.	Лк  Лаб.	1  4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 3, 4, 6, 10,	3	Проверка д/р
3	Аксиома полноты множества $\mathbb{R}$ . Основные принципы полноты множества $\mathbb{R}$ : существование точной верхней (нижней) грани числового множества, принцип вложенных отрезков, лемма о конечном покрытии.	Лк  Лаб	4  5	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 16, 17, 20, 21	3	Проверка д/р
4	Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела.	Лк  Лаб	4  5	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 48, 52, 57, 60, 63	3	Проверка д/р
5	Пределные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности.	Лк  Лаб.	4  5	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 69, 79, 101, 104-109	3	Проверка д/р

1	2	3	4	5	6	7	8
6	Число «е», верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела.	Лк	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 84, 85, 74, 72, 111-114	3	Проверка д/р, Проверка с/р
7	Предел функции в точке. Различные определения и их эквивалентности. Критерий Коши существования предела.	Лк.	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 406, 407	4	Проверка д/р
8	Свойства пределов. Арифметические операции над пределами. 1-й и 2-й замечательный пределы.	Лк.	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 70, 72, 74, 76, 145-147	4	Проверка д/р
9	Классификация бесконечно малых и бесконечно больших. Символы «О», «о»	Лк.	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 647-651	4	Проверка д/р
10	Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции; точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке.	Лк.	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 674-728	4	Проверка д/р
11	Существование наибольшего и наименьшего значений; равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке.	Лк.	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 794-801	4	Проверка д/р, Проверка К/р
12	Монотонные функции, существование и непрерывность обратной функции, непрерывность элементарных функций.	Лк.	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 767-772	4	Коллоквиум
13	Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница.	Лк.	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 828, 845-859, 888-892, 920-932, 961-966, 1039-1042, 1055-1063, 1085-1090, 1099, 1134-1141	4	Проверка д/р

1	2	3	4	5	6	7	8
14	Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: локальная формула Тейлора; асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом.	Лк.	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 1251, 1377-1387	4	Проверка д/р
15	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций. Признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба.	Лк.	4	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 1479-1498	4	Проверка д/р

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
дисциплины математический анализ на 2 семестр  
очная  
*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ/часов)	6/216
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	129.4
лекций	64
практических/семинарских	0
лабораторных	64
других (групповая/ индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	42.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	43.8

Формы контроля:  
экзамен 2 семестр  
зачет 2 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов (лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельна я работа)	Кол-во часов аудитор. работы	Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания по самостоятельной работе студентов с указанием литературы, номеров задач	Количе- ство часов самостоят. работы	Форма контроля самостоятельной работы студентов (коллоквиумы, к/р, компьютерные тесты и т.п.)	
1	2	3	4	5	6	7	8	
1	Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица формул интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям.	Лк.	6	1-4, 6, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 1628-1632, 1643-1660	4	Проверка д/р, проверка к/р.	
		Лаб	6					
		Контр. работа	2					
2	Интегрирование рациональных функций.	Лк.	2	1-4, 6, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 1870-1887	4	Проверка д/р	
3		Лаб	6					
		Лк.	6	1-4, 6, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 1929-1935, 1939-1947, 1955, 1957	4	Проверка д/р, Проверка с/р	
4	Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл Римана; критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва	Лк	6		[4]: 2210-2213, 2220-2223, 2242- 2248,	4	Проверка д/р Проверка с/р	
		Лаб	6					
5	. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении. Дифференцирование по переменному верхнему пределу. Существование первообразной от непрерывной функции. Связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной; интегрирование по частям; длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения.	Лк	6	1-4, 6, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 2398-2406, 2413-2415, 2418- 2421, 2436, 2440, 24 47, 2474- 2476, 2493-2498	4	Проверка д/р	
		Лаб.	6					

1	2	3	4	5	6	7	8
6	Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости;	Лк	6	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 2334-2344.	4	Проверка д/р, проверка к/р
		Лаб	6				
		К/Р	2				
7	Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью бета- и гамма-функции Эйлера.	Лк	6	1-5, 9, 10, 12, 14-17	[4]: 3791, 3795, 3799, 3847-3857	4	Проверка д/р
		Лаб	6				
9	Функции многих переменных: Евклидово пространство. Обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства. Пределы, непрерывность функции многих переменных.	Лк	6	1-5, 11, 12, 14-17	[4]: 3184-3192.	4	Проверка д/р
		Лаб.	6				
10	Дифференциал и частные производные функции многих переменных. Производные по направлению, градиент. Достаточное условие дифференцируемости; касательная и нормаль к поверхности. Дифференцирование сложной функции. Частные производные высших порядков, свойства смешанных производных; дифференциалы высших порядков.	Лк	6	1-5, 11, 12, 14-17	[4]: 3214-3228, 3245, 3269-3271, 3283, 3284, 3293-3297	4	Проверка д/р, Проверка с/р
		Лаб.	6				
11	Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Теоремы о неявных функциях. Замена переменных. Экстремум, условный экстремум.	Лк.	4	1-5, 11, 12, 13, 14-17	[4]: 3440-3444, 3593-3597, 3638-3642, 3654-3661	2,8	Проверка д/р
		Лаб	4				

