



ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 9 от «28» февраля 2022 г.
Зав. кафедрой  / Юмагулов М.Г.

Согласовано:
Председатель УМК факультета математики
и информационных технологий
 / Ефимов А.М.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Уравнения с частными производными

(наименование дисциплины)

Обязательная часть

(указать часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив)

программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)

01.03.01 "Математика"

(указывается код и наименование направления подготовки (специальности))

Направленность (профиль) подготовки

«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

бакалавр

(указывается квалификация)

Разработчики (составители) <u>доцент, к.ф.-м.н., доцент</u>	 <u>/Н.А.Сидельникова</u>
--	----------------------------------

Для приема: 2022

Уфа 2022

Составитель / составители: _____

Рабочая программа дисциплины *утверждена* на заседании кафедры протокол от «_____»
_____ 20__ г. № _____

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании
кафедры _____

_____,
протокол № _____ от «_____» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ Ф.И.О./

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании
кафедры _____

_____,
протокол № _____ от «_____» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ Ф.И.О./

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании
кафедры _____

_____,
протокол № _____ от «_____» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ Ф.И.О./

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании
кафедры _____

_____,
протокол № _____ от «_____» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ Ф.И.О./

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
 - 4.3. *Рейтинг-план дисциплины (при необходимости)*
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций¹ (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<i>Системное и критическое мышление</i>	<i>ОПК-1 -1 «Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности»</i>	<i>ОПК-1.1. Алгоритмизирует решение задач и реализует алгоритмы с использованием программных средств</i>	<i>Знать важные научные результаты и проблемы современной математики и смежных областей. Уметь разрабатывать новые методы и алгоритмы исследования и применять их в самостоятельной научно-исследовательской деятельности. Владеть методами построения и исследования математических моделей</i>
		<i>ОПК-1.2. Применяет средства информационных технологий для поиска, хранения, обработки, анализа и предоставления информации</i>	<i>Уметь решать конкретные задачи на основе воспроизведения логических и риторических средств анализа. Знать конкретные логические средства дедуктивного и индуктивного рассуждения и аргументации. Владеть навыками решения, нетипичных, аналитических задач.</i>

¹ Указывается только для УК и ОПК (при наличии).

		<p><i>ОПК-1.3. Демонстрирует знание требований к графической документации .</i></p>	<p><i>Владеть навыками решения теоретических и практических задач при помощи современных программных средств. Знать основные методы получения научно-исследовательской деятельности в области математики. Уметь применять фундаментальные знания математики и информатики для решения прикладных задач.</i></p>
--	--	---	---

3. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Уравнения с частными производными» относится к обязательной части. Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 и 6 семестрах.

Цели изучения дисциплины: является обзор некоторых наиболее распространенных методов исследования и решения основных классических задач для уравнений с частными производными

4. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

5. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции ОПК-1 «Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности »

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень) Способность решать стандартные задачи профессиональн	Знать: 3(ОПК-1)-1 о закономерностях развития научно – технического прогресса,	Не имеет четкого представления об изучаемом материале, допускает грубые	Фрагментарное , не полное знание без грубых ошибок	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в базовом (стандартно	Демонстрация высокого уровня знаний, способность самостоятельного анализа

<p><i>ой деятельности на основе информационно й и библиографической культуры с применением информационно - коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационно й безопасности</i></p>	<p><i>структуру локальных и глобальных компьютерных сетей, основные требования информационной безопасности, общие характеристики и процессов сбора, передачи и обработки информации, современное состояние и тенденции развития технических и программных средств автоматизации и компьютеризации в области управления качеством</i></p>	<p><i>ошибки</i></p>		<p><i>м) объеме</i></p>	<p><i>и реализации полученных знаний</i></p>
	<p><i>Уметь: У(ОПК-1)-1 Применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности, использовать компьютерные технологии для планирования, организации и проведения работ по техническому регулированию и метрологии, понимать и решать профессиональные задачи в области</i></p>	<p><i>Не имеет четкого представления об изучаемом материале, допускает грубые ошибки</i></p>	<p><i>Фрагментарное, не полное знание без грубых ошибок</i></p>	<p><i>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в базовом (стандартном) объеме</i></p>	<p><i>Демонстрация высокого уровня знаний, способность самостоятельного анализа и реализации полученных знаний</i></p>

