ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 9 от «28» февраля 2022 г.

Зав. кафедрой ________ / Юмагулов М.Г.

Согласовано:
Председатель УМК
факультета математики и
информационных технологий

________ / А.М. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике

Обязательная часть

программа бакалавриата

Направление подготовки (Специальность)
01.03.01 Математика
(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки
Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Квалификация
бакалавр

Разработчик (составитель) зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор	________ / Юмагулов М.Г.

Для приема: 2022

Уфа 2022

Рабочая программа дисциплины актуализирована на заседании кафедры дифференциальных уравнений протокол от «28» _февраля_2022 г. №_9

Дополнения и изменения, внесённые в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры дифференциальных уравнений: обновлён фонд оценочных средств. протокол от «28» _февраля_2022 г. №_9

Зав. кафедрой ____________ / Юмагулов М.Г.

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине

   4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

   4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

   4.3. Рейтинг-план дисциплины
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

   5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

   5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

Категория (группа) компетенций **(при наличии ОПК)**	**Формируемая компетенция (с указанием кода)**	**Код и наименование индикатора достижения компетенции**	**Результаты обучения по дисциплине**
	ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий ПК-2: Способен преподавать математику и информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения	ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий ПК-2.1. Знает требования к организационно-методическому и педагогическому обеспечению программ профессионального обучения, среднего профессионального образования и дополнительных профессиональных программ; знает методические основы преподавания профессиональных дисциплин	**Знать**: -содержание материала по предмету; -основные методы решения задач; -основные теоремы преподаваемой дисциплины.
		ПК-1.2. Умеет находить,	**Уметь**: -решать задачи по

		формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ПК-2.2. Умеет планировать лекционные и семинарские занятия по программам профессионального обучения математике и информатике, с учетом уровня подготовки и психологию аудитории	преподаваемой дисциплине; -определять корректность поставленной задачи; -применять на практике знания по предмету.
		ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ПК-2.3. Имеет практический опыт проведения индивидуальных занятий	**Владеть**: **-** навыками корректной постановки задач; -классическими и современными методами дисциплины; -понятийным аппаратом предмета

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы .

Дисциплина «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике» является дисциплиной по выбору в цикле Б1 Дисциплины (модули). Она изучается на 3 курсе в 6 семестре.

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике» являются:

-сформировать у будущих специалистов современные теоретические знания в области теории линейных операторов и практические навыки в решении и исследовании основных типов уравнений связанных с ними,

-ознакомить студентов с соответствующими приложениями этой теории в математической физике.

Дисциплина «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике» логически и содержательно-методически тесно связана с такими дисциплинами как «Уравнения в частных производных», «Дифференциальные уравнения», «Дифференциальные уравнения. Практикум».

Изучение дисциплины является одним из необходимых элементов подготовки специалистов по данному направлению.

3.Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4.Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенций:

ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

ПК-2: Способен преподавать математику и информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	**Знать**: -содержание материала по предмету; -основные методы решения задач; - основные теоремы преподаваемой	Отсутствие знаний фундаментальных понятий и теорем алгебры	Частичные знания фундаментальных понятий и теорем алгебры	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания фундаментальных понятий и теорем алгебры	Полные и четкие знания фундаментальных понятий и теорем алгебры

ПК-2.1. Знает требования к организационно-методическому и педагогическому обеспечению программ профессионального обучения, среднего профессионального образования и дополнительных профессиональных программ; знает методические основы преподавания профессиональных дисциплин	дисциплины.				
ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математических и	**Уметь**: -решать задачи по преподаваемой дисциплине; -определять корректность поставленной задачи; -	Отсутствие умений применять математические знания для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры	Фрагментарные умения применять математические знания для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения применять математические знания для решения задач вычислительного	Сформированное умение применять математические знания для решения задач вычислительного и теоретического характера в

(или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ПК-2.2. Умеет планировать лекционные и семинарские занятия по программам профессионального обучения математике и информатике, с учетом уровня подготовки и психологию аудитории	применять на практике знания по предмету.			и теоретического характера в области алгебры	области алгебры
ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных	**Владеть**: - навыками корректной постановки задач; -классическими и современными методами	Отсутствие готовности использовать фундаментальные знания в области алгебры в будущей профессиональной	В целом успешная, но не систематическая готовность использовать фундаментальные знания в области алгебры в будущей	В целом успешная, но содержащая отдельные пробелы готовность использовать фундаментальные	Успешная готовность использовать фундаментальные знания в области алгебры в будущей профессионально

наук, программирования и информационных технологий. ПК-2.3. Имеет практический опыт проведения индивидуальных занятий	дисциплины; - понятийным аппаратом предмета	деятельности	профессиональной деятельности	знания в области алгебры в будущей профессиональной деятельности	й деятельности

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий ПК-2.1. Знает требования к организационно-методическому и	**Знать**: -содержание материала по предмету; -основные методы решения задач; -основные теоремы преподаваемой дисциплины.	Контрольная работа

