

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Актуализировано:  
на заседании кафедры  
протокол № 8 от «28» февраля 2022 г.

Согласовано:  
Председатель УМК факультета /института

Зав. кафедрой  / Хабибуллин Б.Н.

 / Ефимов А.М.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Алгебра и геометрия


обязательная часть

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки  
" Мобильные, облачные и интеллектуальные технологии "

Квалификация  
бакалавр

Разработчик (составитель) <u>ст. преп.</u> (должность, ученая степень, ученое звание)	 / <u>Зеркина А.В.</u> (подпись, Фамилия И.О.)
---	---

Для приема: 2022

Уфа 2022 г.

Составитель / составители: старший преподаватель Зеркина А.В.

Рабочая программа дисциплины актуализирована на заседании кафедры высшей алгебры и геометрии протокол от « 28 » февраля 2022 г. № 8

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры высшей алгебры и геометрии:

обновлен фонд оценочных средств.

протокол № 8 от «28» февраля 2022 г.

Заведующий кафедрой



/ Б.Н. Хабибуллин/

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций 4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы 5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) 5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине 6
  - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине. 6
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине. 7
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины 22
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 22
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы 22
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине 22

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

<b>Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)</b>	<b>Формируемая компетенция (с указанием кода)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине</b>
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать фундаментальные понятия и теоремы алгебры и геометрии.
		ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь использовать математические знания для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии.
		ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеть навыками выбора методов решения задач в области алгебры и геометрии в профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

## **2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к *обязательной* части.

Дисциплина изучается на   1   курсе(ах) в   1, 2   семестре(ах).

Цели изучения дисциплины: получить знания о фундаментальных понятиях и теоремах алгебры и геометрии; уметь применять математические знания для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии; овладеть навыками выбора методов решения задач в области алгебры и геометрии в профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

Для освоения дисциплины достаточно знаний и умений, приобретенных в средней школе.

Знания, полученные в результате освоения курса «Алгебра и геометрия» необходимы при изучении дифференциальной геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, классической и аналитической механики.

Дисциплина «Алгебра и геометрия» одна из базовых дисциплин, ибо без её знания невозможно адекватное понимание дифференциальной геометрии, некоторых разделов математического анализа, дифференциальных уравнений, классической и аналитической механики.

## **3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

#### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

##### 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Не зачтено»		«Зачтено»	
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: фундаментальные понятия и теоремы алгебры и геометрии.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления о фундаментальных понятиях и теоремах алгебры и геометрии.	Неполные представления о фундаментальных понятиях и теоремах алгебры и геометрии.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о фундаментальных понятиях и теоремах алгебры и геометрии.	Сформированные систематические представления о фундаментальных понятиях и теоремах алгебры и геометрии.
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь: применять математические знания для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии.	Отсутствие умений или фрагментарные умения в использовании математических знаний для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии.	В целом успешное, но не систематическое использование математических знаний для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использование математических знаний для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии.	Сформированное умение использования математических знаний для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии.
ОПК-1.3.	Владеть: навыками выбора	Отсутствие владения	В целом успешное, но	В целом успешное, но	Успешное и систематическое

Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	методов решения задач в области алгебры и геометрии в профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	или фрагментарное владение навыками выбора методов решения задач в области алгебры и геометрии в профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	не систематическое применение навыков выбора методов решения задач в области алгебры и геометрии в профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	содержащее отдельные пробелы применения навыков выбора методов решения задач в области алгебры и геометрии в профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	о применении навыков выбора методов решения задач в области алгебры и геометрии в профессиональной деятельности на основе теоретических знаний
--	---	---	---	---	--

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично»).

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.**

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: базовые понятия и теоремы алгебры и геометрии.	Лабораторные работы, РГР
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь: применять математические знания для решения задач вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии.	Лабораторные работы, РГР
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеть: навыками выбора методов решения задач в области алгебры и геометрии в профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	РГР; зачет, экзамен

Критериями оценивания при *модульно-рейтинговой системе* являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена*:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично»).



## Рейтинг – план дисциплины

Алгебра и геометрия

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 1, семестр 1,2

Рейтинг-план №1 (1 семестр)

Виды учебной деятельности	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1.</b>				
Текущий контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа	2	10	<b>0</b>	<b>20</b>
Рубежный контроль				
1. РГР	1	10	<b>0</b>	<b>10</b>
<b>Модуль 2.</b>				
Текущий контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа	2	10	<b>0</b>	<b>20</b>
Рубежный контроль				
1. РГР	1	20	<b>0</b>	<b>20</b>
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов				<b>10</b>
2. Публикация статей				
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)				
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>-6</b>
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>-10</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Экзамен			<b>0</b>	<b>30</b>

Рейтинг-план №2 (2 семестр)

Виды учебной деятельности	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1.</b>				
Текущий контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №1	2	10	<b>0</b>	<b>20</b>
Рубежный контроль				
1. РГР	1	15	<b>0</b>	<b>15</b>
<b>Модуль 2.</b>				
Текущий контроль			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №2	2	10	<b>0</b>	<b>20</b>
Рубежный контроль				
1. РГР	1	15	<b>0</b>	<b>15</b>
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов				<b>10</b>
2. Публикация статей				
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)				
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
3. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>-6</b>
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>-10</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Экзамен			<b>0</b>	<b>30</b>

## Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: билет состоит из двух теоретических вопросов.