	управления и научно-исследовательской и производственной деятельностью в соответствии и с профилем подготовки				
	Владеть: В(ОПК-1)-1 Основными методами теоретического и экспериментального исследования, навыками применения стандартных программных средств, навыками работы на ЭВМ с графическими пакетами для получения конструкторских, технических и других документов, навыками работы со средствами измерений и устройствами их сопряжения с компьютером как средством управления и обработки информации	Не имеет четкого представления об изучаемом материале, допускает грубые	Фрагментарное, не полное знание без грубых ошибок	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в базовом (стандартном) объеме	Демонстрация высокого уровня знаний, способность самостоятельного анализа и реализации полученных знаний

Выше представлена таблица для формы промежуточного контроля – экзамен, для зачета указываем критерии оценивания для шкалы: «Зачтено», «Не зачтено».

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
(с ориентацией на карты компетенций)

6. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

7. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции:

ОПК-1: *Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности*

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать: содержание материала по предмету, основные методы решения задач, основные теоремы преподаваемой дисциплины	Отсутствие знаний	Частичные знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины	Полные и четкие знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины
Второй этап (уровень)	Уметь: решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	Отсутствие умений	Фрагментарные умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать задачи по преподаваемой дисциплине,	Сформированное умение решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность

				определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	ость поставленной задачи, применять на практике знания по предмету
Третий этап (уровень)	Владеть: способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	Отсутствие владений	В целом успешные, но не систематические владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения способностью корректно поставить задачу, классически современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	Успешные владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета

К оценочным средствам можно отнести: *Индивидуальный, групповой опрос; письменные ответы на вопросы; устный опрос (вопросы для самоконтроля); лабораторные работы; контрольные работы; собеседование; доклад; сообщение; задача; практическое задание; реферат; тесты; коллоквиум; отчет (по практикам, научно-исследовательской работе студентов и т.п.); научный доклад по теме НИРС; кейс-задача; комплексное практическое задание, проект; творческие задания (выступления, презентации, подготовка кроссворда и пр.); эссе; статья; ситуационные задачи; круглый стол; диспут; дискуссия; мозговой штурм; деловые, ролевые игры; рабочая тетрадь; тренинги; компьютерные симуляции, тренажеры; задания с использованием интерактивной доски и т.д.*

Далее, для очной, очно-заочной и заочной форм обучения бакалавров/специалистов/магистров критерии оценивания и, при необходимости, оценочные средства описываются отдельно (с учетом наличия/отсутствия модульно-рейтинговой системы оценок, контрольных работ для заочников и т.п.).

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	Знать: содержание материала по предмету, основные методы решения задач, основные теоремы преподаваемой дисциплины	ОПК-1: <i>Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</i>	Контрольная работа, РГР, экзамен
2-й этап Умения	Уметь: решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	ОПК-1: <i>Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</i>	Контрольная работа, РГР, экзамен
3-й этап Владеть навыками	Владеть: способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	ОПК-1: <i>Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-</i>	Контрольная работа, РГР, экзамен

		коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	
--	--	--	--

7.3. *Рейтинг-план дисциплины (при необходимости)*

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: билет состоит из двух теоретических вопросов

Примерные вопросы для экзамена:

1. Вывод уравнения колебания струны
2. Вывод уравнения колебания мембраны
3. Вывод уравнений гидродинамики
4. Вывод уравнения распространения тепла
5. Вывод уравнения неразрывности при движении жидкости и уравнения Лапласа
6. Локальная классификация уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными
7. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными
8. Понятие характеристики линейного уравнения второго порядка. Роль характеристик в постановке задачи Коши
9. Определение системы Коши-Ковалевской и постановка задачи Коши для неё
10. Задача Коши с аналитическими данными. Теорема Коши-Ковалевской
11. Понятие корректности задач математической физики. Пример Адамара
12. Одномерное волновое уравнение. Формула Даламбера
13. Волновое уравнение с тремя пространственными переменными. Формула Кирхгофа
14. Волновое уравнение с двумя пространственными переменными. Формула Пуассона. Метод спуска
15. Понятие области зависимости, области влияния и области определения
16. Неоднородное волновое уравнение. Случай трех пространственных переменных. Запаздывающий потенциал
17. Неоднородное волновое уравнение случай двух и одной пространственных переменных
18. Единственность решения задачи Коши
19. Корректность постановки задачи Коши
20. Задача Гурса

