

Составитель: к. ф.-м. н., доцент Шарипов Руслан Абдулович.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры Высшей алгебры и геометрии,
протокол № 8 от « 28 » февраля 2022 г.

Заведующий кафедрой



/ Хабибуллин Б. Н. /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5, 12
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	5
4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине	5
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине	7, 17, 18
4.3. Рейтинг-план дисциплины	10,16
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	10
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	10
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	11
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	11
7. Приложение 1	12
8. Приложение 2	16
9. Приложение 3	17
10. Приложение 4	18

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК-1 – Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.	ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	<u>Знать</u> : понятия ряда Фурье; признаки сходимости рядов Фурье; теорема Фейера; преобразования Фурье и его свойства; теорему Котельникова-Шеннона; преобразования Габора и оконное преобразование Фурье; интегральные вейвлет-преобразования; ортогональные и не ортогональные вейвлет ряды; вейвлет Хаара; вейвлет Уиттекера-Шеннона-Котельникова; Вейвлеты с компактным носителем.
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<u>Уметь</u> : вычислять ряды Фурье для некоторых конкретных периодических функций; вычислять преобразования Фурье для некоторых конкретных квадратично интегрируемых функций; строить различные примеры вейвлет преобразований для некоторых конкретных функций; использовать теорему Котельникова-Шеннона для оценки плотности передачи данных.
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<u>Владеть</u> : способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при выполнении заданий рубежного контроля и публично представлять полученные знания во время семинарских занятий.

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Фурье-анализ и потоки данных» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Б1.В.ДВ.06.02 . Дисциплина изучается на 4 курсе в 8 семестре.

Целью учебной дисциплины «Фурье-анализ и потоки данных» является знакомство с теорией вейвлетов, являющихся средством спектрального анализа, кодирования, расшифровки и улучшения качества аналоговых и оцифрованных потоков данных.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в дисциплинах обязательной части, которые изучаются на 1-3 курсах.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

ПК-1 – Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	<u>Знать</u> : понятия ряда Фурье; признаки сходимости рядов Фурье; теорема Фейера; преобразования Фурье и его свойства; теорему Котельникова-Шеннона; преобразования Габора и оконное преобразование Фурье; интегральные вейвлет-преобразования; ортогональные и не ортогональные вейвлет ряды; вейвлет Хаара; вейвлет Уиттекера-Шеннона-Котельникова; Вейвлеты с компактным носителем.	Практически не знает	Имеет значительные пробелы в знаниях	Знает почти всё	Знает всё

ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<u>Уметь</u> : вычислять ряды Фурье для некоторых конкретных периодических функций; вычислять преобразования Фурье для некоторых конкретных квадратично интегрируемых функций; строить различные примеры вейвлет преобразований для некоторых конкретных функций; использовать теорему Котельникова-Шенона для оценки плотности передачи данных.	Практически не умеет	Не умеет по значительной части материала дисциплины	Умеет почти всё	Умеет всё
ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<u>Владеть</u> : способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при выполнении заданий рубежного контроля и публично представлять полученные знания во время семинарских занятий.	Практически не владеет	Не владеет по значительной части материала дисциплины	По существу владеет	Владеет

Форма итогового контроля по дисциплине – экзамен

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины.

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения	Оценочные средства
ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	<u>Знать</u> : понятия ряда Фурье; признаки сходимости рядов Фурье; теорема Фейера; преобразования Фурье и его свойства; теорему Котельникова-Шеннона; преобразования Габора и оконное преобразование Фурье; интегральные вейвлет-преобразования; ортогональные и не ортогональные вейвлет ряды; вейвлет Хаара; вейвлет Уиттекера-Шеннона-Котельникова; Вейвлеты с компактным носителем.	Задания для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, текущая проверка усвоения материала при помощи экзаменационных вопросов.
ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<u>Уметь</u> : вычислять ряды Фурье для некоторых конкретных периодических функций; вычислять преобразования Фурье для некоторых конкретных квадратично интегрируемых функций; строить различные примеры вейвлет преобразований для некоторых конкретных функций; использовать теорему Котельникова-Шеннона для оценки плотности передачи данных.	Задания для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, текущая проверка усвоения материала при помощи экзаменационных вопросов.
ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<u>Владеть</u> : способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при выполнении заданий рубежного контроля и публично представлять полученные знания во время семинарских занятий.	Задания для рубежного контроля, экзаменационные вопросы и билеты, текущая проверка усвоения материала при помощи экзаменационных вопросов.