педагогическому обеспечению программ профессионального обучения, среднего профессионального образования и дополнительных профессиональных программ; знает методические основы преподавания профессиональных дисциплин		
ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ПК-2.2. Умеет планировать лекционные и семинарские занятия по программам профессионального обучения математике и информатике, с учетом уровня подготовки и психологию аудитории	**Уметь**: -решать задачи по преподаваемой дисциплине; -определять корректность поставленной задачи; -применять на практике знания по предмету.	Контрольная работа
ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ПК-2.3. Имеет практический опыт проведения индивидуальных занятий	**Владеть**: - навыками корректной постановки задач; -классическими и современными методами дисциплины; -понятийным аппаратом предмета	Контрольная работа

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена:* текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум

10; *для зачета:* текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена:*

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов)

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	**Знать**: -содержание материала по предмету; -основные методы решения задач; -основные теоремы преподаваемой дисциплины.	ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий ПК-2.1. Знает требования к организационно-методическому и педагогическому обеспечению программ профессионального обучения, среднего профессионального образования и дополнительных профессиональных программ; знает методические основы преподавания профессиональных дисциплин	Контрольная работа, доклад на семинаре
2-й этап Умения	**Уметь**: -решать задачи по преподаваемой дисциплине; -определять корректность поставленной задачи; -применять на практике знания по предмету.	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математических и	Контрольная работа, доклад на семинаре

		(или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ПК-2.2. Умеет планировать лекционные и семинарские занятия по программам профессионального обучения математике и информатике, с учетом уровня подготовки и психологию аудитории	
3-й этап Владеть навыками	**Владеть**: - навыками корректной постановки задач; -классическими и современными методами дисциплины; -понятийным аппаратом предмета	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ПК-2.3. Имеет практический опыт проведения индивидуальных занятий	Контрольная работа, доклад на семинаре

Текущая, промежуточная и итоговая аттестация проводится по модульно-рейтинговой системе согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов.

Текущий контроль – это контроль над всеми видами аудиторной и внеаудиторной работы студентов по данному дисциплинарному модулю, результаты которой оцениваются до рубежного контроля.

Текущий контроль по теоретическому материалу модуля (лекционному и материалу самостоятельного изучения) проводится в форме тестового опроса или в виде письменного блиц-опроса по вопросам, требующим краткого ответа. Это основные определения, вопросы на понимание алгоритмов. Каждый вопрос оценивается как часть от максимального балла, назначенного на данный текущий контроль. В зависимости от объема модуля проводится 1-2 текущих контроля.

Рубежный контроль – проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом.

Рубежный контроль проводится в форме тестового опроса или в виде письменного блиц-опроса по 5 вопросам, требующим краткого ответа. Каждый вопрос оценивается как часть от максимального балла, назначенного на рубежный контроль. Вопросы охватывают материал целого модуля и также включают темы лекционных занятий и самостоятельной работы. А так же в виде итоговой контрольной работы.

По результатам суммарного текущего контроля по всем видам учебной деятельности и рубежного контроля выставляется промежуточный контроль.

Итоговый контроль – форма контроля, проводимая по завершении изучения дисциплины в семестре.

Итоговый контроль проводится в форме экзамена по теоретическому и практическому материалам.

СПИСОК ВОПРОСОВ.

1. Линейные операторы. Основные виды линейных операторов , встречающиеся в уравнениях математической физики.
2. Интегральные уравнения, определение. Классификация. Линейные интегральные уравнения.
3. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача Абеля. Задача о колебаниях струны.
4. Уравнения Вольтерра 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями. Метод последовательных приближений. Решение с помощью резольвенты методом итерированных ядер.
5. Метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнения Фредгольма 2-го рода.
6. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения. Определитель Фредгольма. Альтернатива Фредгольма.
7. Элементы функционального анализа. Вполне непрерывные операторы в гильбертовых пространствах. Уравнения Фредгольма 2-го рода с симметричным ядром. Свойства собственных функций и характеристических чисел. Теорема о конечном спектре. Теорема Гильберта-Шмидта. Разложение резольвенты по собственным функциям ядра. Разложение итерированных ядер в ряд по собственным функциям.
8. Применение преобразований Лапласа и Фурье при решении интегральных уравнений.

УМЕТЬ ФОРМУЛИРОВАТЬ:

Определения: 1) Интегральное уравнение Фредгольма 2-го и 1-го рода.
2) Интегральные уравнения Вольтерра 2-го и 1-го рода.
3) Ядра симметричные, вырожденные, итерированные.
4) Характеристические числа и собственные функции.
5) Ортогональность функций в пространстве $C[a,b], L^2[a,b]$.
6) Нормированность функций в пространстве $C[a,b], L^2[a,b]$.

7) Метрика, норма, скалярное произведение, линейное пространство, Гильбертово и евклидово пространство, компактные множества, вполне непрерывные операторы, оператор Фредгольма, симметричные и самосопряженные операторы.

8) нелинейные интегральные уравнения, пример.

Утверждения: 1) Метод последовательных приближений.

2) Метод итерированных ядер.

3) Теорема Гильберта-Шмидта, применение к неоднородному уравнению Фредгольма 2-го рода.

4) 1-я, 2-я, 3-я теоремы Фредгольма, альтернатива Фредгольма.

5) Свойства характеристических чисел и собственных функций.