21. Некорректно поставленные задачи
22. Функция Римана
23. Уравнение теплопроводности. Принцип максимума
24. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности
25. Задача Коши. Гладкость решения
26. Неоднородное уравнение теплопроводности
27. Гармонические функции. Свойства гармонических функций. Понятие регулярной гармонической функции в бесконечно удаленной точке
28. Формулы Грина для гармонических функций
29. Интегральное представление гармонических функций
30. Теоремы о среднем для гармонических функций. Принцип экстремума
31. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа
32. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре. Формула Пуассона
33. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в полупространстве. Формула Пуассона
34. Основное свойство знакопостоянных гармонических функций. Теорема Лиувилля
35. Теорема Гарнака для гармонических функций
36. Потенциалы простого и двойного слоя. Простейшие свойства, формулы для скачка
37. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям. Применение теории Фредгольма к решению задач Дирихле и Неймана
38. Определение обобщенного решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона.
39. Решение смешанной задачи для уравнения колебания струны
40. Общие свойства собственных функций и собственных значений
41. Обоснование метода Фурье
42. Изучение колебания мембраны.

Образец экзаменационного билета

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий

Кафедра дифференциальных уравнений

Направление подготовки 01.03.01 Математика

дисциплина: «Уравнения в частных производных»,

II (6) сем. 20__ - __ учебного года

Экзаменационный билет № 1

1. Вывод уравнения колебания мембраны
2. Теорема Гарнака для гармонических функций

Преподаватель Сидельникова Н.А. / _____ /

Зав. кафедрой Юмагулов М.Г. / _____ /

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене (только для тех, кто учится с использованием модульно-рейтинговой системы обучения и оценки успеваемости студентов):

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Задания для контрольной работы №1

1. Решить задачу Коши:

$$3u_x - 4u_y + e^{4x+3y} u = 0,$$

2. Решить задачу Коши:

$$3u_x + u_{zz} - 2u_{zz} = x + y,$$

Задания для контрольной работы №2

1. Решить задачу Коши методом факторизации:

$$\begin{aligned} 3uxx + 2uxx_y - uxy - 2uyy &= 0, \\ u(x, 0, z) &= x(z - 1). \end{aligned}$$

2. Определить тип уравнения:

$$u_{xy} + u_{yz} + u_{xz} - 3x^2 u_y + y \sin x u + x e^{-y} = 0.$$

Задания для контрольной работы №3

1. Определить тип системы:

$$\begin{aligned} M_x + v_x + 7u_y - 2u &= 0, \\ N_{3u} + 3v_x + 31u_x + v_y - e^y \sin x &= 0. \\ P_x & \end{aligned}$$

2. Привести уравнение к каноническому виду:

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + a u_x + b u_y + gu = 0.$$

Задания для контрольной работы №4

1. Сформулировать задачу о малых продольных колебаниях упругого однородного стержня переменного сечения $S = S(x)$ длины l при произвольных начальных условиях для случаев

а) стержень имеет форму усеченного конуса с радиусами оснований r и R ($r < R$),

которые закреплены жестко.

б) конец стержня $x = 0$ закреплен упруго, а конец $x = l$, начиная с момента $t = 0$,

приложена продольная сила $F(t)$ на единицу площади сечения.

2. В полосе $0 < x < l, t > 0$ для уравнения $utt = a^2 u_{xx}$ решить смешанную

задачу с условиями:

$$\begin{aligned} u(0, t) = u(l, t) &= 0, \\ u(x, 0) = 0, u(x, 0) &= \sin^2 x. \end{aligned}$$

t l
Задания для контрольной работы №5

1. В полосе $0 < x < l, t > 0$ для уравнения $u_t = a^2 u_{xx}$ решить смешанную задачу с условиями: $u(0, t) = u(l, t) = 0, u(x, 0) = Ax$.
2. Найти решение уравнения Лапласа в полуполосе $0 < x < \Gamma, 0 < y < l$ соответственно по краевым условиям

$$u(x, 0) = u_y(x, l) = 0, \quad u(0, y) = f(y), u(\Gamma, y) = 0$$

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Задания для РГР

В 6-ом семестре студенту представляется одна расчетно-графическая работа (РГР). Каждая РГР состоит из 2-х заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение.

Задание 1. Определить тип уравнений. Привести к каноническому виду.