Вопросы для экзамена (1 семестр):

1. Метод Гаусса.
2. Перестановки и подстановки.
3. Определители 2 и 3 порядков. Определители  $n$ -го порядка.
4. Свойства определителей  $n$ -го порядка.
5. Правило Лапласа вычисления определителей.
6. Способы вычисления определителей.
7. Вычисление специальных определителей.
8. Правило Крамера.
9. Матрицы и операции над ними. Элементарные преобразования матриц.
10. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга.
11. Обратная матрица. Способы вычисления обратной матрицы.
12. Системы линейных уравнений.
13. Теорема Кронекера-Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
15. Векторы. Линейная зависимость и независимость векторов. Операции над векторами.
16. Скалярное произведение. Свойства.
17. Векторное произведение. Свойства. Векторное произведение в ортонормированном базисе.
18. Смешанное произведение. Свойства.
19. Преобразование координат.
20. Прямая на плоскости. Различные способы её задания.
21. Плоскость в пространстве. Различные способы её задания.
22. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве.
23. Прямая в пространстве. Различные способы её задания. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
24. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
25. Полярная система координат на плоскости. Криволинейные координаты в пространстве.
26. Способы задания кривых. Понятие кривой.
27. Понятие поверхности. Способы задания поверхностей.
28. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.
29. Эллипс. Основные свойства.
30. Гипербола. Основные свойства. Асимптоты гиперболы. Сопряженные гиперболы.
31. Парабола. Основные свойства.
32. Эллипсоид. Свойства.
33. Гиперболоиды, основные свойства.
34. Параболоиды, основные свойства.
35. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
36. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.

Вопросы для экзамена (2 семестр):

1. Комплексные числа. Определение и операции.
2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы.
3. Формула Муавра. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.
4. Корни  $n$ -ой степени из 1. Первообразные корни.
5. Многочлены одной переменной: определение, операции. Операция сложение многочленов одной переменной и ее свойства.

6. Операция умножение многочленов одной переменной. Свойства.
7. Деление многочленов одной переменной.
8. Делители многочленов.
9. Наибольший общий делитель многочленов одной переменной. Способы его нахождения. Взаимно простые многочлены.
10. Алгоритм Евклида для многочленов одной переменной.
11. Теорема о линейном представлении многочлена.
12. Теоремы о взаимно простых многочленах.
13. Корни многочленов одной переменной.
14. Теорема Безу.
15. Схема Горнера.
16. Простые и кратные корни многочленов одной переменной.
17. Производная многочлена. Теорема о кратности корня.
18. Арифметическое пространство.
19. Порождающие системы и базисы.
20. Критерий базиса. Теорема о дополнении базиса.
21. Подпространства. Пересечения и суммы подпространств.
22. Линейные отображения. Ядро и образ линейного отображения.
23. Теорема о линейной независимости прообразов. Изоморфизм линейных пространств.
24. Матрица линейного отображения. Преобразование матрицы при замене базисов.
25. Линейные операторы.
26. Операторы проектирования.
27. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен.
28. Корневые подпространства. Теоремы о сумме корневых подпространств линейного оператора.
29. Жорданов нормальный базис. Теорема Гамильтона-Кэли.
30. Билинейные формы. Квадратичные формы.
31. Матрица квадратичной формы. Преобразование матрицы при замене базиса.
32. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа.
33. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.
34. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
35. Евклидовы пространства. Норма вектора. Неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника.
36. Угол между векторами евклидова пространства. Ортонормированные базисы. Ортогонализация базисов по Граму-Шмидту.
37. Матрица Грама. Теорема о линейной зависимости.
38. Квадратичные формы в евклидовом пространстве.
39. Самосопряженные операторы в евклидовом пространстве. Теоремы о собственных числах и собственных векторах.
40. Ортогональный оператор. Матрица ортогонального оператора.

Образец экзаменационного билета:

**ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»  
Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра высшей алгебры и геометрии**

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
дисциплина: **«Алгебра и геометрия»**,  
1 сем.

**Экзаменационный билет №1**

1. Обратная матрица. Способы вычисления.

2. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.

Заведующий кафедрой д.ф.-м.н., проф. \_\_\_\_\_ Б.Н. Хабибуллин

Перевод оценки из 100-балльной в пятибалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

**Критерии оценки (в баллах):**

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

**Задания для лабораторной работы**

Описание лабораторной работы.

В течение учебного года обучающиеся выполняют 4 лабораторные работы, 2 расчетно-графические работы и сдают отчеты. В первом семестре выполняют две лабораторные работы, одну расчетно-графическую работу. Аналогично во втором семестре. Каждая лабораторная работа состоит из пяти объемных заданий, каждое из которых состоит из разного количества пунктов. Всего пунктов - 10. Расчетно-графическая работа содержит 30 заданий.

Пример варианта лабораторной работы:

Лабораторная работа №1.

Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 21 \\ 2 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице  $A$ :

- 1) при помощи алгебраических дополнений;
- 2) приписыванием справа единичной матрицы.

Задача 2. Решить систему линейных уравнений  $Ax = b$ :

- 1) методом Гаусса;
- 2) методом Крамера;
- 3) методом обратной матрицы.

Задача 3. Найти ранг матрицы  $B$ :

- 1) методом окаймляющих миноров;
- 2) методом Гаусса.

Задача 4. Решить систему линейных уравнений  $Bx = O$ .

- 1) Найти общее решение.
- 2) Выписать фундаментальную систему решений.

Задача 5. Решить систему уравнений  $Bx = c$ .

Описание методики оценивания:

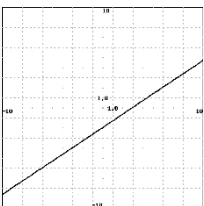
#### Критерии оценки (в баллах):

В первом семестре за каждый, правильно решенный пункт первой лабораторной работы, студенту выставляется 2 балла. Максимальный балл за лабораторную работу 20. За каждый, правильно решенный пункт второй лабораторной работы, студенту выставляется 3 балла. Максимальный балл за вторую лабораторную работу 30. Всего за лабораторные работы в первом семестре максимальный балл 50.