6) Разложение резольвенты симметричного ядра.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене (только для тех, кто учится с использованием модульно-рейтинговой системы обучения и оценки успеваемости студентов):

Критерии оценки (в баллах):

- ***25-30 баллов*** *выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;*

- ***17-24 баллов*** *выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;*

- ***10-16*** *баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;*

- ***1-10 баллов*** *выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос*

ОБРАЗЦЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»
Факультет математики и информационных технологий
Кафедра дифференциальных уравнений

Направление подготовки ***(01. 03. 01) Математика***
дисциплина: «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике»

6 сем. 20___-___ учебного года

Экзаменационный билет № 1

1. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения. Определитель Фредгольма.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача Абеля. Задача о колебаниях струны.
3. Решить дифференциальные уравнения, сведя их к дифференциальным

$$y(x)=e^x+\int_0^x(-x+t-2)\,y(t)\,dt$$

Зав. кафедрой Юмагулов М. Г. /_______________/

Критерии оценки
Каждое задание максимум 10 баллов

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»
Факультет математики и информационных технологий
Кафедра дифференциальных уравнений

Направление подготовки ***(01. 03. 01) Математика***
дисциплина: «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике»

6 сем. 20___-___ учебного года

Экзаменационный билет № 2

1. Интегральные уравнения, определение. Классификация. Линейные интегральные уравнения.
2. Теорема о конечном спектре.
3. Решить дифференциальные уравнения, сведя их к дифференциальным

$$y(x)=e^x+\int_0^x(-2x+2t+3)\,y(t)\,dt$$

Зав. кафедрой Юмагулов М. Г. /_______________/

Критерии оценки
Каждое задание максимум 10 баллов

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ
Интегральные уравнения.

Интегральные уравнения Вольтера II рода.

Решить, сведя задачу к дифференциальному уравнению:

а) $y(x)=x-\int_0^x e^{x-s}y(s)ds$,

б)$y(x)+\int_0^x(x-s)y(s)ds=1$,

в) $y(x)=\int_0^x(1+x-s)y(s)ds+x^2$.

Построить резольвенту и решить методом итерированных ядер.

А) $y(x)=a^2\int_0^x(x-s)y(s)ds+f(x)$,

б) $y(x)+\int_0^x e^{x^2-s^2}y(s)ds=1-2x$.

Решить методом последовательных приближений.

А) $y(x)+\int_0^x y(s)ds = x+\frac{x^2}{2}$,

б) $y(x)+\int_0^x (x-s)y(s)ds = 1$.

<u>Неоднородное уравнение Фредгольма II-го рода</u>

1. Построить резольвенту для уравнения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,s)y(s)ds+f(x)$ в случаях:

а) $K(x,s)=xe^s, a=0, b=1, |\lambda|<1$,

б)$K(x,s)=e^{-(x^2+s^2)}, a=0, b=\infty, |\lambda|<\sqrt{\frac{8}{\pi}}$,

в)$K(x,s)=x+sins, a=-\pi, b=\pi, |\lambda|<\frac{1}{2\pi}$,

г)$K(x,s)=cos^2(x-s), a=-\pi, b=\pi$.

<u>Задача с вырожденным ядром</u>

Построить резольвенту уравнений Фредгольма 2-го рода с симметрическим вырожденным ядром при значениях λ, не совпадающих ни с одним их характеристических чисел:

- через определители Фредгольма;

а) $y(x)=\lambda\int_0^1 xsy(s)ds+f(x)$;

б) $y(x)=\lambda\int_{-1}^1 (x+s)y(s)ds+f(x)$;

<u>Однородное уравнение Фредгольма II-го рода</u>

1. Определить собственные функции и собственные значения следующих интегральных уравнений.

1. $y(x)=\lambda\int_{-1}^1 (xs+x^2s^2)y(s)ds$.

2.$y(x)=\lambda\int_0^{2\pi} sin(x+s)y(s)ds$.

3.$y(x)=\lambda\int_0^{2\pi} (sinxcos\, sy(s)ds)$.

4.$y(x)=\lambda\int_{-1}^1 (xchs-s\, shx)y(s)ds$.

5.$y(x)=\lambda\int_0^{2\pi} \sin(x-s)\, y(s)ds$.

Контрольная работа № 1.

1.Решить интегральное уравнение, сведя их к дифференциальному

$$y(x)=e^x+\int_0^x(-2x+2t+3)y(t)dt$$

2.Методом последовательных приближений решить

$$y(x)=x-\int_0^x(x-t)y(t)dt \qquad y_0(x)=0.$$

3.Методом итерированных ядер построить резольвенту и выписать решение

$$y(x)=f(x)+\lambda\int_0^1 e^{x+t}y(t)dt.$$

4.Решить уравнение с вырожденным ядром для любых значений параметра

$$y(x)-\lambda\int_{-1}^1(x+t)y(t)dt=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x.$$

Критерии оценки

Каждое задание максимум 5,25 баллов

Контрольная работа № 2.

