

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 5 от 28.02.2022г.

Зав. кафедрой М.Ю. Фазулин

Согласовано:
Председатель УМК
факультета математики и
информационных технологий
А.М. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (РПД)

дисциплина

Несамосопряженные операторы и их приложения к неэрмитовой квантовой физике

Часть, формируемая участниками образовательных отношений.
Б1.В.ДВ.02 Дисциплины (модули) по выбору
(Цикл дисциплины и его часть)

Направление подготовки
01.04.01 «Математика»

Профиль подготовки
«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Квалификация
Магистр

Разработчик (составитель) зав. кафедрой, д.ф.-м.н., доцент должность, уч. степень, уч. звание	<u>Ишキン Х.К.</u> (подпись, ФИО)
---	------------------------------------

Для приема 2022

Уфа — 2022

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры математического анализа, протокол № 11 от «10» июня 2022 года:

Содержание

1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций	4
2 Цель и место дисциплины в структуре ООП ВО	7
3 Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	7
4 Фонд оценочных средств	8
4.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	8
4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине	12
1. Зачет	14
2. Контрольные работы	16
5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	16
5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	16
5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	18
А. Ресурсы «Интернет»	18
В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины	18
6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	19
Приложение № 1: Содержание рабочей программы	21

1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
1	2	3	4
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ПК-1. Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук	ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none">● историческое значение исследуемой проблемы● современное состояние исследуемой проблемы● основные методы решения классических задач математики
		ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий.	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none">● видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения● корректно ставить научные задачи● применять классические методы при решении поставленных задач

1	2	3 ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	4 Владеет адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы
	ПК-2. Способен проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-2.1. Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● методологические приемы представления научных знаний ● формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.

1	2	3 ПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	4 Умеет: <ul style="list-style-type: none">● обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных● вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий● представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати
		ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	Владеет: <ul style="list-style-type: none">● приемами публично представить собственные новые научные результаты● методами построения математических моделей реальных объектов и вырабатывать на их основе практические рекомендации

2 Цель и место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Введение в спектральную теорию несамосопряженных операторов» относится к вариативной части, изучается на II курсе, в III семестре.

Целями освоения дисциплины «Введение в спектральную теорию несамосопряженных операторов» является овладение современным аппаратом теоретических знаний по спектральной теории несамосопряженных операторов для дальнейшего использования их в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, алгебра, геометрия.

Знания по спектральной теории несамосопряженных операторов является важной составляющей общей математической культуры выпускника. Эти знания необходимы для освоения дисциплин: «дополнительные главы математической физики», «математические вопросы квантовой механики» и др., а также для написания магистерской диссертации.

3 Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы — в Приложении № 1.

4 Фонд оценочных средств

4.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции

ПК-1: Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		Не зачтено	Зачтено
ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	Знает: <ul style="list-style-type: none">● историческое значение исследуемой проблемы● современное состояние исследуемой проблемы● основные методы решения классических задач математики	Не знает совсем либо знает неудовлетворительно историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики	Демонстрирует свободное и уверенное знание исторического значения исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики

ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	Умеет: <ul style="list-style-type: none">видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решениякорректно ставить научные задачи • исследовательской применять классические методы при решении поставленных задач	Отсутствие умений видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения и корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач	Сформированное умение видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения и корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач
ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	Владеет адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы	Отсутствие владений адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы	Успешные владения адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы

ПК-2: Способен проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения	
		Не зачтено	Зачтено
ПК-2.1. Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках.	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> • методологические приемы представления научных знаний • формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д. 	<p>Не знает совсем либо знает неудовлетворительно методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.</p>	<p>Полные и четкие знания исторического значения методологических приемов представления научных знаний, форм представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.</p>

ПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных ● вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий ● представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати 	<p>Отсутствие умений обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий и представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати</p>	<p>Сформированное умение обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий и представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати</p>
--	---	---	---

ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	<p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● приемами публично представить собственные новые научные результаты ● методами построения математических моделей реальных объектов и вырабатывать на их основе практические рекомендации 	<p>Отсутствие владений приемами публично представить собственные новые научные результаты и методами построения математических моделей реальных объектов и вырабатывать на их основе практические рекомендации</p>	<p>Успешные владения приемами публично представить собственные новые научные результаты и методами построения математических моделей реальных объектов и вырабатывать на их основе практические рекомендации</p>
---	--	--	--

4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● историческое значение исследуемой проблемы ● современное состояние исследуемой проблемы ● основные методы решения классических задач математики 	Контрольная работа № 1

ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> • видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения • корректно ставить научные задачи • применять классические методы при решении поставленных задач 	Контрольная работа № 2
ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	Владеет адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы	Контрольная работа № 3
ПК-2.1. Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> • методологические приемы представления научных знаний • формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д. 	Контрольная работа № 1

ПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных ● вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий ● представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати 	Контрольная работа № 2
ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности	<p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● приемами публично представить собственные новые научные результаты ● методами построения математических моделей реальных объектов и вырабатывать на их основе практические рекомендации 	Контрольная работа № 3

1. Зачет

A. Вопросы к зачету

1. Инвариантные подпространства оператора. Резольвентное множество. Спектр. Корневое подпространство. Алгебраическая и геометрическая кратность.
2. Проектор Рисса.
3. Полярное представление замкнутого оператора.
4. s-числа компактных операторов. Принцип минимакса для положительных операторов.

5. Аппроксимационное свойство s -чисел.
6. Мажорантная теорема Вейля и следствия из нее.
7. Неравенства для s -чисел суммы и произведения компактных операторов.
8. Классы Неймана–Шэттена.
9. Операторы Гильберта–Шмидта. Ядерные операторы.
10. Теорема Лидского о равенстве матричного и спектрального следов.
11. Теорема Келдыша о спектральной устойчивости.
12. Спектральная неустойчивость. Меры неустойчивости: псевдоспектр и числа обусловленности. Формула Роха–Зильбермана.
13. Оператор Штурма Лиувилля на кривой.
14. Несамосопряженный ангармонический осциллятор.

В. Критерии

Устанавливается следующий критерий зачета:

- зачтено – не более 25 процентов пропусков, не менее 7 баллов по 2 контрольным работам,
- не зачтено – если не выполнил хотя бы одно условие предыдущего пункта.

2. Контрольные работы

Для рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов предусмотрено проведение 2 контрольных работ, которые охватывают весь проходящий материал на лекциях и семинарских занятиях.

A. Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Доказать, что спектр оператора $H(\alpha, \theta)y = l(y) := -y'' + e^{i\theta}x^\alpha y$, $D(H(\alpha, \theta)) = \{y \in L^2(0, +\infty) : y, y' \in AC[0, +\infty), l(y) \in L^2(0, +\infty)\}$

- 1) дискретен,
- 2) лежит в угле $0 < \arg \lambda < 2\theta/(2 + \alpha)$.

Б. Критерий оценивания

- 5 баллов, если все задачи решены полностью, в логических рассуждениях и обосновании решений нет пробелов и ошибок,
- 4 балла, если задачи решены, но в обосновании шагов решений имеются пробелы, есть недочеты в выкладках, рисунках, чертежах или графиках,
- 3 балла, если приведены обязательные для решений задач формулы, но допущены ошибки в их применении,
- 2 балла, если приведены некоторые формулы, которые могут (или не могут) быть использованы при решении задач, допущены существенные ошибки, показывающие отсутствие обязательных умений и навыков по данной теме.

5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

- [1] Гохберг, И.Ц. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве / И.Ц. Гохберг, М.Г. Крейн ; ред. Ф.В. Широкова. - Москва : Наука, 1965. - 449 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456619>
- [2] Като, Т. Теория возмущений линейных операторов / Т. Като ; под ред. В.П. Маслова ; пер. с англ. А. Воропаевой, А.М. Стёпина, И.А. Шишмарёва. - Москва : Мир, 1972. - 739 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456620>

Дополнительная литература

- [1d] Марченко, В.А. Спектральная теория операторов Штурма-Лиувилля и их приложения / В.А. Марченко ; Академия наук Украинской ССР, Физико-технический институт низких температур. - Киев : Наукова думка, 1977. - 330 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456625>

5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

A. Ресурсы «Интернет»

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	https://elib.bashedu.ru/
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	http://www.biblioclub.ru
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети	http://e.lanbook.com

В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
1	2	3	4
Аудитория 501	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитория 503	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая	

1	2	3	4
Аудитории 517	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20"CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты , шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитории 531	Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
читальный зал №2 (физико-математический корпус)	Самостоятельная работа, выполнение курсовой работы	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины *Введение в спектральную теорию несамосопряженных операторов на III семестр*
очная
форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2 /72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	36.2
лекций	12
практических / семинарских	0
лабораторных	24
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	0.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

Форма(ы) контроля:
зачет IV семестр

№№	Тема и содержание	Форма изучения материалов				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания для самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ПЗ/Сем	ПР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Инвариантные подпространства оператора. Резольвентное множество. Спектр. Алгебраическая и геометрическая кратность. Проектор Рисса. Полярное представление замкнутого оператора. s-числа компактных операторов. Аналитическая теорема Фредгольма.	2	0	4	12	[1, 2]	[1]	к/р, зач

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	Принцип минимакса для положительных операторов. Аппроксимационное свойство s-чисел. Мажорантная теорема Вейля и следствия из нее. Неравенства для s-чисел суммы и произведения компактных операторов.	2	0	4	12	[1, 1d]	[1]	То же
3	Классы Неймана–Шэттена. Операторы Гильберта–Шмидта. Ядерные операторы. Теорема Лидского.	2	0	4	12	[1, 2]	[1]	То же
4	Теорема Келдыша о спектральной устойчивости. Спектральная неустойчивость. Меры неустойчивости: псевдоспектр и числа обусловленности. Формула Роха–Зильбермана.	2	0	4	12	[1, 2]	[1]	То же
5	Оператор Штурма Лиувилля на кривой.	2	0	4	12	[1, 2]	[1]	То же
6	Несамосопряженный ангармонический осциллятор.	2	0	4	11.8	[1, 2]	[1]	То же
	Всего часов	12	0	24	71.8			