Во втором семестре за каждый, правильно решенный пункт каждой лабораторной работы, студенту выставляется 2 балла. Максимальный балл за лабораторную работу 20. Всего за лабораторные работы во втором семестре максимальный балл 40.

Пример варианта расчетно-графической работы.

1. Уравнение  $y=mx+b$  задаёт прямую линию, показанную на рисунке.



2. Найдите вектор, начинающийся в точке  $(-5, -2, 6)$  и заканчивающийся в точке  $(7, 5, -8)$ . Рассмотрите прямую, соединяющую две приведённые выше точки. Для каждого из перечисленных ниже уравнений определить, задаёт уравнение эту прямую или нет.
  - 1)  $(x, y, z) = (-5, -2, 6) + t(-12, -7, +14)$ ,

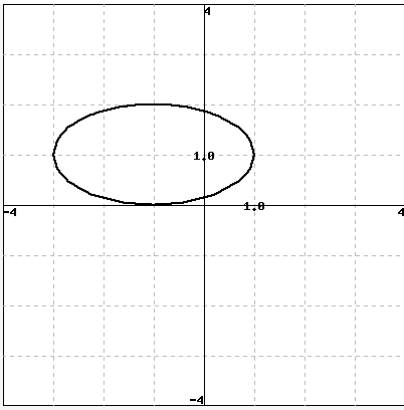
2)  $(x,y,z)=(-5,-2,6)+t(7,5,-8),$

3)  $(x,y,z)=(7,5,-8)+t(-5,-2,6),$

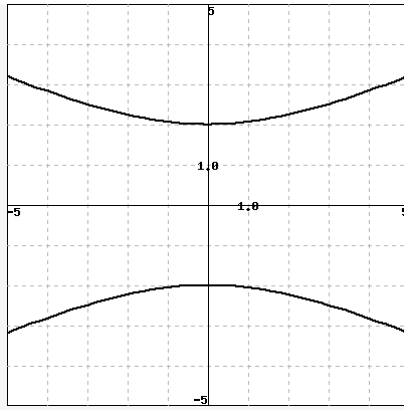
4)  $(x,y,z)=(-5,-2,6)+t(12,7,-14),$

5)  $(x,y,z)=(7,5,-8)+t(12,7,-14).$

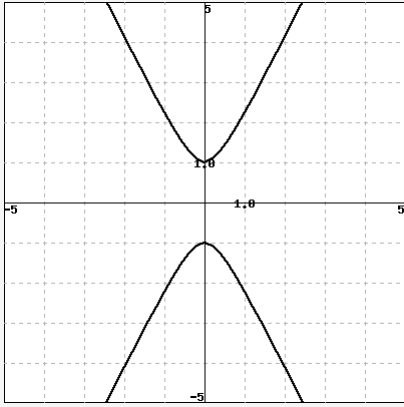
3. Даны два вектора  $u=\langle 8,-1,-3 \rangle$  и  $v=\langle 7,7,-3 \rangle$ . Вычислите длины векторов и их скалярное произведение.
4. Найдите уравнение плоскости, которая параллельна плоскости  $-6x+5y-9z=-4$  и проходит через точку  $(-4,-5,0)$ .
5. Найдите уравнение плоскости, которая перпендикулярна прямой  $(x,y,z)=(10,3,-10)+t(3,4,-10)$  и проходит через точку  $(3,-10,10)$ .
6. Даны три точки  $(-4,5,-8)$ ,  $(-1,9,-12)$ ,  $(-1,10,-10)$ , через которые проведена плоскость. Найдите вектор нормали к этой плоскости.
7. Вычислите векторное произведение  $[a,b]$ , если  $a=(3,-3,-2)$  и  $b=(-4,-5,-3)$ . Вычислите векторное произведение  $[c,d]$ ,  $c=1e_1+4e_2+1e_3$  и  $d=-4e_1+5e_2-5e_3$ .
8. Найдите объем косоугольного параллелепипеда с ребрами PQ, PR, PS, если  $P(5,-4,3)$ ,  $Q(7,-1,6)$ ,  $R(4,-5,2)$ ,  $S(11,-6,5)$ .
9. Гаечный ключ длиной 0.3 метров направлен вдоль положительной оси ординат и приложен к болту в начале координат. К концу ключа приложена сила, направленная вдоль вектора  $(0,3,5)$ . Найти величину силы в ньютонах, необходимую для приложения к болту крутящего момента величиной 100 ньютон на метр.
10. Найдите векторно-параметрическое уравнение и координатно-параметрические уравнения прямой линии, проходящей через точку  $P(-1,-4,-1)$  и перпендикулярной плоскости  $-2x-1y+1z=0$ .
11. Найдите векторно-параметрическое уравнение и координатно-параметрические уравнения прямой линии, проходящей через точки  $P(4,-3,-5)$  и  $Q(1,-5,-10)$ .
12. Найдите векторно-параметрическое уравнение прямой линии, получающейся в пересечении двух плоскостей  $2x-4y+z=-3$  и  $2x+5z=1$ .
13. Прямая задана координатно-параметрическими уравнениями  $x=1+7t$ ,  $y=2+2t$ ,  $z=3+7t$ . Вторая прямая параллельна первой и проходит через точку  $P(-3,-1,-2)$ . Найдите точки пресечения второй прямой с координатными плоскостями.
14. Запишите общее уравнение плоскости, в котором коэффициент при переменной  $x$  равен  $-12$ , если известно, что плоскость проходит через три точки  $(4,5,-3)$ ,  $(9,1,1)$ ,  $(9,2,3)$ .
15. Найдите точку пересечения прямой линии  $(0,1,0)+t(2,3,-2)$  и плоскости  $3x+4y+3z=100$ .
16. Найдите косинус двугранного угла, образованного плоскостями  $-1x+2y-2z=0$  и  $1x+1y-3z=-4$ .
17. Найдите расстояние от точки  $(-5,1,0)$  до плоскости  $4x+1y-5z=2$ .
18. Вещественная ось гиперболы вертикальна и имеет длину 4, асимптоты гиперболы задаются уравнениями  $y=89x+1$  и  $y=-89x+1$ . Найдите центр гиперболы, расстояние между её фокусами и её эксцентриситет.
19. Для каждого графика составьте соответствующее ему уравнение:



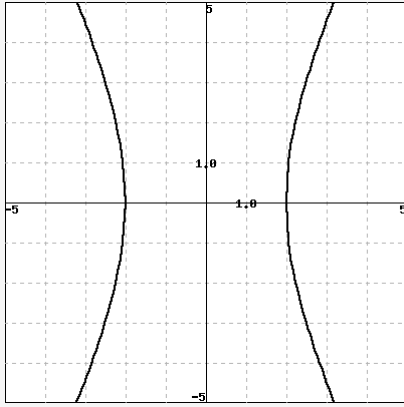
1.



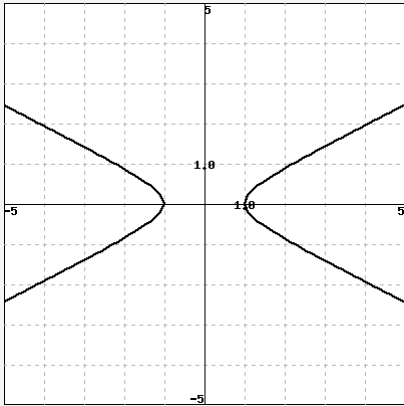
2.



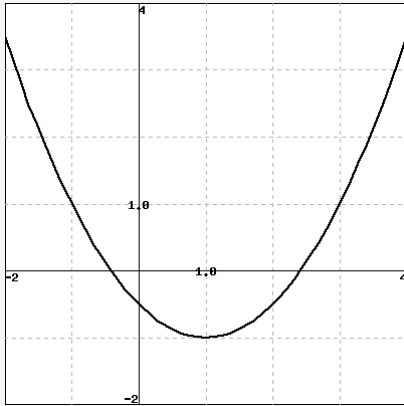
3.



4.

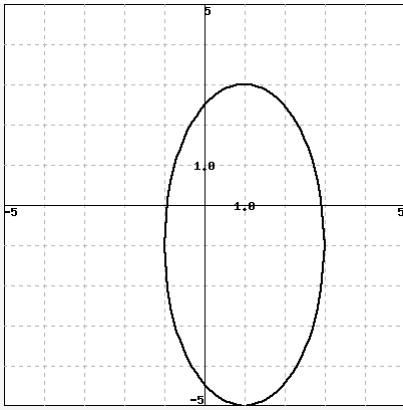


5.

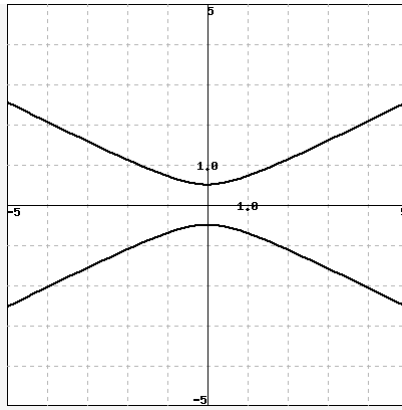


6.

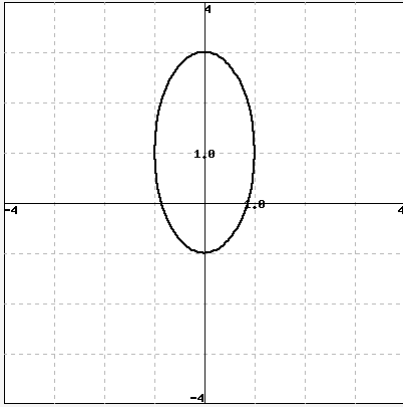




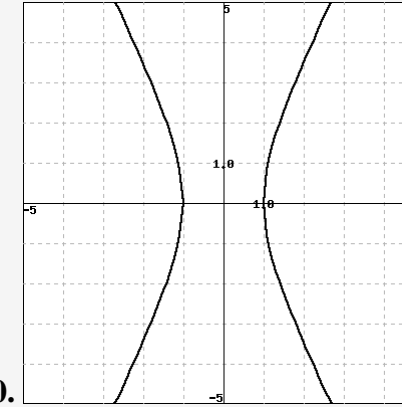
7.



8.

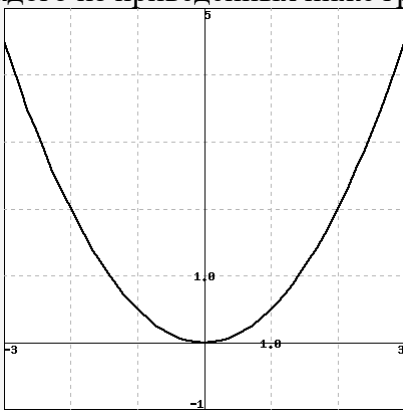


9.

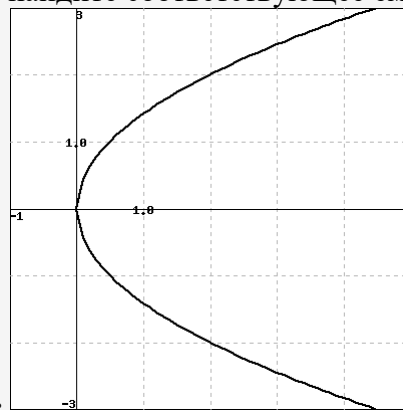


10.