1. $u_{xx} + 2u_{xy} + 5u_{yy} - 32u_y = 0$.
2. $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 9u_x + 9u_y = 0$
3. $2u_{xx} + 3u_{xy} + u_{yy} + 7u_x + 4u_y = 0$.
4. $u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} - 3u_x - 15u_y + 27x = 0$.
5. $9u_{xx} - 6u_{xy} + u_{yy} + 10u_x - 15u_y + x - 2y = 0$.
6. $u_{xx} + 2u_{xy} + 10u_{yy} - 24u_x + 42u_y + 2(x + y) = 0$.
7. $u_{xx} + 4u_{xy} + 13u_{yy} + 3u_x + 24u_y + 9(x + y) = 0$.
8. $u_{xx} - 4u_{xy} + 5u_{yy} - 3u_x + u_y = 0$
9. $u_{xx} - 6u_{xy} + 9u_{yy} - u_x + 2u_y = 0$.
10. $2u_{xy} - 4u_{yy} + u_x - 2u_y + x = 0$.
11. $u_{xy} + 2u_{yy} - u_x + 4u_y = 0$.
12. $2u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 4u_x + 4u_y = 0$

$$13. u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 3u_x - 5u_y = 0.$$

$$14. u_{xx} - u_{yy} + u_x + u_y = 0.$$

$$15. u_{xx} + u_{xy} - u_y + 4x = 0.$$

$$16. 3u_{xx} + u_{xy} + 3u_x + u_y + y = 0.$$

$$17. u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} - 2u_x - 2u_y = 0.$$

$$18. 5u_{xx} + 16u_{xy} + 16u_{yy} + 24u_x + 32u_y = 0.$$

$$19. u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} - 3u_x + 12u_y = 0$$

$$20. y^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} + x^2 u_{yy} = 0$$

Задание 2. Решить методом разделения переменных следующую задачу для неоднородного волнового уравнения:

$$1. u_{tt} = a^2 u_{xx} + Ax + B, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0,$$

$$u(0, t) = U_1, \quad u(1, t) = U_2,$$

$$u(x, 0) = U_1(1 - l^{-1}x) + U_2 l^{-1}x, \quad u_t(x, 0) = 0,$$

а) $A = 2, B = 1, U_1 = 1, U_2 = 0,$
 б) $A = 1, B = 2, U_1 = 0, U_2 = 1,$
 в) $A = 1, B = 0.$

$$2. u_{tt} = a^2 u_{xx} + Ax + B, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0,$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad u(1, t) = U,$$

$$u(x, 0) = U, \quad u_t(x, 0) = V,$$

а) $A = 2, B = 1, U = 1, V = 0$
 б) $A = 3, B = 1, U = 2, V = 1$
 в) $A = 1, B = 0, U = 1, V = 2.$

$$3. u_{tt} = a^2 u_{xx} + Ax + B, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0,$$

$$u(0, t) = U, \quad u_x(1, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = U, \quad u_t(x, 0) = V,$$

а) $A = 2, B = 1, U = 1, V = 0$
 б) $A = 4, B = 1, U = 2, V = 1$
 в) $A = 1, B = 0, U = 1, V = 2.$

$$4. u_{tt} = a^2 u_{xx} + Ax + B, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0,$$

$$u_x(0, t) = u_x(1, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = U, \quad u_t(x, 0) = V,$$

а) $A = 2, B = 1, U = 1, V = 0$
 б) $A = 1, B = 1, U = 2, V = 1$
 в) $A = 1, B = 0, U = 1, V = 2.$

$$5. u_{tt} = a^2 u_{xx} + A \sin x + B, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0,$$

$$u(0, t) = U_1, \quad u(1, t) = U_2,$$

$$u(x, 0) = U_1(1 - l^{-1}x) + U_2 l^{-1}x, \quad u_t(x, 0) = V,$$

а) $A = 2, B = 1, U_1 = 1, U_2 = 0,$
 б) $A = 1, B = 2, U_1 = 0, U_2 = 1,$
 в) $A = 1, B = 0.$

Критерий оценивания РГР:

Зачтено, если правильно решено 2 задания,

Не зачтено, если не решено 2 задания.

Задания для домашней работы

В 5-м и 6-ом семестрах студенту представляется домашняя работа по каждому из пяти

модулей. Каждая домашняя работа состоит из 2-х заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение.