Вопросы для проведения экзамена

1. Ряды Фурье. Тригонометрическая система. Условия сходимости ряда Фурье в Точке.
2. Преобразование Фурье. Интеграл Фурье.
3. Основные свойства преобразования Фурье.
4. Преобразования Фурье в пространствах $L_2(\mathbb{R})$.
5. Теорема Котельникова-Шеннона
6. Преобразования Габора. Окна Габора. Оконное преобразование Фурье.
7. Интегральное вейвлет-преобразование (ИВП). Временнo-частотное окно.
8. Восстановление сигнала при всех значениях параметра и при положительных значениях параметра.
9. Восстановление сигнала по его значениям ИВП.
10. Каркасы. Определение двухпараметрического вейвлета. Формула восстановления.
11. Базис Рисса. Вейвлеты. Вейвлет ряды. Ортогональные вейвлеты. Условия ортогональности. Процесс ортогональности.
12. Вейвлет Хаара. Краткомасштабный анализ.
13. Построение ортонормированного базисного вейвлета на основе КМА.
14. Масштабирующая функция. Пространство W_k .
15. Вейвлет Уиттакера -Шеннона-Котельникова. Ортогональные вейвлеты с компактным носителем.

Экзаменационные билеты

Экзаменационные билеты состоят из 2 вопросов, первый вопрос берётся из первой половины списка вопросов к экзамену (1-8), второй вопрос — из второй половины списка (9-15).

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** если студент продемонстрировал владение более 80% учебного материала по дисциплине.
- **17-24 баллов** если студент продемонстрировал владение от 60% до более 79% учебного материала по дисциплине.
- **10-16 баллов** если студент продемонстрировал владение от 45% до более 59% учебного материала по дисциплине.
- **1-10 баллов** если студент продемонстрировал владение менее 45% учебного материала по дисциплине.

Образец экзаменационных билетов представлен в приложении 4

Задания рубежного контроля.

Задания для рубежного контроля представляют собой задания на понимание теоретического материала и проверку навыков выполнения некоторых вычислений по программе курса. Они приведены в приложении 3. Безупречное выполнение одного такого задания, выбранного преподавателем, оценивается в 15 баллов.

Пример. Разбор задания 1. Вывести формулу для частичных сумм ряда Фурье 2π -периодическая функция $f(x)$ и исследовать её сходимость в случае непрерывных функции. С учётом формул для коэффициентов ряда Фурье частичная сумма ряда определяется формулой

Подинтегральная функция в данной формуле даёт ядро Дирихле

$$f_N(x) = \sum_{n=-N}^N c_n e^{inx} = \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{2\pi} \sum_{n=-N}^N e^{in(x-y)} \right) f(y) dy.$$

$$D_N(x) = \sum_{n=-N}^N e^{inx} = \frac{\sin\left(N + \frac{1}{2}\right)x}{\sin \frac{x}{2}}$$

Через ядро Дирихле частичные суммы ряда Фурье выражаются формулой

$$f_N(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} D_N(x-y) f(y) dy = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} D_N(y) f(x-y) dy.$$

Сходимость частичных сумм к функции $f(x)$ в классе кусочно гладких функция определяется формулой

$$\lim_{N \rightarrow \infty} f_N(x_0) = \begin{cases} f(x_0), & \text{если } f(x) \text{ непрерывна в } [-\pi, \pi] \\ \frac{f(x_0-0) + f(x_0+0)}{2}, & \text{если } f(x) \text{ имеет разрыв при } x_0 \end{cases}$$

Если кусочно-гладкая функция $f(x)$ непрерывна, то из данной формулы вытекает поточечная сходимость частичных сумм к этой функции.

Знание формул оценивается в 5 баллов, умение последовательно выводить одну из другой — в 10 баллов, умение доказать поточечную сходимость оценивается в 15 баллов.

Текущий контроль.