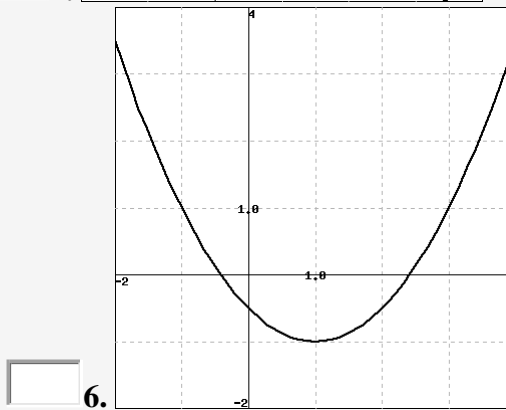
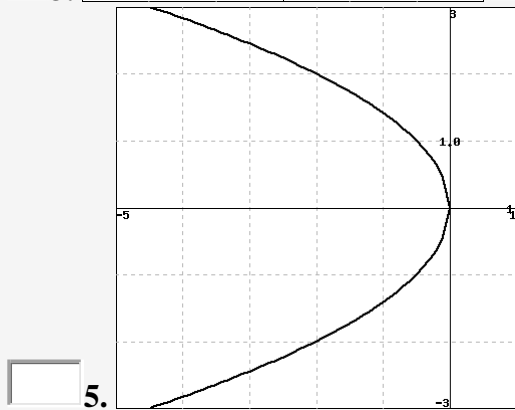
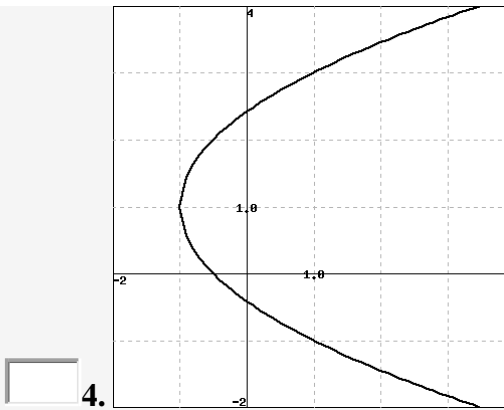
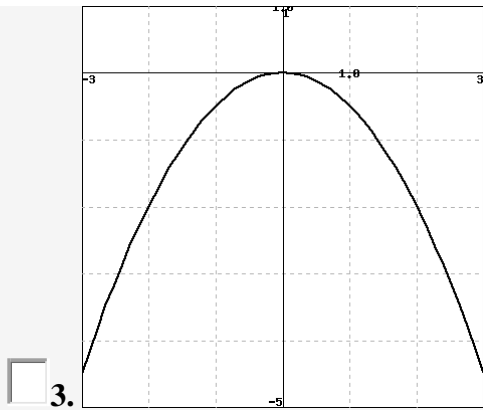
20. Для каждого из приведённых ниже графиков найдите соответствующее ему уравнение:



1.

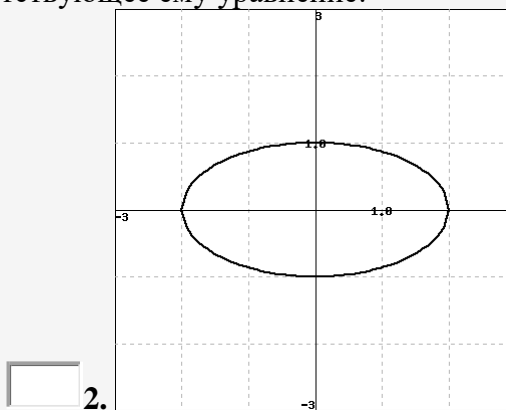
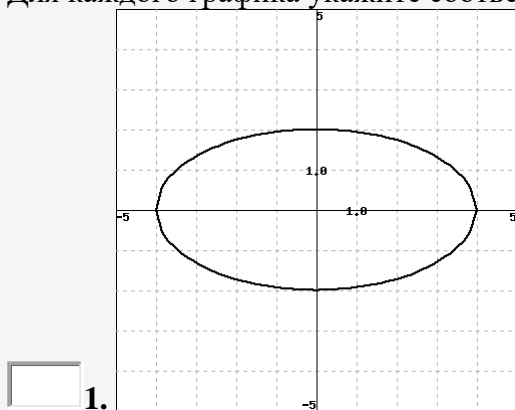


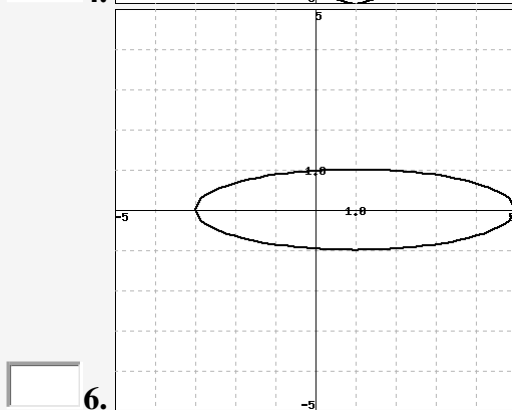
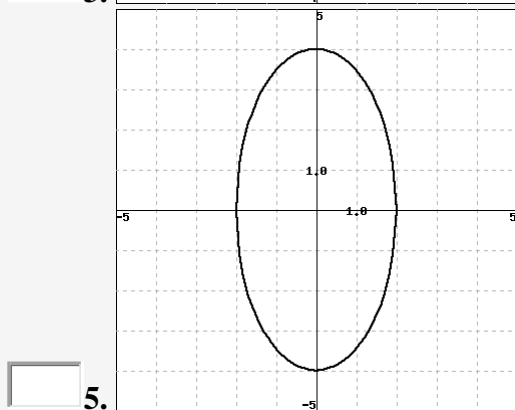
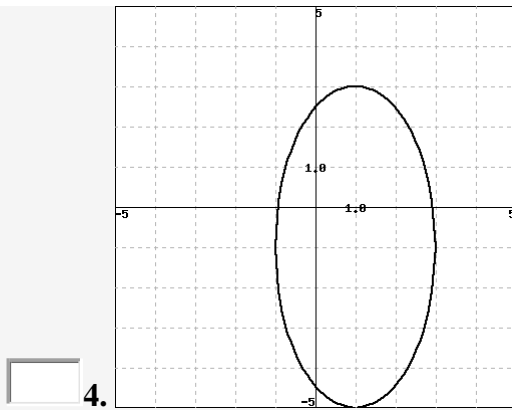
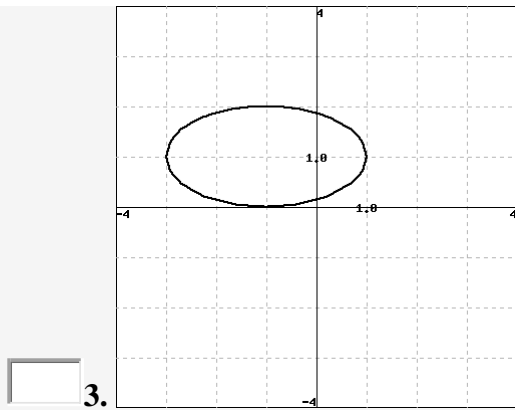
2.