1.Найти характеристические числа и собственные функции

$$K(x,t)=\begin{cases}(t-1)x, & 0\le x\le t,\\ t(x-1), & t\le x\le 1.\end{cases}$$

2.Решить, сведя к уравнению 2-го рода

$$\int_0^x (x-t)^2 y(t)\,dt = x^3+x^2$$

3.Решить, используя преобразование Лапласа

$$y_1 = x+\int_0^x y_2(t)\,dt,\; y_2 = x^3/6+2x-1-\int_0^x (x-t)\,y_1(t)\,dt$$

4.Решить,используя преобразование Лапласа

$$\int_0^x (x-t)e^{x-t}y(t)\,dt=\frac{1}{2}e^{2x}-xe^x-\frac{1}{2}$$

Критерии оценки
Каждое задание максимум 5 баллов

Домашняя контрольная работа

1. Дано интегрально уравнение Фредгольма II-го рода:

$$\phi(x) = \lambda\int_{-1}^{1}[(a_1x^2+b_1x)y^2+c_1y^2+(d_1x+e_1)y]\phi(y)dy+f(x).$$

A) Решить уравнение в случае, если $f(x)=f_1x^2+g_1x+r_1$;
B) Найти собственные функции и собственные значения ядра;
C) Найти резольвенту, дать решение уравнения для произвольной функции $f(x)$ через резольвенту.

2. Дано интегральное уравнение Вольтерра II-го рода:

$$\phi(x)=\lambda\int_0^x[a_2x+b_2y+c_2]\phi(x)dy+f(x)$$

A) Найти точное решение интегрального уравнения в случае $f(x)=d_2x^2+c_2x+f_2$.
B) Построить 3 последовательных приближения для решения уравнения.
C) Найти выражение для резольвенты и написать решение для произвольной функции $f(x)$ через резольвенту.

3. Дано интегральное уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром:

$$\phi(x)=\lambda\int_0^{b_3}K(x,y)\phi(y)dy,$$

где

$$K(x,y)=\begin{cases}(a_3+x)(b_3-y), 0\le x\le y\le b_3\\ (a_3+y)(b_3-x), 0\le y\le x\le b_3\end{cases}$$

A) Найти собственные значения и собственные функции ядра
B) Найти собственные значения и собственные функции для n-й итерации ядра.
C) Найти разложение для n-й итерации ядра по собственным функциям;
D) Найти разложение резольвенты в ряд по собственным функциям;
E) Построить ортонормированную систему собственных функций

Критерии оценки:
1 задание максимум 5 баллов;
2 задание максимум 5 баллов;
3 задание максимум 10 баллов.

Таблица выбора констант для расчетной работы №1

№ вар		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a1	1	10	15	5	-5	-10	7,5	-7,5	3	-3	-3	20	-20	25	-25	15	6	9	-9
b1	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c1	1	-10	-15	-5	5	10	-7,5	7,5	-3	3	3	-20	20	-25	25	-15	-6	-9	9
d1	2	-10	-14	-4	6	11	-7	9	-2	4	4	-19	21	-24	26	-14	-5	-8	10
e1	2	1	1	-2	2	0	1	0	2	0	1	0	-2	-1	0	1	2	-1	0
f1	**0**	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g1	0	0	2	1	3	4	2	1	-1	-3	-2	-1	0	-1	-2	1	2	3	4
r1	1	1	0	1	2	5	0	1	2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
a2	**1**	-9	4	1	-1	-4	9	2	4	1,5	2	1	-1	-9	4	1	-1	-4	9
b2	-1	9	-4	-1	1	4	-9	-2	-4	-1,5	-2	-1	1	9	-4	-1	1	4	-9
c2		0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
d2		2	-1	1	-1	-2	-3	2	3	1	5	-2	2	1	4	5	6	-4	0
e2		3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
f2		0	0	3	3	3	3	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
a3		-1	-2	-1	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	2
b3		2	3	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5
n		4	5	6	7	3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9

Т Е С Т О В О Е З А Д А Н И Е Д Л Я П Р О В Е Р К И З Н А Н И Й В1

1. Уравнение $y(x)=\lambda\int_0^x(-2x+2t+3)\,y(t)\,dt+e^x$ является уравнением

   A) Фредгольма 2-го рода

   B) Вольтерра 1-го рода

   C) Фредгольма 1-го рода

   D) Вольтерра 2-го рода

2. Интегральным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестную под знаком

   A) Дифференциала

   B) Производной

   C) Интеграла

   D) Суммы

3. Характеристическими числами ядра $K(x,t)$ называются значения параметра λ при которых

   A) Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$ имеет только нулевые решения

   B) Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$ имеет ненулевые решения

   C) однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет ненулевые решения

   D) однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевые решения

4. Интегральное уравнение $y(x)=\int_0^x e^{x-t}y(t)\,dt+e^x$ имеет решение

   A) $y(x)=e^{2x}$

   B) $y(x)=xe^{x^2/3}$

   C) $y(x)=e^{-x}\left(x^2/2\right)+1$

   D) $y(x)=e^x+1$

5. Уравнение $y(x)=\dfrac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} y(t)\,dt+\sin x$ является уравнением

   A) Фредгольма 2-го рода

   B) Вольтерра 1-го рода

   C) Фредгольма 1-го рода

   D) Вольтерра 2-го рода

6. Формулы $y_0=f(x)$, $y_n(x)=f(x)+\lambda\int_0^x K(x,t)\,y_{n-1}(t)\,dt, n=\square$, $y(x)=\lim\limits_{x\to\infty} y_n(x)$ описывают метод

   A) Последовательных приближений для уравнения Фредгольма 2-го рода

   B) Последовательных приближений для уравнения Вольтерра 2-го рода

   C) Итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2-го рода

   D) Итерированных ядер для уравнений Вольтерра 2-го рода

7. Собственная функция $y(x)=(1+2x)$ является решением уравнения

   A) $y(x)-\lambda\int_0^1 (1+2x)ty(t)\,dt=0$

   B) $y(x)-\lambda\int_0^x (1+2x)ty(t)\,dt=\sin x$

   C) $y(x)-\lambda\int_0^x (1+2x)ty(t)\,dt=0$

   D) $y(x)-\lambda\int_0^{\pi} (1+2x)ty(t)\,dt=\sin x$

8. Ядро $K(x,t)=t\sin x+x^2t^3$

   A) Симметричное,

   B) Ортогональное,

   C) Вырожденное,

   D) Сингулярное.

