

ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:
на заседании кафедры
протокол от «28» февраля 20 22 г. № 9
Зав. кафедрой _____ / С.А. Мустафина

Согласовано:
Председатель УМК факультета
_____ / А.М. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Компьютерная математика. Практикум
(наименование дисциплины)

Факультативы

(указать часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений, факультатив))

программа магистратуры

Направление подготовки (специальность)


Направление 01.04.02 Прикладная математика и информатика
(указывается код и наименование направления подготовки (специальности))

Направленность (профиль) подготовки

"Искусственный интеллект в кибербезопасности"
(указывается наименование направленности (профиля) подготовки)

Квалификация

магистр
(указывается квалификация)

Разработчик (составитель) <u>доцент каф. математического моделирования, к.т.н., доцент</u> (должность, ученая степень, ученое звание)	 / <u>Д.В. Полупанов</u> (подпись, Фамилия И.О.)
---	---

Для приема: 2022 г.

Уфа 20 22 г.

Составитель / составители: доц. каф. матем. моделирования Д.В. Полупанов

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол от « 28 » февраля 20 22 г. № 9

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры _____,
протокол № ____ от « ____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры _____,
протокол № ____ от « ____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры _____,
протокол № ____ от « ____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры _____,
протокол № ____ от « ____ » _____ 20 _ г.

Заведующий кафедрой _____ / _____ /

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.
 - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
 - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
 - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

Категория (группа) компетенций ¹ (при наличии ОПК)	Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
	ОПК-2. Способен адаптировать и применять на практике классические и новые научные принципы и методы исследований для решения задач в области создания и применения технологий и систем искусственного интеллекта и методы исследований	ОПК-2.1. Адаптирует известные научные принципы и методы исследований с целью их практического применения	ОПК-2.1. 3-1. Знает фундаментальные научные принципы и методы исследований ОПК-2.1. У-1. Умеет адаптировать с целью практического применения фундаментальные и новые научные принципы и методы исследований
		ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи на основе применения новых научных принципов и методов исследования	ОПК-2.2. 3-1. Знает особенности решения профессиональные задачи на основе применения новых научных принципов и методов исследования ОПК-2.2. У-1. Умеет разрабатывать, контролировать, оценивать и исследовать компоненты профессиональной деятельности; планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач
	ПК-8. Способен разрабатывать и модернизировать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности в различных предметных областях.	ПК-8.1. Разрабатывает программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач с учетом требований информационной безопасности в различных предметных областях.	ПК-8.1. 3-1. Знает новые научные принципы и методы разработки программного и аппаратного обеспечения технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач в различных предметных областях. ПК-8.1. У-1. Умеет разрабатывать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности для решения профессиональных задач в различных предметных областях.

¹ Указывается только для УК и ОПК (при наличии).

		ПК-8.2. Модернизирует программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач с учетом требований информационной безопасности в различных предметных областях.	ПК-8.2. 3-1. Знает особенности модернизации программного и аппаратного обеспечения технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач в различных предметных областях. ПК-8.2. У-1. Умеет модернизировать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности для решения профессиональных задач в различных предметных областях.
--	--	--	---

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Компьютерная математика. Практикум» входит в часть факультативных дисциплин, цикла ФТД Дисциплины (модули).

Дисциплина изучается на 2 курсе в 3 и 4 семестрах.

Целями освоения дисциплины " Компьютерная математика. Практикум " является получение знаний и представлений в области современных численных методов, необходимых для эффективной профессиональной деятельности

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

Объем дисциплины «Компьютерная математика. Практикум» составляет 1 ЗЕТ, или 36 академических часов, в том числе контактная работа с преподавателем 32,2 часа, самостоятельная работа – 3,8 часов.

3. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотносенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

ОПК-2. Способен адаптировать и применять на практике классические и новые научные принципы и методы исследований для решения задач в области создания и применения технологий и систем искусственного интеллекта и методы исследований

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-2.1. Адаптирует известные научные принципы и методы исследований с целью их практического применения	ОПК-2.1. З-1. Знает фундаментальные научные принципы и методы исследований	Сформированные, возможно содержащие частичные незначительные пробелы, системные представления о фундаментальных научных принципах и методах исследований	Зачтено
		Неполные, фрагментарные представления о фундаментальных научных принципах и методах исследований	Не зачтено

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-2.1. Адаптирует известные научные принципы и методы исследований с целью их практического применения	ОПК-2.1. У-1. Умеет адаптировать с целью практического применения фундаментальные и новые научные принципы и методы исследований	Сформированные возможно содержащие частичные незначительные пробелы, умения адаптировать с целью практического применения фундаментальные и новые научные принципы и методы исследований	Зачтено
		Фрагментарные, не систематические умения адаптировать с целью практического применения фундаментальные и новые научные принципы и методы исследований	Не зачтено

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи на основе применения новых научных принципов и методов исследования	ОПК-2.2. З-1. Знает особенности решения профессиональные задачи на основе применения новых научных принципов и методов исследования	Сформированные, возможно содержащие частичные незначительные пробелы, системные представления об особенностях решения профессиональные задачи на основе применения новых научных принципов и методов исследования	Зачтено
		Неполные, фрагментарные представления об особенностях решения профессиональные задачи на основе применения новых научных принципов и	Не зачтено