Балы за текущий контроль являются накопительными. Текущий контроль во время лекций предполагает устную оценку усвоения теоретического материала во время лекций, наличие конспекта — 1 балл, умение комментировать конспект — 2 балла, понимание взаимосвязей с материалом предыдущих лекций — 2 балла, в сумме 5 баллов максимум за одно занятие. Текущий контроль во время семинарских занятий предполагает оценку понимания заданий для рубежного контроля (см. пример выше), которые разбираются на семинарских занятиях, наличие записей по самостоятельной работе над заданием — 1 балл, умение задать вопрос преподавателю по материалу задания — 2 балла, понимание ответа преподавателя и умение осознать и исправить собственные ошибки, если они были, — 2 балла, в сумме 5 баллов максимум за одно занятие. Баллы, полученные студентом в течение семестра, суммируются. За текущий контроль студент может получить 40 баллов, по 20 баллов за каждый модуль.

4.3. Рейтинг-план дисциплины.

Рейтинг-план дисциплины представлен в приложении 2.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. В.А. Байков, А.В. Жибер, Р.Д. Муртазина, Основы теории вейвлетов, курс лекций, РИЦ БашГУ, Уфа, 2012., доступно онлайн в ЭБС БашГУ — <URL: https://elib.bashedu.ru/dl/local/Baykov_Jiber_Murtazina_Osn_teorii_veyvletov_2012.pdf/info>.
2. Ю.К.Демьянович, В.А.Ходаковский, Введение в теорию вэйвлетов, курс лекций, СПбГУ 2007, бесплатный онлайн ресурс [dh_theory.pdf](#)

Дополнительная литература:

3. М. А. Иванов, Применение вейвлет-преобразований в кодировании изображений, Институт систем информатики СО РАН, 2003. бесплатный онлайн ресурс [sbor_kas_10_ivanov.pdf](#)

**5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины**

4. Анализ сигналов на основе вейвлет-преобразования, [бесплатный ресурс](#) на сайте Национальной библиотеки им. Н. Э. Баумана.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
1	2	3
Аудитории № 517, (физмат корпус - учебное).	<i>Для проведения занятий лекционного типа</i>	Аудитория №517 Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, экран настенный ProjectaSlimScreen 200*200 cm MatteWhite, потолочное крепление для проектора, доска аудитор. ДА32.
Аудитории № 517, 526 (физмат корпус - учебное).	<i>Для проведения занятий семинарского типа</i>	1.Windows 8 Russian.Windows Professional 8 Russian Upgrade; лицензии бессрочные, договор №104 от 17.06.2013 г 2.Microsoft Office Standard 2013 Russian. Лицензии бессрочные, договор №114 от 12.11.2014 г.
Аудитории № 517, 526 (физмат корпус - учебное).	<i>Для проведения групповых и индивидуальных консультаций</i>	
Аудитории № 517, 526 (физмат корпус - учебное).	<i>Для текущего контроля и промежуточной аттестации</i>	
		Аудитория № 526 Учебная мебель, доска настенная меловая
Читальный зал № 2 (физмат корпус - учебное).	<i>Для самостоятельной работы</i>	Читальный зал №2 Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт. 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Фурье-анализ и потоки данных на 8 семестр

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	4/144
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	33,2
лекций	10
практических/ семинарских	22
лабораторных	0
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	76
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34,8

Форма контроля:
экзамен 8_семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР /СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Модуль 1								
1.	Ряды Фурье. Тригонометрическая система. Условия сходимости ряда Фурье в Точке. Признак равномерной сходимости ряда Фурье. Теорема Фейера.	1	3	0	9	1-2	Задание 1 из списка заданий для рубежного контроля	Устная оценка усвоения теоретического материала с выборочным разбором отдельных заданий для рубежного контроля
2.	Преобразование Фурье. Теорема Котельникова-Шеннона. Интеграл Фурье. Основные свойства преобразования Фурье. Преобразования Фурье в пространств $L_2(\mathbb{R})$. Теорема Котельникова-Шеннона.	1	3	0	9	1-2	Задание 2 из списка заданий для рубежного контроля	Устная оценка усвоения теоретического материала с выборочным разбором отдельных заданий для рубежного контроля
3.	Преобразования Габора. Окна Габора. Оконное преобразование Фурье.	1	3	0	9	1-2	Задание 3 из списка заданий для рубежного контроля	Устная оценка усвоения теоретического материала с выборочным разбором отдельных