9. Собственными функциями ядра $K(x,t)$ называются

A) Нулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt+f(x)$.

B) Ненулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt+f(x)$.

C) Нулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt$.

D) Ненулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt$.

10. Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt+f(x)$, (где $K(x,t)$ - непрерывное, вырожденное, вещественное ядро) имеет бесконечно много решений или не имеет ни одного

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt$ имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt$ имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда сопряженное однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(t,x)y(t)dt$ имеет только нулевое решение;

11. Ядро $K(x,t)=\begin{cases} t(x+1), 0\le x\le t\le 1, \\ (t+1)x, 0\le t\le x\le 1. \end{cases}$

A) Симметричное,

B) Ортогональное,

C) Вырожденное,

D) Сингулярное.

12. Уравнение $\int_0^1 e^{x-t}y(t)dt=e^x$ является интегральным уравнением

A) Неоднородным Фредгольма 1-го рода

B) Однородным Вольтерра 1-го рода

C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода

D) Неоднородным Вольтерра 1-го рода

13. Характеристические числа интегрального оператора Фредгольма с непрерывным, симметричным, вырожденным, неравным тождественно нулю ядром могут образовывать последовательность

A) $|\lambda_1| \le |\lambda_2| \le \ldots \le |\lambda_n| \le \ldots$, причем $\lim\limits_{x\to\infty} \lambda_n = \infty$;

B) $|\lambda_1| \le |\lambda_2| \le \ldots \le |\lambda_n|$;

C) $|\lambda_1| \ge |\lambda_2| \ge \ldots \ge |\lambda_n| \ge \ldots$;

D) $|\lambda_1| \ge |\lambda_2| \ge \ldots \ge |\lambda_n|$.

14. Для ядра $K(x,t) = xt$ уравнения $y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 xty(t)\,dt$ повторными будут ядра

A) $K_1(x,t) = x, K_2(x,t) = \frac{x}{3}, K_3(x,t) = \frac{x}{9}, \ldots K_n(x,t) = \frac{x}{3^{n-1}}$;

B) $K_1(x,t) = xt, K_2(x,t) = \frac{xt}{3}, K_3(x,t) = \frac{xt}{9}, \ldots K_n(x,t) = \frac{xt}{3^{n-1}}$;

C) $K_1(x,t) = xt, K_2(x,t) = \frac{xt}{2}, K_3(x,t) = \frac{xt}{4}, \ldots K_n(x,t) = \frac{xt}{2^{n-1}}$;

D) $K_1(x,t) = t, K_2(x,t) = \frac{t}{3}, K_3(x,t) = \frac{t}{9}, \ldots K_n(x,t) = \frac{t}{3^{n-1}}$.

15. Собственные функции оператора Фредгольма, соответствующие различным характеристическим числам

A) Пропорциональны;

B) Линейно зависимы;

C) Ортогональны;

D) Комплексно сопряженные.

16. Неоднородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt + f(x)$, (где $K(x,t)$ - непрерывное, вырожденное ядро) имеет единственное решение

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет бесконечно много решений;

17. Уравнение $y(x)=\lambda\int_0^x (x+2t)\,y(t)\,dt$ является уравнением

A) Однородным Фредгольма 2-го рода

B) Однородным Вольтерра 1-го рода

C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода

D) Однородным Вольтерра 2-го рода

18. Уравнение $y(x)=\lambda\int_0^x (x+2t)\,y(t)\,dt$ является

A) линейным уравнением Вольтерра;

B) нелинейным уравнением Фредгольма;

C) нелинейным уравнением Вольтерра;

D) линейным уравнением Фредгольма.

E)

ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ В2

1. Уравнение $y(x)=\lambda\int_0^{\pi} \sin(x-t)\,y(t)\,dt+e^x$ является уравнением

A) Фредгольма 2-го рода

B) Вольтерра 1-го рода

C) Фредгольма 1-го рода

D) Вольтерра 2-го рода

2. Интегральным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестную под знаком

A) Дифференциала

B) Интеграла

C) Производной

D) Суммы

3. Характеристическими числами ядра $K(x,t)$ называются значения параметра λ при которых

A) однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет ненулевые решения

B) однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение

C) неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение

D) неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ ненулевые решения

4. Интегральное уравнение $y(x)=\int_0^x e^{x-t}y(t)\,dt+e^x$ имеет решение

A) $y(x) = xe^{x^2/3}$

B) $y(x) = e^{2x}$

C) $y(x) = e^{-x}\left(x^2/2\right)+1$

D) $y(x) = e^{x}+1$

5. Уравнение $y(x) = \dfrac{1}{2\pi}\int\limits_0^x y(t)\,dt + \sin x$ является уравнением