		методов исследования	
--	--	----------------------	--

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи на основе применения новых научных принципов и методов исследования	ОПК-2.2. У-1. Умеет разрабатывать, контролировать, оценивать и исследовать компоненты профессиональной деятельности; планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач	Сформированные возможно содержащие незначительные пробелы, умения оценивать и исследовать компоненты профессиональной деятельности; планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач	Зачтено
		Фрагментарные, не систематические умения разрабатывать, контролировать, оценивать и исследовать компоненты профессиональной деятельности; планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач	Не зачтено

ПК-8. Способен разрабатывать и модернизировать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности в различных предметных областях.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по практике	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК-8.1. Разрабатывает программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач с учетом требований информационной безопасности в различных предметных областях.	ПК-8.1. 3-1. Знает новые научные принципы и методы разработки программного и аппаратного обеспечения технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Сформированные, возможно содержащие отдельные пробелы системные представления о новых научных принципах и методах разработки программного и аппаратного обеспечения технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Зачтено
		Неполные представления о новых научных принципах и методах разработки программного и аппаратного	Не зачтено

		обеспечения технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	
	ПК-8.1. У-1. Умеет разрабатывать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Сформированное умение разрабатывать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Зачтено
		Неполное, фрагментарное умение разрабатывать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Не зачтено
ПК-8.2. Модернизирует программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач с учетом требований информационной безопасности в различных предметных областях.	ПК-8.2. З-1. Знает особенности модернизации программного и аппаратного обеспечения технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Сформированные, возможно содержащие незначительные пробелы системные представления об особенностях модернизации программного и аппаратного обеспечения технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Зачтено
		Неполные представления об особенностях модернизации программного и аппаратного	Не зачтено

		обеспечения технологий и систем искусственного интеллекта для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	
	ПК-8.2. У-1. Умеет модернизировать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Сформированное, возможно содержащее незначительные ошибки умение модернизировать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Зачтено
		Не полное, фрагментарное умение модернизировать программное и аппаратное обеспечение технологий и систем искусственного интеллекта с учетом требований информационной безопасности для решения профессиональных задач в различных предметных областях.	Не зачтено

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Как создать матрицу (массив) в python?
2. Что такое операция транспонирования? Как транспонировать матрицу (массив) в python?
3. Почему к некоторым матрицам нельзя найти обратную? Как проверить обратимость матрицы?
4. Что за тип данных возвращает функция, записав ?

5. Объясните решение вашего варианта. Как работают функции, которые вы использовали?
6. Что такое тип «numpy.array» и чем он отличается от стандартного типа «list»?
7. Чем отличаются символьные вычисления от точных?
3. Что такое лямбда-функция? Чем она отличается от простой функции?
4. Как произвести подстановку в выражении?
5. Как упростить выражение?
6. Как решить ОДУ?
7. Как найти интеграл функции?

Шкала оценивания:

- **«Зачтено»** выставляется магистранту, если им дан полный, развернутый ответ на теоретический вопрос билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практического задания. Возможно допущены неточности в определении основных понятий Магистрант без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть выполнена полностью, допущены несущественные ошибки ;

- **«Хорошо»** выставляется магистранту, если им раскрыт в основном теоретический вопрос, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части допущены несущественные ошибки;

- **«Незачтено»** выставляется магистранту, если при ответе на теоретический вопрос допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретический вопрос в целом изложен достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Магистрант не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

В данной лабораторной работе рассматривается тема выполнения математических операций и решения основных задач математики с применением python – трансформация матриц, решение систем линейных уравнений, пересечение функций, решение дифференциальных уравнений и интегрирование. Для ее выполнения необходимо иметь базовое представление о языке python 3, его синтаксисе, типах данных и структурных единицах, уметь пользоваться его основными структурами, такими как циклы, ветвление, списки, операторы, функции и словари.

Для выполнения работы рекомендуется использовать anaconda, в качестве среды разработки можно использовать jupyter, Visual Studio Code или spyder. В ходе работы можно пользоваться любыми источниками, доступными в сети интернет за исключением готовых решений. Для решения заданий необходимо составить небольшую программу, используя полученные знания.

Лабораторная работа выполняется по вариантам, вариант определяется порядковым номером студента или выдается преподавателем. Каждый вариант заключается в выполнении из 8 заданий из **сборника задач**, которому соответствуют две матрицы, система линейных уравнений и система ОДУ, три функции и два дифференциальных уравнения в **таблице вариантов**. Для успешного завершения лабораторной работы обучающемуся необходимо выполнить все задания лабораторной работы.

При условии, что 8 заданий оцениваются в 100 баллов (100%), 1 успешно выполненное задания оценивается в 12.5 баллов (12.5%). При оценке работ рекомендуется обращать внимание на:

1. Соответствие решения варианту магистранта (0 баллов в случае не соответствия);
2. Соответствие решения заданию (0 баллов в случае не соответствия);

3. Грамотность решения, уровень решения – качество выполнения работы по восприятию проверяющего (1.1..3.9 баллов – низкий; 4.1..5.9 баллов – ниже среднего, 6.1..7.9 – средний, 8.1...9.9 – выше среднего, 10.1..12.5 -- высокий).
4. Наличие примера выполнения кода – скриншотов, доказывающих работоспособность (-5 баллов от уровня решения в случае отсутствия);
5. Чистоту кода, соответствие оформлению кода стандарту PEP 8 (-0.5 балла от уровня решения за каждую ошибку до 3; при 3 и более ошибках – -3.0 балла);
6. Минимализм кода (-1.0 баллов от уровня решения за избыточный код).