Типовое домашнее задание 1 (модуль 1)

1. Бесконечной струне сообщается поперечная начальная скорость $v^0 = \text{const}$ на интервале $(-1, 1)$, при $a=1$. Решить задачу о колебаниях струны.
2. Полубесконечная струна с жестко закрепленным концом возбуждена начальным отклонением, отличным от нуля, на отрезке $(c, 3c)$, имеющим форму ломаной с вершинами $c, 2c, 3c$. Начертить профиль струны для моментов времени $t_v = cv/2a$, $v=2, 4, 6$.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	1
Максимальный балл	2

Типовое домашнее задание 2 (модуль 2)

1. Найти потенциал простого слоя, распределенного с постоянной плотностью на сфере радиуса R .
2. Вычислить потенциал объема для шара радиуса R , с заданной постоянной плотностью.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	2
Максимальный балл	4

Типовое домашнее задание 3 (модуль 3)

1. Решить задачу о свободных колебаниях однородной круглой мембраны радиуса R , закрепленной по краю, если начальное отклонение имеет форму параболоида вращения, а начальная скорость равна нулю.
2. Решить задачу о свободных колебаниях однородной круглой мембраны радиуса R , закрепленной по краю, если начальное отклонение имеет форму $f(r)$, а начальная скорость изменяется по закону $F(r)$.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	2
Максимальный балл	4

Типовое домашнее задание 4 (модуль 1)

1. Найти обобщенную производную функции $f(x)=\theta(x)\cdot\cos x$.
2. Найти обобщенную производную функции $f(x)=|x|\cdot\sin x$.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	2
Максимальный балл	5

Типовое домашнее задание 5 (модуль 2)

1. Найти обобщенную производную $\theta(-x)$.
2. Найти обобщенную производную $(\text{sign } x)'$.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	2
Максимальный балл	5

Задания для аудиторной работы

В 5-м и 6-ом семестрах студенту представляется аудиторная работа по каждому из пяти модулей. Каждая аудиторная работа состоит из двух заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение.

Типовое аудиторное задание 1 (модуль 1)

1. Решить задачу о распространение тепла в тонком однородном стержне длины l ($0 < x < l$), боковая поверхность которого теплоизолирована, а концы $x=0$, $x=l$ поддерживаются при нулевой температуре.
2. Дан тонкий однородный стержень, длины l ($0 < x < l$), боковая поверхность которого теплоизолирована. Найти распределение температуры $u(x,t)$ в стержне, если концы стержня теплоизолированы.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	1
Максимальный балл	3

Типовое аудиторное задание 2 (модуль 2)

1. Дан однородный шар радиуса R с центром в начале координат. Определить температуру внутри шара, если его внешняя поверхность поддерживается при нулевой температуре, а начальная температура зависит только от расстояния от центра шара.
2. Дана тонкая однородная прямоугольная пластинка, контур которой поддерживается при нулевой температуре. Пластинка закреплена по контуру, начальное распределение температуры задано и требуется определить температуру пластинки в любой момент времени $t > 0$, в предположении, что тепловой обмен между боковой поверхностью пластинки с окружающей средой отсутствует.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	3
Максимальный балл	6

Типовое аудиторное задание 3 (модуль 3)

1. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге, радиуса $r=1$, при условии, что $u(1,t)=\cos\varphi$.
2. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круговом кольце ($1 < r < 2$), при условии, что $u(1,t)=v^0=\text{const}$, $u(2,t)=v^2=\text{const}$.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	3
Максимальный балл	6

Типовое аудиторное задание 4 (модуль 1)

1. Найти стационарное распределение температуры $u(x,y)$ в прямоугольной однородной пластинке $0 < x < a$, $0 < y < b$, если ее стороны $x=a$, $y=b$ покрыты тепловой изоляцией, а две другие стороны $x=0$, $y=0$ поддерживаются при нулевой температуре и в пластинке выделяется тепло с постоянной плотностью q .
2. Найти распределение потенциала электростатического поля $u(x,y)$ внутри коробки прямоугольного сечения, две противоположные грани ($x=-a$, $x=a$) которой имеют потенциал $v^0=\text{const}$, а остальные грани ($y=-b$, $y=b$) заземлены.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	5
Максимальный балл	10

Типовое аудиторное задание 5 (модуль 2)

1. Найти логарифмический потенциал для круга радиуса R , с плотностью $v^{\circ}=\text{const}$.
2. Найти логарифмический потенциал двойного слоя для отрезка $-a < x < a, y=0$, с постоянной плотностью $v^{\circ}=\text{const}$.

Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	5
Максимальный балл	10

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Васильева А. Б. — М. : Физматлит, 2005 .— 214с. — () .— Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Университетская библиотека online" .— ISBN 5-9221-0628-7 .— <URL:<http://www.biblioclub.ru/book/68123/>>.
2. Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. – СПб.: Лань, 2008. Точка доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/140/>
3. Уравнения математической физики [Электронный ресурс] / Владимиров В. С. — М. : Физматлит, 2008 .— 201 с. — Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему «Университетская библиотека online .— ISBN 978-5-9221-0310-7 .— <URL:<http://www.biblioclub.ru/book/68126/>>.