   A) Фредгольма 2-го рода

   B) Вольтерра 1-го рода

   C) Фредгольма 1-го рода

   D) Вольтерра 2-го рода

6. Формулы $y_0 = f(x)$, $y_n(x) = f(x) + \lambda\int\limits_a^b K(x,t)\,y_{n-1}(t)\,dt, n = \square$, $y(x) = \lim\limits_{x\to\infty} y_n(x)$ описывают метод

A) Последовательных приближений для уравнения Фредгольма 2-го рода

B) Последовательных приближений для уравнения Вольтерра 2-го рода

C) Итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2-го рода

D) Итерированных ядер для уравнений Вольтерра 2-го рода

7. Собственная функция $y(x) = \left(1-x^2\right)$ является решением уравнения

   A) $y(x) - \lambda\int\limits_0^x \left(1-x^2\right)ty(t)\,dt = 0$ н

   B) $y(x) - \lambda\int\limits_0^x \left(1-x^2\right)ty(t)\,dt = \sin x$

   C) $y(x) - \lambda\int\limits_0^1 \left(1-x^2\right)ty(t)\,dt = 0$

   D) $y(x) - \lambda\int\limits_0^\pi \left(1-x^2\right)ty(t)\,dt = \sin x$

8. Ядро $K(x,t) = t^2x + x^5t^3$

   A) Вырожденное,

   B) Ортогональное,

   C) Симметричное,

   D) Сингулярное.

9. Собственными функциями ядра $K(x,t)$ называются

A) Нулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$.

B) Ненулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$.

C) Ненулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$.

D) Нулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$.

10. Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$, (где $K(x,t)$ - непрерывное, вырожденное, вещественное ядро) имеет бесконечно много решений или не имеет ни одного

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет ненулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда сопряженное однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(t,x)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

11. Ядро $K(x,t)=\begin{cases} t(x-1), 0\le x\le t\le 1,\\ (t-1)x, 0\le t\le x\le 1.\end{cases}$

A) Вырожденное,
B) Ортогональное,
C) Симметричное,
D) Сингулярное.

12. Уравнение $\int_0^x e^{x-t}y(t)\,dt=e^x$ является интегральным уравнением

A) Неоднородным Фредгольма 1-го рода
B) Однородным Вольтерра 1-го рода
C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода
D) Неоднородным Вольтерра 1-го рода

13. Характеристические числа интегрального оператора Фредгольма с непрерывным, симметричным, вырожденным, неравным тождественно нулю ядром могут образовывать последовательность

A) $|\lambda_1| \le |\lambda_2| \le \ldots \le |\lambda_n| \le \ldots$, причем $\lim\limits_{x\to\infty} \lambda_n = \infty$;

B) $|\lambda_1| \ge |\lambda_2| \ge \ldots \ge |\lambda_n|$;

C) $|\lambda_1| \ge |\lambda_2| \ge \ldots \ge |\lambda_n| \ge \ldots$;

D) $|\lambda_1| \le |\lambda_2| \le \ldots \le |\lambda_n|$.

14. Для ядра $K(x,t) = xe^t$ уравнения $y(x) = f(x) + \lambda\int\limits_0^1 xe^t y(t)\,dt$ повторными будут ядра

A) $K_1(x,t) = xe^t, K_2(x,t) = x^2e^t, K_3(x,t) = x^3e^t, \ldots K_n(x,t) = x^ne^t$;

B) $K_1(x,t) = xe^t, K_2(x,t) = xe^t, K_3(x,t) = xe^t, \ldots K_n(x,t) = xe^t$;

C) $K_1(x,t) = xe^t, K_2(x,t) = xe^{2t}, K_3(x,t) = xe^{3t}, \ldots K_n(x,t) = xe^{nt}$;

D) $K_1(x,t) = te^x, K_2(x,t) = te^x, K_3(x,t) = te^x, \ldots K_n(x,t) = te^x$.

15. Собственные функции оператора Фредгольма, соответствующие различным характеристическим числам

A) Ортогональны;

B) Линейно зависимы;

C) Пропорциональны;

D) Комплексно сопряженные.

16. Неоднородное уравнение $y(x) = \lambda\int\limits_a^b K(x,t)y(t)\,dt + f(x)$, (где $K(x,t)$ - непрерывное, вырожденное ядро) имеет единственное решение

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda\int\limits_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет ненулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda\int\limits_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda\int\limits_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda\int\limits_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет бесконечно много решений;

17. Уравнение $y(x) = \lambda\int\limits_0^3 (x+2t)y(t)\,dt$ является уравнением

A) Линейным однородным Фредгольма 2-го рода

B) Линейным однородным Вольтерра 1-го рода

C) Линейным неоднородным Фредгольма 2-го рода

D) Линейным однородным Вольтерра 2-го рода

18. Уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_0^x xe^{(x-t)}y^2(t)\,dt$ является

A) линейным уравнением Вольтерра;

B) нелинейным уравнением Фредгольма;

C) нелинейным уравнением Вольтерра;

D) линейным уравнением Фредгольма.