21. Найдите вершину, фокус и директрису для парабол, заданных следующими уравнениями:  
 $(y - 7)^2 = 20(x - 5)$ ,  $x^2 + 40x = 4y - 28$ .

22. Для каждого графика укажите соответствующее ему уравнение:

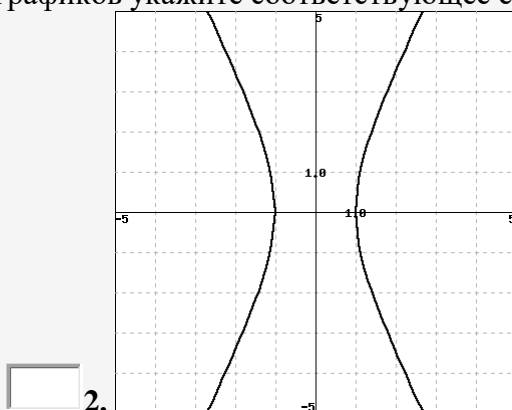
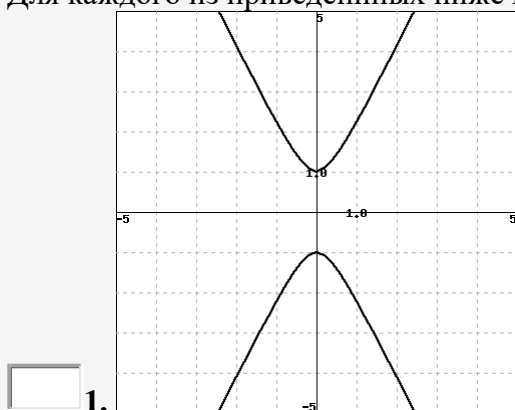


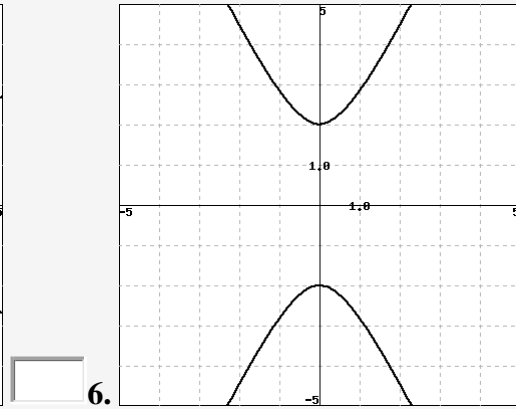
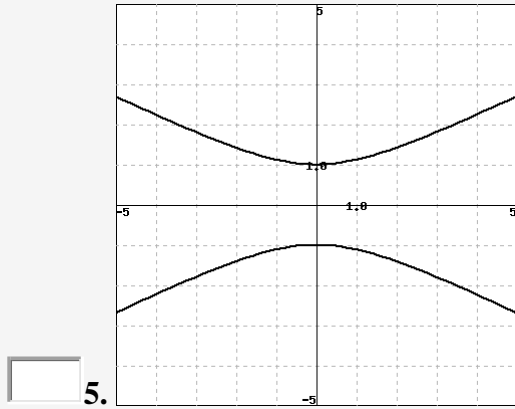
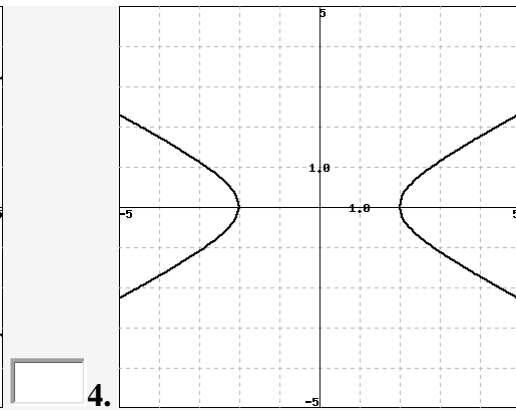
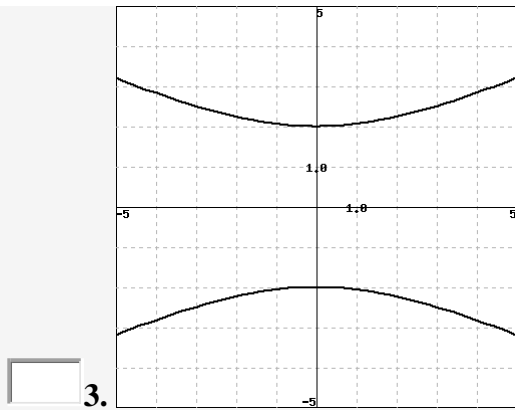