								заданий для рубежного контроля
4	Интегральное вейвлет-преобразование (ИВП). Временнo-частотное окно. Восстановление сигнала при всех значениях параметра и при положительных значениях параметра. Восстановление сигнала по его значениям ИВП.	1	3	0	9	1-2	Задание 4 из списка заданий для рубежного контроля	Устная оценка усвоения теоретического материала с выборочным разбором отдельных заданий для рубежного контроля
Модуль 2								
5	Двухпараметрические вейвлеты. Каркасы. Определение двухпараметрического вейвлета. Формула восстановления.	1	2	0	9	1-2	Задание 5 из списка заданий для рубежного контроля	Устная оценка усвоения теоретического материала с выборочным разбором отдельных заданий для рубежного контроля
6	Базис Рисса. Вейвлеты. Вейвлет ряды. Ортогональные вейвлеты. Условия ортогональности. Процесс ортогональности.	1	2	0	9	1-2	Задание 6 из списка заданий для рубежного контроля	Устная оценка усвоения теоретического материала с выборочным разбором отдельных заданий для рубежного контроля
7	Вейвлет Хаара. Краткомасштабный анализ.	1	2	0	9	1-2	Задание 7 из списка заданий для рубежного контроля	Устная оценка усвоения теоретического материала с выборочным разбором отдельных заданий для

								рубежного контроля
8	Построение ортонормированного базисного вейвлета на основе КМА. Масштабирующая функция. Пространство W_k .	1	2	0	9	1-2	Задание 8 из списка заданий для рубежного контроля	Устная оценка усвоения теоретического материала с выборочным разбором отдельных заданий для рубежного контроля
9	Вейвлет Уиттакера -Шеннона-Котельникова. Ортогональные вейвлеты с компактным носителем.	2	2	0	4	1-2	Задание 9 из списка заданий для рубежного контроля	Устная оценка усвоения теоретического материала с выборочным разбором отдельных заданий для рубежного контроля
	Всего часов:	10	18	0	76			

Приложение 2

Рейтинг-план дисциплины Фурье-анализ и потоки данных

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Курс четвертый, семестр восьмой (весенний)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий в модуле	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1				
Текущий контроль				
1. Разбор и устная проверка усвоения теоретического материала.			0	20
Рубежный контроль				
1. Проверка выполнения одного из заданий 1-4 для рубежного контроля по выбору преподавателя	15	1	0	15
Модуль 2				
Текущий контроль				
1. Разбор и устная проверка усвоения теоретического материала.			0	20
Рубежный контроль				
1. Проверка выполнения одного из заданий 5-9 для рубежного контроля по выбору преподавателя	15	1	0	15
Поощрительные баллы				
Согласно положению о модульно рейтинговой системе			0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение семинарских занятий			0	-10
Итоговый контроль				
1. Экзамен	15	2	0	30

Задания для рубежного контроля

1. Вывести формулу для частичных сумм ряда Фурье 2π -периодическая функция $f(x)$ и исследовать её сходимость в случае непрерывных функции.
2. Вывести формулу для частичных сумм Фейера 2π -периодическая функция $f(x)$ и исследовать её сходимость в случае непрерывных функции с изолированными разрывами в отдельных точках.
3. Доказать обратимость преобразования Фурье в классе квадратично интегрируемых функций при помощи формулы обратного преобразования Фурье.
4. Записать формулы для преобразования Габора.
5. Проанализировать требования 4.1 из раздела 4 в книге [1].
6. Дать определения двойственного вейвлета для заданного вейвлета $\psi(t)$.
7. Дать описания ступенчатых вейвлетов Хаара.
8. Записать соотношения двойственности для R-вейвлетов.
9. Дать определение пространствам W_k .

Образец экзаменационных билетов

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ

экзаменационный билет № номер скрыт
по дисциплине «Фурье анализ и потоки данных» (20__ - __ уч. год)

1. Ряды Фурье. Тригонометрическая система. Условия сходимости ряда Фурье в Точке.
2. Построение ортонормированного базисного вейвлета на основе КМА.

Преподаватель _____ / Шарипов Р. А. /

Зав. кафедрой _____ / Хабибуллин Б. Н. /