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
дисциплины математический анализ на 3 семестр  
очная  
*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ/часов)	8/288
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	145.4
лекций	54
практических/семинарских	18
лабораторных	72
других (групповая/ индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	89.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	52.8

Формы контроля:  
экзамен 3 семестр  
зачет 3 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов (лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельна я работа)	Кол-во часов аудитор. работы	Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания по самостоятельной работе студентов с указанием литературы, номеров задач	Количе- ство часов самостоят. работы	Форма контроля самостоятельной работы студентов (коллоквиумы, к/р, компьютерные тесты и т.п.)
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости..	Лк.	9	1-4, 7, 11, 13, 14-17	[4]: 2548-2551, 2580-2582, 2626-2635	15	Проверка д/р
		Лаб	12				
		Пр	4				
2	Признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорем Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.	Лк.	9	1-4, 7, 11, 13, 14-17	[4]: 2667-2670, 2675-2689	15	Проверка д/р, проверка к/р
		Лаб	12				
		Пр	4				
3	Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Теорема о предельном переходе. Теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании.	Лк	9	1-4,7, 11, 13, 14-17	[4]: 2746-2754, 2770-2778	15	Проверка д/р
		Лаб	12				
		Пр.	4				
4	Степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши – Адамара. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда.	Лк	9	1-4, 7, 11, 13, 14-17	[4]: 2813-2826, 2869-2873	15	Проверка д/р
		Лаб.	12				
		Пр.	3				

1	2	3	4	5	6	7	8
5	Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая функция; равномерная сходимость ряда Фурье; признаки сходимости ряда Фурье в точке.	Лк	9	1-4, 7, 11, 13, 14-17	[4]: 2947-2950, 2953-2955	15	Проверка д/р
		Лаб	12				
		Пр.	3				
6	Достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля; неравенство Бесселя; интеграл Фурье и преобразование Фурье.	Лк	9	1-4, 7, 11, 13, 14-17	[4]: 2977-2985	14,8	Проверка д/р
		Лаб	12				

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
дисциплины математический анализ на 4 семестр  
очная  
*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ/часов)	5/180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	115.2
лекций	48
практических/семинарских	16
лабораторных	48
других (групповая/ индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	3.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	12
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	52.8

Формы контроля:  
экзамен 4 семестр  
КР 4 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов (лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельна я работа)	Кол-во часов аудитор. работы	Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания по самостоятельной работе студентов с указанием литературы, номеров задач	Количе- ство часов самостоят. работы	Форма контроля самостоятельной работы студентов (коллоквиумы, к/р, компьютерные тесты и т.п.)
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Двойной интеграл и интеграл высшей кратности. Критерий интегрируемости Лебега и Дарбу. Двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному;	Лк	12	1-4, 8, 11, 13, 14-17	[4]: 3924-3929, 3948, 3951-3954,	3	Проверка д/р
		Лаб.	12				
		Пр.	4				
2	Замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; механические и физические приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; несобственные и кратные интегралы.	Лк	12	1-4,8, 11, 13, 14-17	[4]: 4008,4013, 4022, 40374052, 4062, 4076, 4081, 4102, 4107,4116	3	Проверка д/р, Проверка с/р
		Лаб.	12				
		Пр	4				
3	Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности; формула Грина; формула Остроградского; формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.	Лк.	12	1-4,8, 11, 13, 14-17	[4]: 4221, 4224-4227,4241, 4250-4253, 4259, 4296, 4308-4311	3	Проверка д/р
		Лаб	12				
		Пр.	4				
4	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля: скалярное поле; поток; расходимость, циркуляция, вихрь. Векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубы; соленоидальное поле; оператор «намбла».	Лк.	12	1-4,8, 11, 13, 14-17	[4]: 4370, 4376, 4401-4403, 4452	3	Проверка д/р
		Лаб	12				
		Пр	4				