Критерии оценки
Каждое задание максимум 0,5 баллов

Задание на курсовую работу:

Курсовые работы могут быть следующих разновидностей:

аналитический обзор информационных ресурсов по заданной проблеме;

описание решения конкретной профессиональной задачи (ситуации);

анализ практики использования теоретических и методологических аспектов изучаемой дисциплины в реальных профессиональных ситуациях;

решение конкретных математических задач;

описание результатов исследования, проведенного студентом с использованием конкретных эмпирических и теоретических методов научного познания.

Примерный список курсовых работ.

1. Линейные операторы в задачах математической физики.
2. Линейные интегральные уравнения.
3. Задача о колебаниях струны.
4. Уравнения Вольтерра 2-го рода.
5. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром.
6. Альтернативы Фредгольма.
7. Преобразования Лапласа и Фурье при решении интегральных уравнений.

Критерии оценивания курсовой работы:

- 100 баллов получает студент, если им полностью выполнена и оформлена курсовая работа;

- 60-99 баллов выставляется студенту, если им выполнена курсовая работа, но имеются замечания по оформлению;

-1-59 баллов выставляются студенту, если имеются замечания по содержанию и оформлению курсовой работы;

- 0 баллов ставится при невыполнении курсовой работы.

Критерии оценки итогового контроля

Студент получает баллы за экзамен согласно бально-рейтинговой системе. Итоговый контроль оценивается максимально в 30 баллов, если студент отвечает правильно на 10 из 10 предложенных вопросов.

Устанавливается следующая градация перевода оценки из многобалльной в четырехбалльную:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

В случае, если студент сдает какое-либо из контрольных мероприятий позже установленного срока, преподаватель может снизить максимально возможное количество баллов за данный вид контроля на 5% за каждую неделю просрочки.

Посещение лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий оценивается в суммах до 6 и 10 баллов соответственно, однако эти баллы являются штрафными и вычитаются преподавателем из набранных студентами баллов в ходе текущего и рубежного контроля по следующей схеме:

– за пропуски лекционных занятий

за 25 % пропусков вычитается 1 балл

за 50 % пропусков вычитается 4 балла

за 75 % пропусков вычитается 6 баллов

за 100 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний

– за пропуски практических (семинарских, лабораторных) занятий

за 20 % пропусков вычитается 2 балла

за 40 % пропусков вычитается 5 баллов

за 50 % пропусков вычитается 7 баллов

за 75 % пропусков вычитается 10 баллов

более 75 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний.

Студент, набравший по итогам текущего и рубежного контроля менее 35 возможных баллов или пропустивший более 75 % практических (семинарских, лабораторных) занятий, до экзамена по данной дисциплине не допускается. В этом случае, он изучает неосвоенные им темы, выполняет соответствующие задания на платной основе в сроки, установленные деканатом для ликвидации задолженностей. Баллы, полученные таким образом, прибавляются к количеству баллов, набранных студентом в семестре.

Оценка за итоговый контроль в семестре устанавливается согласно «Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов БашГУ», принятого Ученым советом университета 24.09.2014 г.

4.3.Рейтинг–план дисциплины.

Рейтинг–план дисциплины представлен в *Приложение № 2.*

5.Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

В библиотеке Башкирского государственного университета имеются в наличии следующие издания:

Основная литература:

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения : учебное пособие / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2003. - 78 с. - ISBN 5-9221-0275-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68122
2. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123
3. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений / И.Г. Петровский. - 3-е изд., испр. - Москва : Изд-во "Наука", 1965. - 126 с. - ISBN 978-5-4458-5092-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222214
4. Жибер, А. В. Дифференциальные уравнения математической физики и методы их решения [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. В. Жибер, Г. З. Мухаметова, Н. А. Сидельникова; БашГУ. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2010. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:https://elib.bashedu.ru/dl/read/ZhiberDifUravnMetemFiziki.pdf>.

Дополнительная литература:

5. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / В.С. Владимиров, А.А. Вашарин, Х.Х. Каримова и др. - 3-е изд., исправл. - Москва : Физматлит, 2001. - 287 с. - ISBN 5-9221-0072-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68127
6. Интегральные уравнения и вариационное исчисление [Электронный ресурс]: учеб. пособие / БашГУ; сост.: Э. А. Назирова, А. Н. Кучкарова. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:https://elib.bashedu.ru/dl/read/NazirovaIntegr.Uravnen. i variant.Ischesl.UchPos.2012.pdf>.
7. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. - б.м. : б.и., б.г.. - 425 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455165

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения лекционных и практических занятий используется аудиторный фонд .

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	**Вид занятий**	**Наименование оборудования, программного обеспечения**
1	**2**	**3**
1. ***учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:*** аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 503 (физико-математический	Лекции	**Аудитория № 501** Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-

корпус - учебное), аудитория № 517 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное)		DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304 **Аудитория № 503** Учебная мебель, доска **Аудитория №517** Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, экран настенный ProjectaSlimScreen 200*200 cm MatteWhite, потолочное крепление для проектора, доска аудитор. ДА32. **Аудитория №531** Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора ,доска аудитор. ДА32.
2. ***учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:*** аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 503 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 517 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное) **3.** ***учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:*** аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 503 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 517 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное) ***4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной***	Практические занятия	**Аудитория № 501** Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304 **Аудитория № 503** Учебная мебель, доска **Аудитория №517** Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, экран настенный ProjectaSlimScreen 200*200 cm MatteWhite, потолочное крепление для проектора, доска аудитор. ДА32. **Аудитория №531** Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора ,доска аудитор. ДА32. 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии

аттестации: аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 503 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 517 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное)		бессрочные.
5. ***помещения для самостоятельной работы:*** читальный зал №2 (физико-математический корпус - учебное)	Самостоятельная работа	**Читальный зал №2** Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.