Таблица вариантов

Таблица 1 – Варианты заданий – тип 1

Вариант	Матрица 1	Матрица 2	Система 1	Система 2	Параметры:
1	$A[i, j] = \frac{i! - j!}{i!}$	$B[i, j] = \frac{i - j}{i + j}$	$\begin{cases} 5x + 8y - z = 7 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$ $y(0) = 0.05, x(0) = 0.3$	А – матрица 10x20 В – матрица 20x10
2	$A[i, j] = \frac{\sin(i) - \cos(j)}{i - j}$	$B[i, j] = 2j + \frac{2.5}{i}$	$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 52y + 3z = 1 \\ 2x - 7y - 1z = 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = y \end{cases}$ $y(0) = -0.1, x(0) = 0.3$	А – матрица 5x25 В – матрица 25x5
3	$A[i, j] = \frac{i - j}{i + j}$	$B[i, j] = \frac{1 - i}{1 + j}$	$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = -4x + y \end{cases}$ $y(0) = 8.1, x(0) = 4.2$	А – матрица 30x17 В – матрица 17x30
4	$A[i, j] = \frac{i - j}{j - i}$	$B[i, j] = e^i \tan(j) + e^j \tan(i)$	$\begin{cases} 1x + 2y + 4z = 31 \\ 5x + y + 2z = 29 \\ 3x - y + z = 10 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = -4x + 4x \end{cases}$ $y(0) = 3.5, x(0) = 2.7$	А – матрица 10x34 В – матрица 34x10
5	$A[i, j] = 2j + \frac{2.5}{i}$	$B[i, j] = \frac{i!}{j!}$	$\begin{cases} 2x - 1y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = -x - 2y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$ $y(0) = 3.2, x(0) = -1.1$	А – матрица 6x11 В – матрица

Вариант	Матрица 1	Матрица 2	Система 1	Система 2	Параметры:
					11x6
6	$A[i, j] = \frac{\cos(i)}{\cos(j)}$	$B[i, j] = e^i \sin(i) + e^j \sin(j)$	$\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$ $y(0) = -1, x(0) = 3$	А – матрица 47x21 В – матрица 21x47
7	$A[i, j] = \frac{\sin(j)}{i + j}$	$B[i, j] = \frac{e^i - e^j}{i + j}$	$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -2x + y + z = 0 \\ 2x - y + 4z = 15 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = 3x + 4x \end{cases}$ $y(0) = -2, x(0) = 2$	А – матрица 90x54 В – матрица 54x90
8	$A[i, j] = \frac{\frac{1}{j} - i}{\cos(2j) - 2j}$	$B[i, j] = \frac{e^j}{e^i}$	$\begin{cases} 3x - y + z = 4 \\ 2x - 5y - 3z = -17 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 5x + 4y \end{cases}$ $y(0) = 13, x(0) = 13$	А – матрица 20x20 В – матрица 20x20
9	$A[i, j] = \frac{i + j}{2j}$	$B[i, j] = \tan(i) - \tan(j)$	$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 1y - 6z = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 2x - y \end{cases}$ $y(0) = 5, x(0) = 1$	А – матрица 31x31 В – матрица 31x31
10	$A[i, j] = \frac{i!}{j!}$	$B[i, j] = \frac{e^i - e^j}{\tan(j + i)}$	$\begin{cases} 2x + 1y - z = 1 \\ x + y + z = 6 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 5x + 4y \\ y' = 4x + 5y \end{cases}$ $y(0) = -1, x(0) = 2$	А – матрица 38x87 В – матрица 87x38

Вариант	Матрица 1	Матрица 2	Система 1	Система 2	Параметры:
11	$A[i, j] = \frac{1 - i}{1 + j}$	$B[i, j] = \frac{\sin(i) - i^j}{ij - \sin(j)}$	$\begin{cases} 2x - y - 3z = -4 \\ 3x + y = -8 \\ 2x + 7y = -9 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 4x - 8y \\ y' = -8x + 4y \end{cases}$ $y(0) = -1, x(0) = 3$	А – матрица 47x45 В – матрица 45x47
12	$A[i, j] = \frac{e^i - e^j}{i + j}$	$B[i, j] = \frac{e^i - e^j}{\tan(j + i)}$	$\begin{cases} x + 5y + z = -7 \\ 2x - y - z = 0 \\ x - 2y - z = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 6x + 3y \\ y' = -8x - 5y \end{cases}$ $y(0) = 3, x(0) = 5$	А – матрица 7x12 В – матрица 12x7
13	$A[i, j] = 1 + e^{-i} - e^{-j}$	$B[i, j] = \frac{1 - i}{1 + j}$	$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 16 \\ 3x - 2y - 5z = 12 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 6x + 3y \\ y' = -8x - 5y \end{cases}$ $y(0) = 2.5, x(0) = 0.7$	А – матрица 4x32 В – матрица 32x4
14	$A[i, j] = 1 - e^i + e^{-j}$	$A[i, j] = \frac{e^i - e^j}{\tan(j + i)}$	$\begin{cases} 3x + 2z = 8 \\ -y - 3z = -1 \\ x + z = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = x - 2y \end{cases}$ $y(0) = 1.5, x(0) = 3.4$	А – матрица 13x8 В – матрица 8x13
15	$A[i, j] = \frac{i + j}{e^{i+j}}$	$B[i, j] = i^j - j^i$	$\begin{cases} 2x - y + 3z = 7 \\ x + 3y - 2z = 0 \\ 2y - 1z = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = -x + 5y \\ y' = -2x + 5y \end{cases}$ $y(0) = 3, x(0) = -1$	А – матрица 15x110 В – матрица 110x15

Вариант	Матрица 1	Матрица 2	Система 1	Система 2	Параметры:
16	$A[i, j] = \frac{e^j}{e^i}$	$B[i, j] = \tan(i) - \frac{\sin(j)}{\sin(i)}$	$\begin{cases} 2x + y + 4z = 20 \\ 2x - y - 3z = 3 \\ 3x + 4y - 5z = -8 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x - 4y \\ y' = x + x \end{cases}$ $y(0) = -1.5, x(0) = 2.3$	А – матрица 104x92 В – матрица 92x104
17	$A[i, j] = e^i \sin(i) + e^j \sin(j)$	$B[i, j] = \tan(i) - \tan(j)$	$\begin{cases} 5x + 8y - z = 7 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x - 3y \\ y' = 3x + y \end{cases}$ $y(0) = -3, x(0) = 3$	А – матрица 23x26 В – матрица 26x23
18	$A[i, j] = i^j - j^i$	$B[i, j] = \cotan(j) - i$	$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x + y \\ y' = -5x + 3x \end{cases}$ $y(0) = -2, x(0) = -2$	А – матрица 44x16 В – матрица 16x44
19	$A[i, j] = i^2 + j^2$	$B[i, j] = 1 + e^{-i} - e^{-j}$	$\begin{cases} x + 5y - z = 7 \\ 2x - y - z = 4 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = -5x + y \end{cases}$ $y(0) = 2, x(0) = 2$	А – матрица 67x13 В – матрица 13x67
20	$A[i, j] = i^3 + j^3 - j \sin(i)$	$B[i, j] = i^2 + j^2$	$\begin{cases} 11x + 3y - z = 2 \\ 2x + 5y - 5z = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 3x + 5y \\ y' = -5x + y \end{cases}$ $y(0) = -1, x(0) = -1$	А – матрица 87x72 В – матрица 72x87

Вариант	Матрица 1	Матрица 2	Система 1	Система 2	Параметры:
21	$A[i, j] = e^i j^2 + e^j i^2$	$B[i, j] = \frac{\frac{1}{j} - i}{\cos(2j) - 2j}$	$\begin{cases} 7x + 5y + 2z = 18 \\ x - y - z = 3 \\ x + y + 2z = -2 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 3x + 5y \\ y' = -x + y \end{cases}$ $y(0) = -1, x(0) = 1$	А – матрица 19x40 В – матрица 40x19
22	$A[i, j] = \frac{i^j - i^i}{i^j + j^i}$	$B[i, j] = \frac{e^i - e^j}{\tan(j + i)}$	$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ x + z = 0 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = 5x + y \end{cases}$ $y(0) = 3, x(0) = -6$	А – матрица 7x18 В – матрица 18x7
23	$A[i, j] = \frac{2 - i^j}{j^i - 2}$	$B[i, j] = \frac{i!}{j!}$	$\begin{cases} x - 2y - 2z = 3 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - y - z = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = -10x + y \end{cases}$ $y(0) = -2, x(0) = 1$	А – матрица 35x53 В – матрица 53x35
24	$A[i, j] = \frac{\sin(i) - i^j}{i^j - \sin(j)}$	$B[i, j] = \frac{i + j}{2j}$	$\begin{cases} 3x - y - 5z = -7 \\ 2x - 3y + 4z = -1 \\ 5x - y + 2z = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = 10x + 3y \end{cases}$ $y(0) = -1.5, x(0) = 2.3$	А – матрица 41x17 В – матрица 17x41
25	$A[i, j] = i^j$	$B[i, j] = \frac{e^j}{e^i}$	$\begin{cases} x - 2y + z = 15 \\ 2x + y + 3z = 9 \\ x + 3y + 2z = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = x + y \\ y' = -10x + 3y \end{cases}$ $y(0) = -0.5, x(0) = 0.3$	А – матрица 36x22 В – матрица 22x36

Вариант	Матрица 1	Матрица 2	Система 1	Система 2	Параметры:
26	$A[i, j] = \tan(i) - \tan(j)$	$B[i, j] = i^j - j^i$	$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + y + z = 6 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 4x - y \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$ $y(0) = 1.5, x(0) = 1.7$	А – матрица 12x42 В – матрица 42x12
27	$A[i, j] = c \tan(j) - i$	$B[i, j] = e^i \sin(i) + e^j \sin(j)$	$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 5 \\ 3x + 4y - z = 3 \\ 4x + 5y - 2z = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 5x - y \\ y' = 5x + y \end{cases}$ $y(0) = 4, x(0) = 3$	А – матрица 18x63 В – матрица 63x18
28	$A[i, j] = \tan(i) - \frac{\sin(j)}{\sin(i)}$	$B[i, j] = \frac{\frac{1}{j} - i}{\cos(2j) - 2j}$	$\begin{cases} 2x - y - 3z = -9 \\ x + 2y + z = 3 \\ 3x + y - z = -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -2x + 4x \end{cases}$ $y(0) = -2, x(0) = 2.3$	А – матрица 14x21 В – матрица 21x14
29	$A[i, j] = \frac{e^i - e^j}{\tan(j + i)}$	$B[i, j] = \frac{\frac{1}{j} - i}{\cos(2j) - 2j}$	$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4 \\ x + 3y - z = 2 \\ 5x + 2y + z = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 5x + y \\ y' = -5x + y \end{cases}$ $y(0) = -1, x(0) = -1$	А – матрица 11x21 В – матрица 21x11
30	$A[i, j] = e^i \tan(j) + e^j \tan(i)$	$B[i, j] = e^i \sin(i) + e^j \sin(j)$	$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 4x + 5y + 6z = 0 \\ 7x - 8y + 9z = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x' = 4x + y \\ y' = -2x + 2x \end{cases}$ $y(0) = -1.5, x(0) = 2.3$	А – матрица 16x28 В – матрица 28x16

Таблица 2 – Варианты заданий – тип 2

Вариант	Функция 1	Функция 2	Функция 3
1	$y(x) = \sin(3x)$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = 2\cos(x)$ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = \frac{x! - y!}{x!}$
2	$y(x) = e^x \sin(x)$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = e^2 \cos(x)$ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = \frac{\sin(x) - \cos(y)}{x - y}$
3	$y(x) = \frac{e^x \sin(x)}{x^2 \cos(x)}$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = \tan(x)$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = \frac{x - y}{x + y}$
4	$y(x) = x^2 - x^5 + 1$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = x^3 + x^7$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$
5	$y(x) = e^2 - e^{-3}$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = 1 - e^{-4}$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = 2y + \frac{2.5}{y}$
6	$y(x) = \overline{\tan(x)}$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = \overline{\tan(x)} - x$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = \frac{\cos(x)}{\cos(y)}$
7	$y(x) = \frac{\tan(2x)}{\tan(0.2x)}$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = \frac{2x}{1 - x}$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = \frac{\sin(x)}{x + y}$

Вариант	Функция 1	Функция 2	Функция 3
8	$y(x) = \frac{x-1}{x^2-3}$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = \frac{x}{1-x}$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x,y) = \frac{\frac{1}{y} - x}{\cos(2y) - 2y}$
9	$y(x) = \frac{\sin(x)}{x-1}$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \frac{2}{x}$ Диапазон [0, 100]	$Z(x,y) = \frac{x+y}{2x}$
10	$y(x) = \frac{2}{x} + \frac{x^2}{2}$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = 1 - x^{\sin(x)}$ Диапазон [0, 100]	$Z(x,y) = \frac{x!}{y!}$
11	$y(x) = 23^{\sin(x)}$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = 23^x$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x,y) = \frac{1-x}{1+y}$
12	$y(x) = x^2 - 2^x$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = x^3 - x^2$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x,y) = \frac{e^x - e^y}{x+y}$
13	$y(x) = x^2 + x^{-5}$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \frac{\sqrt{2x}}{\sin(x)}$ Диапазон [0, 100]	$Z(x,y) = 1 + e^{-x} - e^{-y}$
14	$y(x) = \sqrt[x]{\sin(x) + 3}$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \sqrt[x]{\cos(x) + 3}$ Диапазон [0, 100]	$Z(x,y) = 1 - e^x + e^{-y}$

Вариант	Функция 1	Функция 2	Функция 3
15	$y(x) = \sqrt{ \sin(x) }$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \sqrt{ \cos(x) }$ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = \frac{x + y}{e^{x+y}}$
16	$y(x) = \sqrt{ \tan(2) }$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \tan(x) $ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = \frac{e^y}{e^x}$
17	$y(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \frac{1-x}{\sqrt{x}}$ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = e^x \sin(x) + e^y \sin(y)$
18	$y(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x-1}}$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \sqrt{\frac{x-1}{1-x}}$ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = x^y - y^x$
19	$y(x) = \sin(x) $ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \cos(x) $ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = x^2 + y^2$
20	$y(x) = \tan(x) $ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \cotan(x) $ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = x^3 + y^3 - y \sin(x)$

Вариант	Функция 1	Функция 2	Функция 3
21	$y(x) = e^{-x} \sin(x) $ Диапазон [0, 100]	$y(x) = e^{-x} \cos(x) $ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = e^x y^2 + e^y x^2$
22	$y(x) = e^x \sin(x) $ Диапазон [0, 100]	$y(x) = e^x \cos(x) $ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = \frac{x^y - x^x}{x^y + y^x}$
23	$y(x) = x^{-x} \cos(x) $ Диапазон [0, 100]	$y(x) = x^{-x} \sin(x) $ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = \frac{2 - x^y}{y^x - 2}$
24	$y(x) = e^{-x} \tan(x) $ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = e^{-x} ctan(x) $ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = \frac{\sin(x) - x^y}{x^y - \sin(y)}$
25	$y(x) = e^x \tan(x) $ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = e^x ctan(x) $ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = x^y$
26	$y(x) = \tan(x) - ctan(x)$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = x \cdot ctan(x) - 3tan(x)$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = \tan(x) - \tan(y)$
27	$y(x) = x^7 + \tan(x)$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = x^6 + \tan(x)$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = ctan(y) - x$

Вариант	Функция 1	Функция 2	Функция 3
28	$y(x) = x^3 - \tan(x)$ Диапазон [-100, 100]	$y(x) = x^2 - \cotan(x)$ Диапазон [-100, 100]	$Z(x, y) = \tan(x) - \frac{\sin(y)}{\sin(x)}$
29	$y(x) = \sqrt{x} - x^2$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = \sqrt[3]{x}$ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = \frac{e^x - e^y}{\tan(y + x)}$
30	$y(x) = \sqrt{x}$ Диапазон [0, 100]	$y(x) = 4 - e^{-x}$ Диапазон [0, 100]	$Z(x, y) = e^x \tan(y) + e^y \tan(x)$

Таблица 3 – Варианты заданий – тип 3

Вариант	Уравнение 1	Уравнение 2	Интеграл 1
1	$y'' - y' = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 3, y'(0) = 1$	$y'' - y' = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 3, y'(0) = 1$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{6}{x^7} + \frac{3}{\sin(x)^2} - 2 \tan(x) \right) dx$ $a=0, b=100$
2	$y'' - 9y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = -1, y'(0) = 4$	$y'' - 9y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = -1, y'(0) = 4$	$F(x) = \int_a^b \left(2 + \frac{4}{16 + x^2} - 6 \sinh(x) \right) dx$ $a=-100, b=100$

Вариант	Уравнение 1	Уравнение 2	Интеграл 1
3	$y'' - 2y' - 3y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = -1, y'(0) = -1$	$y'' - 2y' - 3y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = -1, y'(0) = -1$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{4}{x} - \frac{5}{\cos(x)^2} + 3 \operatorname{ctan}(x) \right) dx$ $a=0, b=100$
4	$y'' - 4y' + 3y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = -2, y'(0) = 2$	$y'' - 4y' + 3y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = -2, y'(0) = 2$	$F(x) = \int_a^b \left(5^x - \frac{6}{9-x^2} + 2 \operatorname{cosh}(x) \right) dx$ $a=-100, b=100$
5	$y'' - 4y' + 3y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$	$y'' - 4y' + 3y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$	$F(x) = \int_a^b \left(4e^x - \frac{2}{\sqrt{4-x^2}} - \frac{7}{\sinh(x)} \right) dx$ $a=0, b=100$
6	$y'' - 5y' + 4y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 1, y'(0) = -1$	$y'' - 5y' + 4y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 1, y'(0) = -1$	$F(x) = \int_a^b \left(3 \sin(x) + \frac{1}{\sqrt{5+x^2}} - \frac{2}{\cosh(x)^2} \right) dx$ $a=-100, b=100$
7	$y'' - 5y' - 6y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 5, y'(0) = -10$	$y'' - 5y' - 6y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 5, y'(0) = -10$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{9}{\cos(x)^2} - 4 \tan(x) - \frac{5}{x} \right) dx$ $a=0, b=100$

Вариант	Уравнение 1	Уравнение 2	Интеграл 1
8	$y'' - 8y' + 7y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 3.4, y'(0) = 2.37$	$y'' - 8y' + 7y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 3.4, y'(0) = 2.37$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{10}{25 + x^2} - 4\cosh(x) - 3\sin(x) \right) dx$ $a=-100, b=100$
9	$y'' + y' - 2y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 0.23, y'(0) = 1$	$y'' + y' - 2y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 0.23, y'(0) = 1$	$F(x) = \int_a^b \left(4\cos(x) - \frac{2}{\sqrt{x^2 - 3}} + 6x^5 \right) dx$ $a=0, b=100$
10	$y'' + 3y' + 2y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = -0.12, y'(0) = 3$	$y'' + 3y' + 2y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = -0.12, y'(0) = 3$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{2}{\sin(x)^2} - 3\cotan(x) + 4x \right) dx$ $a=-100, b=100$
11	$2y'' - 3y' + y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = -0.12, y'(0) = -0.3$	$2y'' - 3y' + y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = -0.12, y'(0) = -0.3$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{8}{16 - x^2} - \frac{5}{\sinh(x)^2} + 2\cos(x) \right) dx$ $a=0, b=100$
12	$y'' - 2y' - 3y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 0.01, y'(0) = -23.3$	$y'' - 2y' - 3y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 0.01, y'(0) = -23.3$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{6}{\sqrt{x^2 + 3}} - \frac{4}{x^5} + \frac{7}{\cos(x)^2} \right) dx$ $a=-100, b=100$
13	$3y'' + 7y' + 4y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 0.4, y'(0) = 0.2$	$3y'' + 7y' + 4y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 0.4, y'(0) = 0.2$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{3}{\sqrt{x^2 - 5}} + \frac{5}{x} - \frac{6}{4 + x^2} \right) dx$ $a=0, b=100$

Вариант	Уравнение 1	Уравнение 2	Интеграл 1
14	$y'' - 2y' + y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 6, y'(0) = 0.6$	$y'' - 2y' + y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 6, y'(0) = 0.6$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{3}{\sqrt{9-x^2}} + \frac{5}{x} - \frac{6}{4+x^2} \right) dx$ $a=-100, b=100$
15	$y'' - 4y' + 4y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 6, y'(0) = -2$	$y'' - 4y' + 4y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 6, y'(0) = -2$	$F(x) = \int_a^b \left(5\tan(x) - 4 + \frac{24}{36-x^2} \right) dx$ $a=0, b=100$
16	$y'' - 6y' + 9y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 4, y'(0) = -23$	$y'' - 6y' + 9y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 4, y'(0) = -23$	$F(x) = \int_a^b \left(4\sinh(x) - e^x + \frac{8}{\sqrt{x^2+8}} \right) dx$ $a=-100, b=100$
17	$4y'' + 4y' + y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = 0.54$	$4y'' + 4y' + y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = 0.54$	$F(x) = \int_a^b \left(2ctan(x) + 3^x + \frac{5}{\sqrt{25-x^2}} \right) dx$ $a=0, b=100$
18	$y'' + 2y' + y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = -1$	$y'' + 2y' + y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = -1$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{2}{\sinh(x)^2} + 3x^2 + \frac{8}{4-x^2} \right) dx$ $a=-100, b=100$
19	$y'' + 10y' + 25y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = -4, y'(0) = -0.7$	$y'' + 10y' + 25y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = -4, y'(0) = -0.7$	$F(x) = \int_a^b \left(3\cosh(x) - 6\sin(x) - \frac{4}{\sqrt{x^2-1}} \right) dx$ $a=,0 b=100$

Вариант	Уравнение 1	Уравнение 2	Интеграл 1
20	$y'' + y' = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 7, y'(0) = 0.01$	$y'' + y' = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 7, y'(0) = 0.01$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{7}{\cosh(x)^2} - 5\sin(x) + \frac{14}{\sqrt{49 - x^2}} \right) dx$ $a=-100, b=100$
21	$y'' - 4y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = 3$	$y'' - 4y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = 3$	$F(x) = \int_a^b (2^x + 6\sqrt{x} + 5) dx$ $a=0, b=100$
22	$y'' - 2y' + 2y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 1, y'(0) = 2$	$y'' - 2y' + 2y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 1, y'(0) = 2$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{1}{\sqrt{3 + x^2}} + 4x - 3\sin(x) \right) dx$ $a=-100, b=100$
23	$y'' - 2y' + 10y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = -0.2$	$y'' - 2y' + 10y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = -0.2$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{1}{\sqrt{3 + x^2}} + 4x - 3\sin(x) \right) dx$ $a=0, b=100$
24	$y'' - 2y' + 29y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 4, y'(0) = 1.3$	$y'' - 2y' + 29y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 4, y'(0) = 1.3$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{2}{\sqrt{4 - x^2}} + 4x - 3\sin(x) \right) dx$ $a=-100, b=100$
25	$y'' + 2y' + 2y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 7, y'(0) = 8$	$y'' + 2y' + 2y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 7, y'(0) = 8$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{9}{\cos(x)^2} - 5^x - \sinh(x) \right) dx$ $a=0, b=100$

Вариант	Уравнение 1	Уравнение 2	Интеграл 1
26	$y'' + 2y' + 5y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = -2, y'(0) = 2$	$y'' + 2y' + 5y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = -2, y'(0) = 2$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{4}{\sqrt{x^2 - 5}} - \frac{3}{\sin(x)^2} + \frac{2}{x} \right) dx$ $a=-100, b=100$
27	$y'' + 2y' + 26y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = 3$	$y'' + 2y' + 26y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 2, y'(0) = 3$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{2}{\sqrt{x^2 - 5}} - \frac{3}{\sin(x)^2} + \frac{2}{x} \right) dx$ $a=, b=$
28	$y'' - 4y' + 5y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = 5, y'(0) = 1.2$	$y'' - 4y' + 5y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = 5, y'(0) = 1.2$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{2}{4 - x^2} + \frac{6}{\sqrt{x}} - \cosh(x) \right) dx$ $a=0, b=100$
29	$y'' - 4y' + 13y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = -5, y'(0) = 3$	$y'' - 4y' + 13y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = -5, y'(0) = 3$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{1}{4 - x^2} + \frac{2}{\cos(x)^2} - 3 \right) dx$ $a=-100, b=100$
30	$y'' - 6y' + 10y = 0$ $y = y(x)$ $y(0) = -1.5, y'(0) = 2.3$	$y'' - 6y' + 10y = \sin(x)$ $y = y(x)$ $y(0) = -1.5, y'(0) = 2.3$	$F(x) = \int_a^b \left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} + \frac{5}{x^2} \right) dx$ $a=0, b=100$

Сборник задач

Сборник задач содержит 8 заданий по функционалу пакетов numpy, scipy и sympy.