**Рейтинг-план дисциплины**  
**математический анализ**

направление подготовки 01.03.01 «Математика»

курс 1, семестр 1

Рейтинг-план №1 (экзамен)

<b>Виды учебной деятельности студентов</b>	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	<b>Баллы</b>	
			Минимальный	Максимальный
<b>Предел последовательности и функции</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>40</b>
1. Аудиторная работа			<b>0</b>	<b>20</b>
2. Коллоквиум			<b>0</b>	<b>20</b>
<b>Рубежный контроль</b>				<b>30</b>
1. Письменная контрольная работа				<b>30</b>
<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>40</b>
1. Аудиторная работа			<b>0</b>	<b>20</b>
2. Тестовый контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
<b>Рубежный контроль</b>				<b>30</b>
1. Зачетные лабораторные работы				<b>30</b>
<b>Поощрительные баллы</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов	1	5	<b>0</b>	<b>5</b>
2. Публикация статей	1	2	<b>0</b>	<b>2</b>
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>3</b>
<b>Посещаемость (баллы вычтываются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			<b>-6</b>	<b>0</b>
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>-10</b>	<b>0</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет (дифференцированный зачет)				
2. Экзамен			<b>0</b>	<b>30</b>

Рейтинг-план №2 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Предел последовательности и функции</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>50</b>
1. Аудиторная работа				<b>20</b>
2. Тестовый контроль				<b>30</b>
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>50</b>
1. Письменная контрольная работа			<b>0</b>	<b>30</b>
2. Самостоятельная работа				<b>20</b>
<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>50</b>
1. Аудиторная работа				<b>20</b>
2. Тестовый контроль				<b>30</b>
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>50</b>
1. Зачетные лабораторные работы			<b>0</b>	<b>30</b>
2. Самостоятельные работы				<b>20</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			<b>0</b>	<b>0</b>
2. Публикация статей			<b>0</b>	<b>0</b>
3. Работа со школьниками			<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Посещаемость (баллы вычтываются из общей суммы набранных баллов)</b>				
3. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>0</b>
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет				
2. Экзамен				

Утверждено на заседании кафедры

Протокол №\_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_» 20\_\_\_\_ г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Преподаватель \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

**Рейтинг-план дисциплины**

математический анализ

направление подготовки 01.03.01 «Математика»

курс 1, семестр 2,

Рейтинг-план №1 (экзамен)

<b>Виды учебной деятельности студентов</b>	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	<b>Баллы</b>	
			Минимальный	Максимальный
<b>Неопределенный и определенный интегралы. Несобственные интегралы</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>40</b>
1. Аудиторная работа			<b>0</b>	<b>20</b>
2. Тестовый контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
<b>Рубежный контроль</b>				<b>30</b>
1. Письменная контрольная работа				<b>30</b>
<b>Функции многих переменных.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>40</b>
1. Аудиторная работа			<b>0</b>	<b>20</b>
2. Тестовый контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
<b>Рубежный контроль</b>				<b>30</b>
1. Зачетные лабораторные работы				<b>30</b>
<b>Поощрительные баллы</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>5</b>
2. Публикация статей	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>3</b>
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
5. Посещение лекционных занятий			<b>-6</b>	<b>0</b>
6. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>-10</b>	<b>0</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет (дифференцированный зачет)				
2. Экзамен			<b>0</b>	<b>30</b>

Рейтинг-план №2 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Неопределенный и определенный интегралы. Несобственные интегралы</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>50</b>
1. Аудиторная работа				<b>20</b>
2. Тестовый контроль				<b>30</b>
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>50</b>
1. Письменная контрольная работа			<b>0</b>	<b>30</b>
2. Самостоятельная работа				<b>20</b>
<b>Функции многих переменных.</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>50</b>
1. Аудиторная работа				<b>20</b>
2. Тестовый контроль				<b>30</b>
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>50</b>
1. Зачетные лабораторные работы			<b>0</b>	<b>30</b>
2. Самостоятельные работы				<b>20</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			<b>0</b>	<b>0</b>
2. Публикация статей			<b>0</b>	<b>0</b>
3. Работа со школьниками			<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Посещаемость (баллы вычтываются из общей суммы набранных баллов)</b>				
7. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>0</b>
8. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет				
2. Экзамен				

Утверждено на заседании кафедры

Протокол №\_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_» 20\_\_\_\_ г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Преподаватель \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

**Рейтинг-план дисциплины**

**математический анализ**  
 направление подготовки ***01.03.01 «Математика»***  
 курс **2**, семестр **3**

Рейтинг-план №1 (экзамен)

