

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 5 от 28.02.2022г.

Зав. кафедрой  / З.Ю. Фазуллин

Согласовано:  
Председатель УМК  
факультета математики и  
информационных технологий

 / Ефимов А.М.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (РПД)

дисциплина

Аналитические методы в спектральной теории дифференциальных операторов

Часть, формируемая участниками образовательных отношений

Направление подготовки

01.04.01 «Математика»

Профиль подготовки

«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»


Квалификация

Магистр

Разработчик (составитель)

профессор, д.ф.-м.н., доцент

*должность, уч. степень, уч. звание*

 / Ишкин Х.К.

*(подпись, ФИО)*

Для приема: 2022

Уфа — 2022

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры математического анализа, протокол № 11 от «10» июня 2022 года:

# Содержание

<b>1</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Цели и место дисциплины в структуре ООП ВО</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Фонд оценочных средств</b>	<b>7</b>
4.1	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания . . . . .	7
4.2	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций . .	10
	1. Зачет . . . . .	12
	2. Контрольные работы . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)</b>	<b>13</b>
5.1	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины . . . . .	13
5.2	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины . . . . .	15
	А. Ресурсы «Интернет» . . . . .	15
	В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины	15
<b>6</b>	<b>Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине</b>	<b>16</b>
	<b>Приложение № 1: Содержание рабочей программы</b>	<b>18</b>

# 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
1	2	3	4
Знания	1. Знать историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики	ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	
	2. Знать методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов — презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.	ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты	
Умения	1. Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения, корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач	ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	

1	2. Уметь обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	3 ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты	4
Владения (навыки/опыт деятельности)	1. Владеть навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач; владеть терминологическим аппаратом научного исследования, навыками критического анализа и оценки научных достижений, презентации своих результатов	ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	
	2. Владеть приемами публично представить собственные новые научные результаты, методами построения математических моделей реальных объектов и выработать на их основе практические рекомендации	ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты	

## 2 Цели и место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Аналитические методы в спектральной теории дифференциальных операторов» относится к вариативной части. Дисциплина изучается на I курсе во II семестре.

Целями освоения дисциплины «Аналитические методы в спектральной тео-

рии дифференциальных операторов» являются овладение современным аппаратом теоретических знаний по приложениям теории операторов к приближенным вычислениям для дальнейшего использования их в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, алгебра, геометрия.

Знания по приложениям теории операторов к приближенным вычислениям являются важной составляющей общей математической культуры выпускника. Эти знания необходимы для освоения дисциплин: спектральная теория дифференциальных операторов, математические вопросы квантовой механики, методы комплексного анализа в математической физике и др., а также для написания магистерской диссертации.

### **3 Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы — в Приложении № 1.

## 4 Фонд оценочных средств

### 4.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
		Не зачтено	Зачтено
Первый этап (уровень)	Знать историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики	Отсутствие знаний	Полные представления об истории вопроса, о современном состоянии исследуемой проблемы, основных методах решения классических задач математики
Второй этап (уровень)	Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения, корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач	Отсутствие умений	Четкое представление о путях развития теории, сформированное умение корректной постановки задач, успешное применение классических методов решения поставленных задач

Третий этап (уровень)	1. Владеть адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы	Отсутствие владения	Успешное владение адекватным математическим аппаратом для ведения НИР
	2. Иметь опыт применения математического аппарата для ведения научно-исследовательской работы	Отсутствие опыта	Успешный опыт систематического применения математического аппарата для ведения НИР



ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
		Не зачтено	Зачтено
Первый этап (уровень)	1. Знать методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.	Отсутствие знаний	Сформированные представления о формах представления новых научных результатов презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.

Второй этап (уровень)	Уметь обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	Отсутствие умений	Успешное и систематическое умение обработки полученных результатов, анализа и осмысления их с учетом имеющихся литературных данных, ведения систематической библиографической работы с привлечением современных информационных технологий, представления итогов проделанной работы в виде отчетов, рефератов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати
Третий этап (уровень)	Владеть приемами публично представить собственные новые научные результаты	Отсутствие владений	Успешное владение приемами публичного представления собственных результатов

**4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	1. Знать методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д., Знать историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики	ПК-1, ПК-3	КР № 1
2-й этап Умения	Уметь обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати; Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения, корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач	ПК-1, ПК-3	КР № 2

<p>3-й этап Владеть навыками</p>	<p>Владеть приемами публично представить собственные новые научные результаты, методами построения математических моделей реальных объектов и вырабатывать на их основе практические рекомендации; Владеть адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы</p>	<p>ПК-1, ПК-3</p>	<p>КР № 3</p>
--------------------------------------	--	-------------------	---------------

## 1. Зачет

### А. Вопросы к зачету

1. Аналитические дифференциальные уравнения в комплексной области. Теорема Коши.
2. Линейные дифференциальные уравнения. Локальная теория.
3. Регулярные и иррегулярные особые точки. Монодромия.
4. Фуксовы системы. Теорема Соважа.
5. Резонансные и нерезонансные фуксовы системы.
6. Критерий Дюйстермаата–Грюнбаума тривиальной монодромии для уравнения Штурма–Лиувилля.
7. Приложение к спектральной теории.
8. Теория линейных уравнений в целом. Теорема Римана-Фукса.
9. Проблема Римана-Гильберта. Изомонодромные деформации и уравнения Пенлеве.

