

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол № 5 от 28.02.2022г.

Зав. кафедрой  / З.Ю. Фазуллин

Согласовано:
Председатель УМК
факультета математики и
информационных технологий

 / Ефимов А.М.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (РПД)

дисциплина Выпуклый анализ

Обязательная часть

Направление подготовки (специальность)

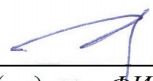
01.04.01 «Математика»

Направленность (профиль) подготовки

«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Квалификация

Магистр

| | |
|-------------------------------------|---|
| Разработчик (составитель) |  |
| <u>профессор, д.ф.-м.н., доцент</u> | / <u>Ишкин Х.К.</u> |
| должность, уч. степень, уч. звание | (подпись, ФИО) |

Для приема 2022

Уфа — 2022

Содержание

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций | 3 |
| 2 | Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы | 3 |
| 3 | Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) | 4 |
| 4 | Фонд оценочных средств | 5 |
| 4.1 | Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине | 5 |
| 4.2 | Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине | 8 |
| | 1. Экзамен | 8 |
| | 2. Расчетно-графические работы | 10 |
| 5 | Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) | 11 |
| 5.1 | Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины | 11 |
| 5.2 | Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины | 12 |
| | А. Ресурсы «Интернет» | 12 |
| | В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины | 12 |
| 6 | Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине | 13 |
| | Приложение № 1: Содержание рабочей программы | 15 |

1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

| Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК) | Формируемая компетенция (с указанием кода) | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине |
|---|--|--|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики | ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем математики. | Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания |
| | | ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. | Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания |
| | | ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики | Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности |

2 Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Выпуклый анализ» относится к обязательной части, изучается на II курсе, в III семестре.

Целями освоения дисциплины «Выпуклый анализ» является

- формирование у будущих специалистов по анализу представлений о теории выпуклых функций, ее методов;
- формирование практических навыков решения задач по выпуклым функциям.

Дисциплина тесно связана с такими дисциплинами, как «Функциональный анализ», «Комплексный анализ», «Уравнения в частных производных», «Математический анализ».

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, алгебра, аналитическая геометрия.

Знания по выпуклому анализу является важной составляющей общей математической культуры выпускника. Эти знания необходимы для освоения дисциплин: «Дополнительные главы математической физики», «Математические вопросы квантовой механики» и др., а также для написания магистерской диссертации.

3 Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы — в Приложении № 1.

4 Фонд оценочных средств

4.1 Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Код и формулировка компетенции

ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине | Критерии оценивания результатов обучения |
|--|-----------------------------------|--|
| | | Неудовлетворительно Удовлетворительно Хорошо Отлично |

| | | | | | |
|---|--|---|--|---|--|
| <p>ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем математики.</p> | <p>Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, приложения к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p> | <p>Фрагментарные представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p> | <p>Неполные представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p> | <p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p> | <p>Сформированные систематические представления об основных понятиях, определениях и свойствах объектов преподаваемой дисциплины, формулировках и доказательствах утверждений, приложениях к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания</p> |
|---|--|---|--|---|--|

| | | | | | |
|--|--|--|--|---|---|
| <p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p> | <p>Умеет доказывать утверждения и решать задачи преподаваемой дисциплины, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания</p> | <p>Фрагментарные представления о доказательствах утверждений, методах решения задач преподаваемой дисциплины, применении полученных навыков в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания</p> | <p>В целом успешное, но не систематическое использование основных утверждений и методов преподаваемой дисциплины</p> | <p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы, использование основных утверждений и методов математического анализа</p> | <p>Сформированное умение использовать основные утверждения и методы преподаваемой дисциплины</p> |
| <p>ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики.</p> | <p>Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p> | <p>Фрагментарное использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p> | <p>В целом успешное, но не систематическое использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p> | <p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы, использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p> | <p>Успешное и систематическое использование фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности</p> |

4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине | Оценочные средства |
|--|---|--------------------|
| ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями и практическим опытом в формулировке и решении актуальных и значимых проблем математики. | Знает основные понятия, определения и свойства объектов преподаваемой дисциплины, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, приложения к другим областям математического знания и к дисциплинам естественнонаучного содержания | РГР, экзамен |
| ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. | Умеет доказывать утверждения и решать задачи математического анализа, применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания | РГР, экзамен |
| ОПК-1.3. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики. | Владеет навыками применения фундаментальных знаний в области математического анализа в будущей профессиональной деятельности | РГР, экзамен |

1. Экзамен

Структура экзаменационного билета: билет состоит из 2 вопросов.

А. Вопросы к экзаменам

1. Выпуклое множество. Элементарные свойства (пересечение, сумма, образ и прообраз, проекция). Выпуклая оболочка. Выпуклая оболочка компакта.
2. Внутренность и замыкание выпуклого множества. Размерность выпуклого множества. Пустота относительной внутренности выпуклого множества.
3. Теоремы об отделимости (точки от выпуклого множества, двух выпуклых множеств, компакта от выпуклого множества). Существование опорного функционала в граничной точке выпуклого множества.

4. Поляра множества. Элементарные свойства. Ограниченность множества и принадлежность нуля внутренней его поляры. Поляра эллипсоида. Теорема о второй поляре.
5. Сопряженный конус. Элементарные свойства. Теорема о втором сопряженном. Сопряженный конус к полупространству, к сумме конусов.
6. Крайние точки выпуклого множества. Теорема Минковского о представлении выпуклого компакта в виде выпуклой оболочки множества своих крайних точек.
7. Выпуклые функции. Определение с помощью надграфика и с помощью неравенства Йенсена.
8. Сумма и максимум выпуклых функций. Восстановление функции по ее надграфику.
9. Опорная и индикаторная функции множества, функция Минковского и их выпуклость.
10. Полунепрерывные снизу функции. Замыкание выпуклой функции.
11. Функция, сопряженная по Юнгу (функция одной переменной)
12. Критерии выпуклости дифференцируемых и дважды дифференцируемых функций.
13. Существование аффинной миноранты у собственной выпуклой функции. Теорема Минковского о представлении собственной замкнутой выпуклой функции в виде верхней грани аффинных минорант.
14. Субдифференциал выпуклой функции в точке. Теорема Моро–Рокафеллара о субдифференциале суммы выпуклых функций.
15. Сублинейные функции и опорные к ним линейные. Представление сублинейной функции в виде верхней грани своих опорных.
16. Субдифференциал сублинейной функции в данной точке. Ограниченные сублинейные функции.
17. Производная выпуклой функции по направлению. Однородность и выпуклость производной в зависимости от направления.
18. Совпадение субдифференциала выпуклой функции в точке и субдифференциала ее производной по направлениям.
19. Сопряженная функция. Неравенство Юнга. Классическое преобразование Лежандра (Юнга).
20. Сопряженные к сублинейной и к индикаторной функции. Вторая сопряженная функция. Теорема Фенхеля–Моро.

Б. Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
Экзаменационный билет № 1
по курсу «Выпуклый анализ»

1. Сопряженный конус. Элементарные свойства. Теорема о втором сопряженном.
2. Производная выпуклой функции по направлению. Однородность и выпуклость производной в зависимости от направления.

Зав. кафедрой Ишкин Х.К. /_____/

В. Критерии оценки

- 5 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все вопросы билета, продемонстрировал знание терминологии, определений, основных утверждений, умение применять теоретические знания. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.
- 4 балла выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допустил неточности в определении основных понятий, при ответе на дополнительные вопросы.
- 3 балла выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.
- 2 балла выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при решении задач. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

2. Расчетно-графические работы

Для рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов предусмотрено проведение 2 расчетно-графических работ, которые охватывают весь пройденный материал на лекциях и семинарских занятиях.

А. Примерный вариант РГР

по теме «Функция сопряженная по Юнгу (Лежандру)»

1. Доказать, что оператор id/dx на $C_0^\infty(0, \infty)$ имеет индексы дефекта $n_+ = 0, n_- = 1$. Доказать, что оператор id/dx на $C_0^\infty(-\infty, 0)$ имеет индексы дефекта $n_+ = 1, n_- = 0$.
2. Доказать, что $A = -d^2/dx^2 + V$ как форма ограничен снизу на $C_0^\infty(0, \infty)$, если $V(x) \geq -1/4x^2$, и не ограничен снизу, если $V(x) \leq c/x^2$, где $c < -1/4$.

Б. Критерий оценивания

- 5 баллов, если все задачи решены полностью, в логических рассуждениях и обосновании решений нет пробелов и ошибок,
- 4 балла, если задачи решены, но в обосновании шагов решений имеются пробелы, есть недочеты в выкладках, рисунках, чертежах или графиках,
- 3 балла, если приведены обязательные для решений задач формулы, но допущены ошибки в их применении,
- 2 балла, если приведены некоторые формулы, которые могут (или не могут) быть использованы при решении задач, допущены существенные ошибки, показывающие отсутствие обязательных умений и навыков по данной теме.

5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

- [1] 1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 Издательство "Лань"2018. 608с. <https://e.lanbook.com/book/100938?category=910>
- [2] Евграфов М.А. Аналитические функции. Издательство "Лань"2008. 448 с. <https://e.lanbook.com/book/134?category=910>

Дополнительная литература

- [1d] Юлмухаметов, Р. С. Выпуклый анализ : учеб. пособие / Р. С. Юлмухаметов, К. П. Исаев, К. В. Трунов ; БашГУ .— Уфа : РИЦ БашГУ, 2007 .
- [2d] Привалов И.И., «Введение в теорию функций комплексного переменного», СПб.: Лань, 2009. <https://e.lanbook.com/book/322>

5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

А. Ресурсы «Интернет»

| | | | | | |
|---|---|---|--|--|---|
| 1 | Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ» | Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ | Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет | Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет | https://elib.bashedu.ru/ |
| 2 | Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» | Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий | Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет | Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет | http://www.biblioclub.ru |
| 3 | Электронно-библиотечная система издательства «Лань» | Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий | Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет | Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети | http://e.lanbook.com |

В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий | Вид занятий | Оборудование | Программное обеспечение |
|---|--|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Аудитория 501 | Лекции, практические (семинарские) занятия | Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304 | 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. |
| Аудитория 503 | Лекции, практические (семинарские) занятия | Учебная мебель, доска настенная меловая | |

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|--|--|---|
| Аудитории 517 | Лекции, практические (семинарские) занятия | Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32 | 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. |
| Аудитории 531 | Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование | Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32 | 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. |
| читальный зал №2 (физико-математический корпус) | Самостоятельная работа, выполнение курсовой работы | Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт. | 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. |

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Выпускный анализ на III семестр

очная

форма обучения

| Вид работы | Объем дисциплины |
|---|-------------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов) | 4 /144 |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем: | 37.7 |
| лекций | 12 |
| практических / семинарских | 0 |
| лабораторных | 24 |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) | 1.7 |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР) | 62.5 |
| Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль) | 43.8 |

Форма(ы) контроля:
экзамен III семестр

| №№ | Тема и содержание | Форма изучения материалов | | | | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам | Задания для самостоятельной работы | Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.) |
|----|--|---------------------------|--------|----|----|---|------------------------------------|---|
| | | Лк | ПЗ/Сем | ПР | СР | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | Внутренность и замыкание выпуклого множества. Размерность выпуклого множества. Непустота относительной внутренней выпуклого множества. | 1 | 0 | 2 | 6 | [1, 1d, 2] | [2]: Гл. 3, №1, 2, 6, 15-19 | РГР, экз |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|--|---|---|---|-----|-------------|------------------------------------|-------|
| 2 | Теоремы об отделимости. Существование опорного функционала в граничной точке выпуклого множества. Поляра множества. Элементарные свойства. Ограниченность множества и принадлежность нуля внутренности его поляры. Поляра эллипсоида. Теорема о второй поляре. | 1 | 0 | 2 | 6 | [1, 1d, 2d] | [2]:Гл. 2, №15-22 [1d]: §1.6, №1-6 | То же |
| 3 | Сопряженный конус. Элементарные свойства. Теорема о втором сопряженном. Теорема Хана-Банаха и ее следствия. | 1 | 0 | 2 | 5.5 | [1, 1d, 2d] | [2]:Гл. 2, №24-27 [1d]: §1.9, №1-5 | То же |
| 4 | Сопряженный конус к подпространству, к сумме конусов. Крайние точки выпуклого множества. Теорема Минковского о представлении выпуклого компакта в виде выпуклой оболочки множества своих крайних точек. | 1 | 0 | 2 | 5 | [1, 1d, 2] | [2]:Гл. 6, №6-10 [1d]: §7.2, №1,2 | То же |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|-------------|-------------------------------------|----------|
| 5 | Выпуклые функции. Определение с помощью надграфика и с помощью неравенства Йенсена. Сумма и максимум выпуклых функций. Восстановление функции по ее надграфику. | 1 | 0 | 2 | 5 | [1, 1d, 2] | [2]: Гл. 8, №2-5 [1d]: §7.6, №1,2 | То же |
| 6 | Опорная и индикаторная функции множества, функция Минковского и их выпуклость. Полунепрерывные снизу функции. Замыкание выпуклой функции. | 1 | 0 | 2 | 5 | [1d, 2, 2d] | [1]: Гл. 10, №1 [1d]: §7.5, №1,2 | То же |
| 7 | Функция, сопряженная по Юнгу (функция одной переменной) Критерии выпуклости дифференцируемых и дважды дифференцируемых функций. | 1 | 0 | 2 | 5 | [1, 1d, 2] | [2]: Гл. 3, №1,2,6, 15-19 | к/р, экз |
| 8 | Существование аффинной миноранты у собственной выпуклой функции. Теорема Минковского о представлении собственной замкнутой выпуклой функции в виде верхней грани аффинных минорант. | 1 | 0 | 2 | 5 | [1, 1d, 2d] | [2]: Гл. 2, №15-22 [1d]: §1.6, №1-6 | То же |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|---|---|---|---|---|-------------|------------------------------------|-------|
| 9 | Субдифференциал выпуклой функции в точке. Теорема Моро–Рокафеллара о субдифференциале суммы выпуклых функций. Сублинейные функции и опорные к ним линейные. Представление сублинейной функции в виде верхней грани своих опорных. | 1 | 0 | 2 | 5 | [1, 1d, 2d] | [2]:Гл. 2, №24-27 [1d]: §1.9, №1-5 | То же |
| 10 | Субдифференциал сублинейной функции в данной точке. Ограниченные сублинейные функции. | 1 | 0 | 2 | 5 | [1, 1d, 2] | [2]:Гл. 6, №6-10 [1d]: §7.2, №1,2 | То же |
| 11 | Производная выпуклой функции по направлению. Однородность и выпуклость производной в зависимости от направления. Сопряженная функция. Неравенство Юнга. Классическое преобразование Лежандра (Юнга). | 1 | 0 | 2 | 5 | [1, 1d, 2] | [2]:Гл. 8, №2-5 [1d]: §7.6, №1,2 | То же |
| 12 | Совпадение субдифференциала выпуклой функции в точке и субдифференциала ее производной по направлениям. Сопряженные к сублинейной и к индикаторной функции. | 1 | 0 | 2 | 5 | [1d, 2, 2d] | [1]:Гл. 10, №1 [1d]: §7.5, №1,2 | То же |

| | | | | | | | | |
|---|-------------|----|---|----|------|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | Всего часов | 12 | 0 | 24 | 62.5 | | | |