Дополнительная литература:

4. Андреев, Александр Николаевич. Избранные главы теории дифференциальных уравнений [Текст] : учебное пособие / А. Н. Андреев ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : [б. и.], 2012. - 111 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=44307

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	https://elib.bashedu.ru/
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	http://www.biblioclub.ru/

3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	http://e.lanbook.com/
	общероссийский математический портал				www.mathnet.ru
	Электронный каталог НБ КемГУ				www.library.kemsu.ru
	Научная электронная библиотека				www.elibrary.ru
	электронная библиотека механико-математического факультета МГУ				www.lib.mexmat.ru
	Новая электронная библиотека				www.newlibrary.ru
	Федеральный портал российского образования				www.edu.ru

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: аудитории № 501, 530 (физмат корпус - учебное).</p> <p>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитории № 531, 526 (физмат корпус - учебное).</p> <p>3. учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций: аудитории № 501, 530, 526</p> <p>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации: аудитории № 531, 526 (физмат корпус - учебное).</p>	<p>Аудитория № 501 Учебная мебель, доска, персональный комп. и системный блок /Core i5-4460(3.2)/CIGABAYTE GV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер Logitech Wireless Presenter R400 (210134000003592), проектор Sony VPL-DX270, экран ручной ViewScreen Lotus 244x183 WLO-4304</p> <p>Аудитория №530 Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p>Аудитория №531 Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32.</p> <p>Аудитория №526 Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p>Читальный зал №2</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</p>

5. помещения для самостоятельной работы: читальный зал № 2 (физмат корпус - учебное).	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	
--	--	--

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Уравнения с частными производными на 5 семестр
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	36
практических/ семинарских	
лабораторных	36
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

Форма(ы) контроля:

экзамен _____ семестр

зачет 5 семестр

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Уравнения с частными производными на 6 семестр
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	121,9
лекций	16
практических/ семинарских	32
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,7
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	86,3
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	43,8

Форма(ы) контроля:

экзамен 6 семестр

зачет _____ семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Введение	6	6	6	24,46	1 – 4	2.2, 2.3., 2.4, 2.11	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
2.	Уравнения гиперболического типа	12	6	8	24,46	1 – 4	12.36 12.37, 12.38, 20.1, 20.2, 20.6, 20.9, 20.14, 20.15, 20.16	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
3.	Уравнения параболического типа	14	8	8	24,46	1 – 4	13.5, 13.6, 13.7, 20.40, 20.41, 20.45	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
4.	Уравнения эллиптического типа	12	6	8	24,46	1 – 4	16.1, 16.2, 16.3, 16.4, 16.5, 16.6, 16.7, 16.8, 16.9, 16.10, 16.13, 16.20	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
5	Метод разделения переменных (метод Фурье)	8	6	6	24,46	1 – 4	16.21, 16.22, 16.24, 16.25, 16.26, 20.46, 20.18	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
	Всего часов:	52	32	36	122,3			

Рейтинг – план дисциплины

Уравнения с частными производными

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление/специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 3, семестр 5

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1.				
Текущий контроль			0	10
1. Аудиторная работа, работа на семинаре				3
2. Домашняя работа				2
Рубежный контроль				
Контрольная работа	1	5		5
Модуль 2.				
Текущий контроль				20
1. Аудиторная работа				6
2. Домашняя работа				4
Рубежный контроль				
Контрольная работа	2	5		10
Модуль 3.				
Текущий контроль				20
1. Аудиторная работа, работа на семинаре				6
2. Домашняя работа				4
Рубежный контроль				
Контрольная работа	2	5		10
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
Зачет			0	50
Итого			60	100

Рейтинг – план дисциплины

Уравнения с частными производными

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление/специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 3, семестр 6

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1.				
Текущий контроль			0	35
1. Аудиторная работа, работа на семинаре				10
2. Домашняя работа				5
Рубежный контроль				
Контрольная работа	10	2		20
Модуль 2.				
Текущий контроль				35
1. Аудиторная работа				10
2. Домашняя работа				5
Рубежный контроль				
Контрольная работа	4	5		20
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
3. Посещение лекционных занятий			0	-6
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
Экзамен			0	30
Итого			45	100