23. Найдите центр, вершины и фокусы каждого из приведённых эллипсов:  $\frac{(x+8)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{64} = 1$ ,

$$\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

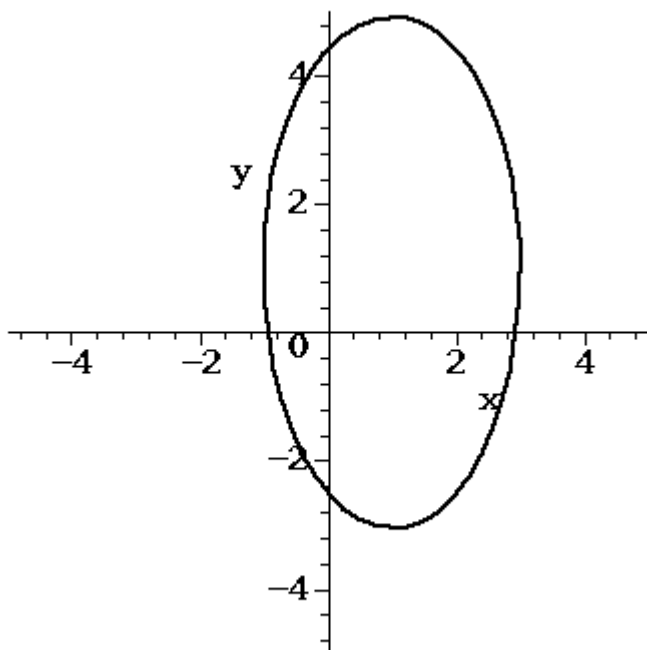
24. Для каждого из приведённых ниже графиков укажите соответствующее ему уравнение.





25. Укажите, какое из перечисленных уравнений задает прямую линию, окружность, эллипс, не являющийся окружностью, параболу, гиперболу: 1)  $x^2 + y^2 = 4x + 6y + 9$ ,  $y^2 + (x + 1)^2 - 2x^2 = 100$ ,  $(x + 1)^2 - x^2 - y = 0$ ,  $y^2 - (y + 1)^2 + x^2 = 0$ ,  $x^2 + (2y - 1)^2 = 20$ .

26. На рисунке изображен эллипс:



Найти его центр, большую и малую ось. Написать его каноническое уравнение.

27. Определите тип поверхности второго порядка, заданной уравнением:

$$x^2 + 6z^2 = 36,$$

и найдите точки пересечения данной поверхности с координатными прямыми  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$ . Изобразите заданную поверхность на чертеже.

28. Определите тип поверхности второго порядка, заданной уравнением:

$$4x^2 + 4y^2 - z^2 = -16,$$

и найдите точки пересечения данной поверхности с координатными прямыми  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$ . Изобразите заданную поверхность на чертеже.

29. Определите тип поверхности второго порядка, заданной уравнением:

$$6x^2 + 2y^2 + z = 12,$$

и найдите точки пересечения данной поверхности с координатными прямыми  $x$ ,  $y$ , и  $z$ . Изобразите заданную поверхность на чертеже.

30. Приведите уравнение  $4x^2 - 49y^2 + z^2 + 10x - 14y = -74$ , к каноническому виду.

Описание методики оценивания.

**Критерии оценки (в баллах):**

За каждую правильно решенную задачу, студенту выставляется 1 балл. Максимальный балл за расчетно-графическую работу 30.

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Л.А. Беклемишева, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Физматлит, 2006. [Электронный ресурс]: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82795>
2. И.В. Проскуряков Сборник задач по линейной алгебре. Санкт-Петербург : Лань, 2010. [Электронный ресурс] : <https://e.lanbook.com/book/114701>.
3. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Москва : Физматлит, 2009. [Электронный ресурс]: <https://e.lanbook.com/book/2109>.
4. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учебное пособие. Санкт-Петербург : Лань, 2019. [Электронный ресурс]: <https://e.lanbook.com/book/115199>.

#### Дополнительная литература:

5. Постников, М.М. Линейная алгебра. Санкт-Петербург: Лань, 2009. [Электронный ресурс]: <https://e.lanbook.com/book/319>.
6. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре. Санкт-Петербург : Лань, 2008. [Электронный ресурс]: <https://e.lanbook.com/book/399>.

### 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронная библиотечная система «ЭБ БашГУ»- <https://elib.bashedu.ru/>
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>
3. ЭБС «ЛАНЬ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>

### 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<b>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> аудитория № 528 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 530 (физико-математический корпус - учебное) <b>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> аудитория № 511 (физико-математический корпус - учебное), № 526 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 527 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 528 (физико-математический	<b>Аудитория №511</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа проектор Mitsubishi EX 320U 3D 2.4кг., экран на штативе DraperDiplomat (1:1) 84/84* 213*213 MW, компьютер в составе: системный блок DEPO 460MD/3-540/T500G/DVD-RW, монитор 20". <b>Аудитория №526</b> Учебная мебель, доска настенная меловая <b>Аудитория №527</b>	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

<p>корпус - учебное), аудитория № 530 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>3. учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> аудитория № 511 (физико-математический корпус - учебное), № 526 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 527 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 528 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 530 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитория № 511 (физико-математический корпус - учебное), № 526 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 527 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 528 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 530 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>5. помещения для самостоятельной работы:</b> читальный зал №2 (физико-математический корпус - учебное)</p>	<p>Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p><b>Аудитория №528</b> Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p><b>Аудитория №530</b> Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p><b>Читальный зал №2</b> Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	
---	--	--

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
 ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины *Алгебра и геометрия* на 1-2 семестр  
 (наименование дисциплины)

очная

форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	11/396
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	193,6
лекций	86
практических/ семинарских	70
лабораторных	34
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	3,6
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	105,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	96,6

Форма(ы) контроля:

экзамен 1,2 семестр



№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 семестр								
1	Системы линейных уравнений, метод Гаусса.	2	2		5	[3], [4]	[1]: §17: 1-6; [2]: №567-573	решение задач в аудитории, экзамен
2	Определители и их свойства, вычисление определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке, столбцу.	6	6	2	7	[3], [4]	[1]: §14: 7, 21-24; [2]: 257-270, 277, 279-283	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
3	Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Метод Крамера. Теорема об определителе произведения матриц.	6	6	2	7	[3], [4]	[2]: 554-561, 792, 797, 801, 840-847	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
4	Линейная зависимость и независимость строк и столбцов. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре и ее следствия. Теорема Кронекера-Капелли. Решения однородных и неоднородных систем линейных уравнений.	6	6	2	7	[3], [4]	[2]: 608-610, 620, 621, 639-644, 689-692, 724-728	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
5	Векторные пространства, базис и размерность пространства. Подпространства, их суммы и пересечения. Размерность суммы подпространств. Прямые суммы подпространств. Преобразование базиса и координат вектора.	6	6	2	9	[3], [4]	[2]: 1277-1294, 1310-1313, 1317-1318	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
6	Векторная алгебра. Равенство направленных отрезков. Сложение векторов. Отношение отрезков. Координаты на прямой, плоскости и в пространстве. Аффинная система координат, репер.	4	4		5	[3]	[1]: §1, 5-10, 13-18, 21-23, §2, 1-10, 23-27, 44-50	решение задач в аудитории, экзамен

	Прямоугольная система координат. Расстояние между точками. Скалярное произведение векторов. Ортонормированные базисы и реперы.							
7	Векторное и смешанное произведение векторов. Преобразование аффинных координат вектора и точки. Преобразование прямоугольных координат вектора и точки.	4	4	2	7	[3]	[1]: §3, 1-10, 19-25, 35-37, §4, 1-14, 18-22	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
8	Прямая на плоскости. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Параметрические уравнения прямой и плоскости. Плоскость и уравнение первой степени от трех переменных. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости. Расстояния от точки до прямой, от точки до плоскости, от прямой до прямой. Угол между прямыми, плоскостями, прямыми и плоскостями.	8	8	4	11	[3]	[1]: §5, 1-5, 7-12, 15-20, 47, §6, 1-11, 14, 16-33, 38-40, 52, 53, 62, 63, 72	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, РГР, экзамен
9	Эллипс, парабола, гипербола. Канонические уравнения эллипса, параболы, гиперболы. Приведение многочлена второго порядка от двух переменных к каноническому виду. Виды линий второго порядка. Теоремы единственности для линий второго порядка.	8	8	2	7	[3]	[1]: §7, 22, 24, 25-27, 33, 35, 37-40, 51, 53-55, 57, 58, 62, §9, 3, 4	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
10	Цилиндрические и конические поверхности. Эллипсоиды. Гиперболоиды. Параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей.	4	4	2	6,3	[3]	[1]: §10, 36-44, 46, 54-56, 63, 66, 69, 70, 79-82, 85	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
<b>всего часов (1 семестр):</b>		54	54	18	71,3			
<b>2- й семестр</b>								
1	Комплексные числа и операции над ними. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Возведение в степень, формула Муавра и извлечение корней.	3	2		4	[4]	[6]: 101-107, 112, 113, 119-122, 143, 145, 175	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
2	Многочлены от одной переменной. Алгоритм деления с остатком. Теорема Безу, схема Горнера. НОД и НОК в кольце многочленов.	3	2	2	5	[4]	[6]: 546, 549, 550, 555, 577	отчет по лабораторной

	Неприводимые многочлены. Разложение многочленов на неприводимые множители над полем вещественных и комплексных чисел.						a)-d), 578 a)-d), 587	работе, решение задач в аудитории, экзамен
3	Линейные отображения векторных пространств. Матрицы линейных отображений. Размерность ядра и образа. Линейные функционалы, пространство линейных функционалов.	3	2	2	4	[4], [5]	[2]: 1434-1437, 1441-1446;	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
4	Линейные операторы. Алгебра операторов. Матрицы линейного оператора в различных базисах. Определитель и след линейного оператора. Инвариантные подпространства. Собственные векторы. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Критерий диагоналируемости. Существование инвариантных подпространств.	5	2	2	4	[4], [5]	[2]: 1451-1454, 1457, 1458, 1465-1468, 1472-1474, 1479-1482;	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
5	Корневые подпространства, их размерность. Разложение в прямую сумму корневых подпространств. Нильпотентный оператор, циклические подпространства, разложение в прямую сумму циклических подпространств нильпотентного оператора. Приведение матрицы линейного оператора над полем комплексных чисел к жордановой форме.	6	2	2	5	[4], [5]	[2]: 1509-1512, 1530-1535;	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
6	Билинейные формы, их матрицы, преобразование матрицы билинейной формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному видам методом Лагранжа и методом Якоби. Критерий Сильвестра положительной определенности. Закон инерции.	5	2	2	4	[3], [4]	[2]: 1175-1178, 1180-1184, 1187-1189, 1212-1216;	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
7	Евклидовы пространства, основные метрические понятия. Процесс ортогонализации. Изоморфизмы евклидовых векторных пространств. Ортонормированные	4	2	2	4	[3], [4]	[2]: 1357-1363, 1370-1372, 1374	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории,

	базисы и ортогональные матрицы. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора. Расстояние от точки до подпространства.							РГР, экзамен
8	Линейные операторы в евклидовом пространстве. Сопряженный оператор данному. Самосопряженные операторы и их свойства.	3	2	2	4,5	[3], [4]	[2]: 1541-1543, 1555-1558, 1571-1573, 1585-1587	отчет по лабораторной работе, решение задач в аудитории, экзамен
	<b>всего часов (2 семестр):</b>	32	16	16	34,5			
	<b>Всего часов:</b>	86	70	34	105.8			