### В. Критерии оценки

Устанавливается следующий критерий зачета:

- зачтено – не более 25 процентов пропусков, не менее 7 баллов по 2 контрольным работам после работы над ошибками,
- не зачтено – если не выполнил хотя бы одно условие предыдущего пункта.

## 2. Контрольные работы

Предусмотрено проведение 2 контрольных работ, которые охватывают весь пройденный материал на лекциях и семинарских занятиях.

### А. Примерные варианты контрольных работ

#### Контрольная работа №1

1. Доказать, что уравнение  $-y'' + az^{-2}y = \lambda y$  имеет тривиальную монодромию около 0 тогда и только тогда, когда  $a = n(n - 1)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .
2. Найти матрицу монодромии системы  $zY' = AY$ , где  $A$  — постоянная матрица  $n \times n$ .

### Б. Критерий оценивания

- 5 баллов, если все задачи решены полностью, в логических рассуждениях и обосновании решений нет пробелов и ошибок,
- 4 балла, если задачи решены, но в обосновании шагов решений имеются пробелы, есть недочеты в выкладках, рисунках, чертежах или графиках,
- 3 балла, если приведены обязательные для решений задач формулы, но допущены ошибки в их применении,
- 2 балла, если приведены некоторые формулы, которые могут (или не могут) быть использованы при решении задач, допущены существенные ошибки, показывающие отсутствие обязательных умений и навыков по данной теме.

## 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### 5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература

- [1] Ильяшенко, Ю.С. Аналитическая теория дифференциальных уравнений. Том 1 [Электронный ресурс] : монография / Ю.С. Ильяшенко, С.Ю. Яковенко. — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2013. — 428 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71818> — Загл. с экрана.
- [2] Хартман, Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Ф. Хартман ; под ред. В.М. Алексеева ; пер. с англ. И.Х. Сабитова, Ю.В. Егорова. - Москва : Мир, 1970. - 719 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. —<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468037>
- [3] Болибрух, А.А. Обратные задачи монодромии в аналитической теории дифференциальных уравнений : лекции / А.А. Болибрух. - Москва : МЦНМО, 2009. - 221 с. - (Современные лекционные курсы). - ISBN 978-5-94057-510-8 ; То же [Электронный ресурс]. —<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62976>

## Дополнительная литература

- [1d] Голубев, В.В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений / В.В. Голубев. - Москва ; Ленинград : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1941. - 401 с. - ISBN 978-5-4458-1169-5 ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=118494>

## 5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

### А. Ресурсы «Интернет»

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://elib.bashedu.ru/">https://elib.bashedu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>

### В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

## 6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
1	2	3	4
Аудитория 501	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитория 503	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая	



1	2	3	4
Аудитории 517	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20"СQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты , шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитории 531	Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
читальный зал №2 (физико-математический корпус)	Самостоятельная работа, выполнение курсовой работы	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Аналитические методы в спектральной теории дифференциальных операторов на II семестр

очная

*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2 /72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	32.2
лекций	16
практических / семинарских	0
лабораторных	16
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	0.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	39.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

Форма(ы) контроля:  
экзамен II семестр

№№	Тема и содержание	Форма изучения материалов			Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания для самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)	
		Лк	ПЗ/Сем	ПР				СР
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Аналитические дифференциальные уравнения в комплексной области. Теорема Коши.	2	0	2	6	[1, 1d, 2, 3]	[1]: Гл. 1,	к/р, экз
2	Линейные дифференциальные уравнения. Локальная теория.	2	0	4	6	[1, 1d, 2, 3]	[1, 2]	То же
3	Регулярные и иррегулярные особые точки. Монодромия.	2	0	2	6	[1, 1d, 2, 3]	[1, 2]	То же
4	Критерий тривиальной монодромии. Приложение к спектральной теории.	2	0	2	6	[1, 1d, 2, 3]	[1, 2]	То же

1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	Теория линейных уравнений в целом. Теорема Римана-Фукса.	4	0	4	6	[1, 1d, 2, 3]	[1, 2]	То же
6	Проблема Римана-Гильберта. Изомонодромные деформации и уравнения Пенлеве.	4	0	4	9.8	[1, 1d, 2, 3]	[1, 2]	То же
	Всего часов	16	0	16	39.8			