<b>Виды учебной деятельности студентов</b>	<b>Балл за конкретное задание</b>	<b>Число заданий за семестр</b>	<b>Баллы</b>	
			<b>Минимальный</b>	<b>Максимальный</b>
<b>Числовые и функциональные ряды</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>40</b>
1. Аудиторная работа			<b>0</b>	<b>20</b>
2. Тестовый контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
<b>Рубежный контроль</b>				<b>30</b>
1. Письменная контрольная работа				<b>30</b>
<b>Ряды Фурье</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>40</b>
1. Аудиторная работа			<b>0</b>	<b>20</b>
2. Тестовый контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
<b>Рубежный контроль</b>				<b>30</b>
1. Зачетные лабораторные работы				<b>30</b>
<b>Поощрительные баллы</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>5</b>
2. Публикация статей	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>3</b>
<b>Посещаемость (баллы вычтываются из общей суммы набранных баллов)</b>				
9. Посещение лекционных занятий			<b>-6</b>	<b>0</b>
10. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>-10</b>	<b>0</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет (дифференцированный зачет)				
2. Экзамен			<b>0</b>	<b>30</b>

Рейтинг-план №2 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Числовые и функциональные ряды</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>50</b>
1. Аудиторная работа				<b>20</b>
2. Тестовый контроль				<b>30</b>
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>50</b>
1. Письменная контрольная работа			<b>0</b>	<b>30</b>
2. Самостоятельная работа				<b>20</b>
<b>Ряды Фурье</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>50</b>
1. Аудиторная работа				<b>20</b>
2. Тестовый контроль				<b>30</b>
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>50</b>
1. Зачетные лабораторные работы			<b>0</b>	<b>30</b>
2. Самостоятельные работы				<b>20</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			<b>0</b>	<b>0</b>
2. Публикация статей			<b>0</b>	<b>0</b>
3. Работа со школьниками			<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Посещаемость (баллы вычтываются из общей суммы набранных баллов)</b>				
11. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>0</b>
12. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет				
2. Экзамен				

Утверждено на заседании кафедры

Протокол №\_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_» 20\_\_\_\_ г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Преподаватель \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

**Рейтинг-план дисциплины**

**математический анализ**  
 направление подготовки **01.03.01 «Математика»**  
 курс **2**, семестр **4**  
 Рейтинг-план №1 (экзамен)

<b>Виды учебной деятельности студентов</b>	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	<b>Баллы</b>	
			Минимальный	Максимальный
<b>Кратные, криволинейные</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>40</b>
1. Аудиторная работа			<b>0</b>	<b>20</b>
2. Тестовый контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
<b>Рубежный контроль</b>				<b>30</b>
1. Письменная контрольная работа				<b>30</b>
<b>Поверхностные интегралы. Элементы теории поля</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>40</b>
1. Аудиторная работа			<b>0</b>	<b>20</b>
2. Тестовый контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
<b>Рубежный контроль</b>				<b>30</b>
1. Зачетные лабораторные работы				<b>30</b>
<b>Поощрительные баллы</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов	1	5	<b>0</b>	<b>5</b>
2. Публикация статей	1	2	<b>0</b>	<b>2</b>
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>3</b>
<b>Посещаемость (баллы вычтываются из общей суммы набранных баллов)</b>				
13. Посещение лекционных занятий			<b>-6</b>	<b>0</b>
14. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>-10</b>	<b>0</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет (дифференцированный зачет)				
2. Экзамен			<b>0</b>	<b>30</b>

Рейтинг-план №2 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>50</b>
1. Аудиторная работа				<b>20</b>
2. Тестовый контроль				<b>30</b>
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>50</b>
1. Письменная контрольная работа			<b>0</b>	<b>30</b>
2. Самостоятельная работа				<b>20</b>
<b>Поверхностные интегралы. Элементы теории поля</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>50</b>
1. Аудиторная работа				<b>20</b>
2. Тестовый контроль				<b>30</b>
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>50</b>
1. Зачетные лабораторные работы			<b>0</b>	<b>30</b>
2. Самостоятельные работы				<b>20</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			<b>0</b>	<b>0</b>
2. Публикация статей			<b>0</b>	<b>0</b>
3. Работа со школьниками			<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Посещаемость (баллы вычтываются из общей суммы набранных баллов)</b>				
15. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>0</b>
16. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет				
2. Экзамен				

Утверждено на заседании кафедры

Протокол №\_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_» 20\_\_\_\_ г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Преподаватель \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /