

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
НАИМЕНОВАНИЕ ФИЛИАЛА
НАИМЕНОВАНИЕ ФАКУЛЬТЕТА (ИНСТИТУТА)

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 6 от 22.02.2022 г.

Согласовано:
Председатель УМК
факультета математики и
информационных технологий

Зав. кафедрой



З.Ю.Фазуллин



/ А.М. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Обобщенные функции

обязательная часть

программа магистратуры

Направление подготовки (специальность)

01.04.01 «Математика»

Направленность (профиль) подготовки

"Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление"

Квалификация
магистр

Разработчик (составитель)

К.ф.-м.н., доцент



/ Абузярова Н.Ф.

Для приема: 2022

Уфа – 2022

Составитель: Абузярова Н.Ф.

Рабочая программа дисциплины *утверждена* на заседании кафедры протокол от «22» января 2022 г. № 6

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры

протокол № 11 от «10» июня 2022 г.

Заведующий кафедрой



З.Ю. Фазуллин

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций. Устные тестовые опросы, решение задач на оценку. Экзамен.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения

дисциплины

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1.Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций ¹ (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 «способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики»	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем математики.	Знать фундаментальную основу курса «Обобщенные функции», формулировки и решения основных задач
		ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь использовать основные понятия и факты курса в профессиональной деятельности.
		ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики.	Владеть навыками решения актуальных и значимых проблем по дисциплине «Обобщенные функции»

2. Цели и место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Обобщенные функции» относится к обязательной части.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1 семестре.

Цели изучения дисциплины: углубление знаний студентов в области аппарата математического анализа (а именно, изучение теории обобщенных функций), имеющего эффективное применение для решения задач математической физики.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Объем дисциплины «Обобщенные функции» составляет 5 ЗЕТ, или 180 академических часов. Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотношенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине.

Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции: ОПК-1 «способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики»

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными	Знать фундаментальную основу курса «Обобщенные функции»,	Фрагментарные представления об основных положениях дисциплины	Неполные представления об основных положениях дисциплины «Обобщенные функции»	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных положениях	Сформированные систематические представления об основных положениях дисциплины

знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем математики.	формулировки и решения основных задач	«Обобщенные функции»		дисциплины «Обобщенные функции»	«Обобщенные функции»
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь использовать основные понятия и факты курса в профессиональной деятельности.	Фрагментарные представления об основных методах дисциплины «Обобщенные функции»	В целом успешное, но не систематическое использование основных методов дисциплины «Обобщенные функции»	В целом успешное, но содержащие отдельные пробелы использование основных методов дисциплины «Обобщенные функции»	Сформированное умение использовать основные методы дисциплины «Обобщенные функции»
ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики.	Владеть навыками решения актуальных и значимых проблем по дисциплине «Обобщенные функции»	Фрагментарные представления об основных методах дисциплины «Обобщенные функции»	В целом успешное, но не систематическое применение навыков применения основных методов дисциплины «Обобщенные функции»	В целом успешное, но содержащие отдельные пробелы применение навыков использования основных методов дисциплины «Обобщенные функции»	Полностью сформированные навыки решения актуальных и значимых проблем по дисциплине «Обобщенные функции»

Шкала оценивания:

- 5 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при

выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

4 балла выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

3 балла выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

2 балла выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем математики.	Знать фундаментальную основу курса «Обобщенные функции», формулировки и решения основных задач	устные тестовые опросы на занятиях, экзамен
ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь использовать основные понятия и факты курса в профессиональной деятельности.	решение задач (работа у доски), экзамен
ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики.	Владеть навыками решения актуальных и значимых проблем по дисциплине «Обобщенные функции»	устные тестовые опросы на занятиях, решение задач экзамен

Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: три теоретических вопроса по материалу, описанному ниже в списке вопросов и два практических вопроса (задачи).

Примерный перечень материала для составления экзаменационных вопросов.

1. Пространство основных функций: определение, сходимость, примеры функций ("шапочка", лемма о существовании основной функции с носителем в заданном множестве и следствие).
2. Пространство основных функций: определение, сходимость, теорема о разложении единицы.
3. Пространство обобщенных функций: определение, сходимость, критерий непрерывности линейного функционала на пространстве основных функций.
4. Пространство обобщенных функций: определение, сходимость, нулевое множество и носитель обобщенной функции, свойства носителя. Эквивалентность глобального и локального равенства нулю обобщенной функции.
5. Пространство обобщенных функций: определение, сходимость, нулевое множество и носитель обобщенной функции, свойства носителя. Теорема «о склеивании» (построения обобщенной функции по ее локальным элементам, определенным в окрестностях).
6. Регулярные обобщенные функции. Определение, примеры, лемма Дю буа Реймонда.
7. Сингулярные обобщенные функции. Определение, примеры δ -функция, функция $\mathcal{P}\frac{1}{x}$ формулы Сохоцкого).

8. Пространство обобщенных функций, носитель обобщенной функции, обобщенные функции с компактным носителем (теорема).

9. Пространство обобщенных функций: определение, сходимость, линейная замена переменных в обобщенной функции, умножение обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую функцию.

10. Пространство обобщенных функций: определение, сходимость, дифференцирование обобщенных функций, свойства операции дифференцирования.

11. Пространство обобщенных функций: определение, сходимость. Свертка двух обобщенных функций с компактными носителями: определение и свойства.

Образец билета.

Башкирский государственный университет

Кафедра математического анализа

«Обобщенные функции»

2017-2018 учебный год

Экзаменационный билет N

1. Дайте определение компакта в \mathbb{R} .
2. Сформулируйте определение пространства обобщенных функций.
3. Сформулируйте определение носителя для обычной функции. Чему равен носитель f , если $f(x)=1$ при $-1 < x \leq 1$ и $f(x)=0$ при всех остальных вещественных x ?
4. Напишите формулу для действия δ -функции на основную функцию. Чему равны нулевое множество и носитель δ -функции?
5. Дайте определение обобщенной функции $\mathcal{D}' \frac{1}{x}$. Является ли она регулярной или сингулярной? Ответ обосновать. Формулы Сохоцкого.

Критерии оценки:

- 5 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал зна-

ние функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение при- менять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- 4 балла выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- 3 балла выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- 2 балла выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Примерный вариант тестового вопроса для устных форм текущего контроля:

1. Пространство \mathcal{D} – это:

- а) пространство всех дифференцируемых функций;
- б) пространство всех финитных дифференцируемых функций;
- в) пространство всех финитных функций;
- г) пространство всех бесконечно дифференцируемых финитных функций.

Оценка : зачтено – за правильный выбор ответа.

Задачи для решения у доски на оценку (по 5-тибалльной шкале).

5. Пусть $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$ – четная функция и $\varphi(0) = 0$. Найти

$$\left(\frac{d}{dx} \mathcal{P} \frac{1}{x}, \varphi(x) \right)$$

Система оценивания:

5 баллов – за верное и полностью обоснованное решение;

4 балла - за верное и обоснованное решение, с наличием несущественных неточностей вычислительного характера;

3 балла – верный путь решения, но с пробелами в обосновании и (или) вычислениях;

2 балла – задача решена неверно или не решена

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Гельфанд И. М., Шилов Г.Е.. Обобщенные функции и действия над ними. М. Физ-

матгиз, 1959. URL: <http://booksshare.net/index.php?id1=4&category=math&author=gelifand-im&book=1959>

2. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики : учебник / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. - Москва : Физматлит, 2000. - 400 с. - ISBN 5-9221-0011-4; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68126> (27.09.2018).

Дополнительная литература:

4. Ильин, А.М. Уравнения математической физики : учебное пособие / А.М. Ильин. - Москва : Физматлит, 2009. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-1036-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69318> (27.09.2018).
5. Мирошин, Н.В. Интегральные и дифференциальные операторы и обобщенные функции [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Н.В. Мирошин, А.С. Логинов, Ю.Н. Гордеев, В.М. Простокишин. — Электрон. дан. — Москва : НИЯУ МИФИ, 2010. — 168 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/75862>. — Загл. с экрана.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

А. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	https://elib.bashedu.ru/
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	http://www.biblioclub.ru
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети	http://e.lanbook.com

В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<p>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</p> <p>Вид занятий</p>	<p>Наименование оборудования, программного обеспечения</p>
<p>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: аудитория № 528 (физмат корпус - учебное), аудитория № 530 (физмат корпус - учебное)</p> <p>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитория № 511 (физмат корпус - учебное), № 526 (физмат корпус - учебное), аудитория № 527 (физмат корпус - учебное), аудитория № 528 (физмат корпус - учебное), аудитория № 530 (физмат корпус - учебное)</p> <p>3. учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций: аудитория № 511 (физмат корпус - учебное), № 526 (физмат корпус - учебное), аудитория № 527 (физмат корпус - учебное), аудитория № 528 (физмат корпус - учебное), аудитория № 530 (физмат корпус - учебное)</p> <p>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации: аудитория № 511 (физмат корпус - учебное), № 526 (физмат корпус - учебное), аудитория № 527 (физмат корпус - учебное), аудитория № 528 (физмат корпус - учебное), аудитория № 530 (физмат корпус - учебное)</p> <p>5. помещения для самостоятельной работы: читальный зал №2 (физмат корпус - учебное)</p>	<p align="center">Аудитория №511</p> <p>Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа проектор Mitsubishi EX 320U 3D 2.4кг., экран на штативе DraperDiplomat (1:1) 84/84* 213*213 MW, компьютер в составе: системный блок DEPO 460MD/3-540/T500G/DVD-RW, монитор 20".</p> <p align="center">Аудитория №526</p> <p>Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p align="center">Аудитория №527</p> <p>Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p align="center">Аудитория №528</p> <p>Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p align="center">Аудитория №530</p> <p>Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p align="center">Читальный зал №2</p> <p>Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины «Обобщенные функции»
на 1 семестр
очная
форма обучения

Рабочую программу осуществляют:

Лекции: к.ф.-м.н., доцент Абузярова Н.Ф.

Лабораторные занятия: к.ф.-м.н., доцент Абузярова Н.Ф.

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	5/180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	37.2
Лекций	12
практических/ семинарских	
Лабораторных	24
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	108
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету (контроль)	34.8

Форма(ы) контроля:

экзамен ___ 1 ___ семестр

№ п/п	Тема и содержание	Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)		Задания по самостоятельной работе студентов		Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)		
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Пространство основных функций: определение, сходимость, примеры функций ("шапочка", лемма о существовании основной функции с носителем в заданном множестве и следствие), теорема о разложении единицы	2		4	18	1,2	См. задачи в ФОС	Устные тестовые опросы на занятиях, решение задач на оценку
2	Пространство обобщенных функций: определение, сходимость, критерий непрерывности линейного функционала на пространстве основных функций.	2		4	18	1,2		

3	Нулевое множество и носитель обобщенной функции, свойства носителя. Эквивалентность глобального и локального равенства нулю обобщенной функции. Теорема «о склеивании».	2		4	18	1-3	Задачи из ФОС	устные тестовые опросы на занятиях, решение задач на оценку
4	Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Лема Дю буа Реймонда. δ -функция, функция $\mathcal{P}\frac{1}{x}$. Формулы Сохоцкого	1		2	9	1,2		
5	Обобщенные функции с компактным носителем. Пространства Шварца.	2		4	18	1-3, 5, 6		
6	Линейная замена переменных в обобщенной функции, умножение обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую функцию.	1		2	9	1,2, 4,6		

7	Дифференцирование обобщенных функций	1		2	9	1,2,4,6		
8	Прямое произведение и свертка обобщенных функций	1		2	9	1-3		
	Итого	12		24	108			