Приложение № 1

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины ___Теория линейных операторов и ее применение в математической физике__на _6_ семестр

Очная

форма обучения

Вид работы	**Объем дисциплины**
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	5/180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	67,2
лекций	32
практических/ семинарских	32
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)(ФКР)	3,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	78
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34,8

Форма контроля:

экзамен___6__ семестр

В том числе: курсовая работа/ курсовой проект 6 семестр, контактных часов – 2, часов на самостоятельную работу – 4.

№ п.п.	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов (СРС)	Форма текущего контроля успеваемости
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Модуль 1.								
1	Линейные операторы и их приложения в математической физике. Понятие интегрального уравнения. Линейные интегральные уравнения. Классификация. Задача Абеля. Уравнение Фредгольма как пример некорректно поставленной задачи. Метод регуляризации А.Н. Тихонова	4	4		8	(1) гл.1пар.1- 8, гл. 2 пар.1- 4, гл.3 пар.1- 5, гл.4 пар.1- 3.	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 1.
2	Уравнения Вольтера 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями. Метод последовательных приближений, метод итерированных ядер для уравнений Вольтерра 2 го рода.	6	6		13	(1) гл.3 пар.1- 8, гл. 4 пар.1- 5, (2) гл.3 пар.1- 8, гл. 4 пар.1- 5,	(3) Решение индивидуальных заданий № 4,5	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольно

								й работе задания 2.
3	Метод последовательных приближений для уравнений Фредгольма 2-го рода с малыми ядрами. Метод итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2 го рода.	6	6		8	(1) Гл.6,5 (2) 5,6	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 1,2 Контрольная работа 1,
Модуль 2.								
4	Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром. Оператор Фредгольма. Характеристические числа и собственные функции оператора Фредгольма. Альтернатива Фредгольма.	4	4		8	(1) 7,8 (6) № 5.15, 5.17, 5.18	(2) Решение индивидуальных заданий № 7 (п.1-4)	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 3.
5	Вполне непрерывные операторы. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричными ядрами. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Альтернатива Фредгольма. Теорема Гильберта-Шмидта. Функция Грина. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению.	4	4		8	(1) гл.9,10 (6) 5.20,5.21	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольно

	Теорема о конечном спектре.							й работе задания 3.
6	Применение преобразований Лаплпаса и Фурье для решения уравнений.	4	4		13	(1) гл.11 (2) Гл 11	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 3. Контрольная работа 2
7	Некоторые нелинейные интегральные уравнения нелинейные уравнения Вольтера. Уравнения типа Гаммерштейна. Бифуркация решений. Сингулярные интегральные уравнения.	4	4		13	(1) гл.11 (2) гл11,12	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 3. Тест.
	Курсовая работа.		2		4	1) гл.1пар.1- 8, гл. 2 пар.1- 4, гл.3 пар.1- 5, гл.4 пар.1- 3.	(5) 5.12, 5.15, 5.18, 5.25, 5.36	Решение индивидуальных заданий.
	Всего часов:	**32**	**34**		**116,8**			

Примечание 1. Часы на самостоятельную работу включают время на подготовку к экзамену (контроль).
Примечание 2. В таблицу не включено 3.2 часа ФКР (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности во время семестра, подразумевающие контактную работу обучающихся с преподавателем).

Приложение № 2

Рейтинг-план дисциплины

Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике

Направление подготовки [01.03.01] Математика
Направленность (профиль) программы - "Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление "
курс ___3__, семестр____6___

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1 Интегральные уравнения, классификация. Задача Абеля. Решение уравнений Вольтерра 2-го рода свед к задаче Коши. Метод последовательных приближений для уравнений Вольтерра и Фредгольма 2-го р Метод итеррированных ядер для уравнений Вольтерра и Фредгольма 2-го рода. Уравнения Вольтерра свертки.				
Текущий контроль			**0**	**10**
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 1,2.	0-5	2	0	10
Рубежный контроль			**0**	**21**
1. Контрольная работа 1	0-5,25	4	0	21
Модуль 2 Вполне непрерывные операторы. Уравнения Фредгольма с вырожденными ядрами. Альтернатива Фредгольма. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричными ядрами. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Теорема Гильберта-Шмидта. Функция Грина. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению. Применение преобразований Лаплпаса и Фурье для решения уравнений.				
Текущий контроль			**0**	**10**
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней расчетной работе задание 3.	0-10	1	0	10
2. Контрольная работа 2	0-5	4	0	20
Рубежный контроль			**0**	**9**
2. Тест	0-0,5	18	0	9
Посещаемость				
1. Посещение лекционных занятий			-6	0
2. Посещение практических занятий			-10	0
Поощрительные баллы				
1. Своевременное выполнение заданий и активная работа у доски.			0	**10**
Итоговый контроль				
1. Экзамен	1	30	0	**30**
Всего			35	**110**