Задача 1: Трансформация матриц в python

Создайте две матрицы по формулам элемента, данным в таблице 1, воспользовавшись типом «numpy.array(some_list)» и командой «numpy.fromfunction(function)», для них вычислите:

- Вычислите: A^T и B^T ;
- Вычислите: $A+B$;
- Вычислите: $A-B$;
- Вычислите: $A*B$ и $B*A$;
- Вычислите: A / B и B / A ;
- Вычислите: A / B и B / A ;
- Вычислите: A^{-1} и B^{-1} ;
- Вычислите $A*B^{-1}$ и $B*A^{-1}$;
- Вычислите значение $2A^T-E$, где E – единичная матрица, размера $M \times N$, при том, что изначально матрица A имеет размер $N \times M$.
- Вычислите значение многочлена $f(x) = x^3 - 7x^2 + 13x - 5$, если x – это матрицы A и B ;
- Вычислите значения функции 1 и функции 2 из Таблицы 2 для матриц A и B ;
- Вычислите значения функции 3 из Таблицы 2, приняв что переменная « y » – это матрица A , а переменная « x » — это матрица B ;

Для создания матрицы по формуле элемента воспользуйтесь следующим примером:

```
1. import numpy as np
2. func = lambda i, j: i+j           # Функция ij-го элемента
3. shape = (3, 3)                   # Размерность матрицы
4. A = np.fromfunction(func, shape)
5. print(A)
```

Пример выше выведет в качестве содержимого A нечто следующее:

```
array([[0, 1, 2],
       [1, 2, 3],
       [2, 3, 4]])
```

При этом учтите, что в списке задач выше знак «*» обозначает **матричное умножение**, а не поэлементное, тогда как в python «*» отвечает за поэлементное умножение (Адамара), а матричное умножение осуществляется операцией «numpy.dot»:

```
np.dot(A, B)
```

Аналогично для других функций. Для транспонирования используйте функцию «numpy.transpose»; для инверсии – «numpy.linalg.inv».

Задача 2: Решение систем линейных уравнений

1. Решите матричное уравнение $AX = C$, где A – матрица 1 из вариантов в Таблице 1 для своего варианта (была создана в упражнении 2) размера $N \times M$ C – вектор длины M , составленный так, что он представляет собой столбец матрицы B (матрица 2 из вариантов в Таблице 1 для своего варианта, была создана в упражнении 2), то X – вектор-решение уравнения длины N , которое необходимо найти для всех столбцов матрицы B (всех возможных матриц C), или доказать, что ни один из вариантов решений уравнения не существует.
2. Решите систему уравнений 1 из Таблицы 1 (линейные алгебраические уравнения), или докажете, что решения не существует.

Для решения можете использовать метод Крамера и инверсию (если возможно), или встроенную функцию – «`numpy.linalg.solve`» подобно следующему примеру:

```
1. a = np.array([[1, 2], [3, 5]])
2. b = np.array([1, 2])
3. x = np.linalg.solve(a, b)
4. print(x)
```

код в примере выведет:

```
array([-1.,  1.])
```

Задача 3: Пересечение функций

1. Определите, в каких точках на диапазоне [-100, 100] функция 1 и функция 2 из Таблицы 2 пересекают координатную ось x и пересекают ли вообще (необходимо приравнять функцию нулю и найти решение полученного уравнения). Выведите точки пересечения.

2. Найдите возможные пересечения функции 1 и функции 2 из Таблицы 2 для своего варианта, или докажите, что пересечение невозможно. Можно использовать любой способ, дающий набор решений (если решений бесконечное множество – представить первые десять).

Задача 4: Решение дифференциальных уравнений

1. Решите численно дифференциальные уравнения 1 и уравнение 2 Таблицы 3 на диапазоне [-100, 100], используя пакет `scipy`, взяв начальные условия из варианта. В решении понадобится пакет `scipy.integrate.odeint`.

Пример ниже демонстрирует это на примере решения простого ОДУ 2-го порядка

$$(3x - 1) \frac{d^2y}{dx^2} + (3x + 2) \frac{dy}{dx} + (8 - 6x)y = 0$$

для начальных условий $y(0) = 2, y'(0) = 3$, что в переводе в стандартный вид будет

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{3x + 2}{3x - 1} \frac{dy}{dx} + \frac{8 - 6x}{3x - 1} y$$

Код для ниже решает это уравнение на диапазоне переменной x от 0 до 1000 с шагом сетки 5:

```
1. from scipy.integrate import odeint
2. import numpy as np
3.
4. init = 2, 3 # Начальные условия
5. def f(y, x): # Функция дифф.уравнения
6.     y0 = y[0]
7.     y1 = y[1]
8.     y2 = ((3*x + 2)*y1 + (6*x - 8)*y0) / (3*x - 1)
9.     return y1, y2
10.
11. X_1 = np.linspace(0, 5, 1000) # Сетка для значений x > 0
12. solution = odeint(f, init, X_1)
```

2. Решите систему уравнений 2 из Таблицы 1 для своего варианта (обычные дифференциальные уравнения) численно для диапазона [-100, 100] или покажите, что решения не существует. В решении понадобится «scipy.integrate.odeint» аналогично предыдущему примеру.

Фрагмент кода ниже демонстрирует решение с «scipy.integrate.odeint» для простейшей системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y - z \\ \frac{dy}{dt} = x - z \\ \frac{dz}{dt} = x + y + z - 1 \end{cases}$$

для начальных условий $x(0) = 2, y(0) = 3, z(0) = 10$:

```

1.  init = 2, 3, 10                    # Начальные условия
2.
3.  def system(u, t):
4.      x = u[0]                       # Дифф-л по x
5.      y = u[1]                       # Дифф-л по y
6.      z = u[2]                       # Дифф-л по z
7.      dx_dt = 3*x + y - z
8.      dy_dt = x - z
9.      dz_dt = x + y + z - 1
10.     return [dx_dt, dy_dt, dz_dt]
11.
12.  t = np.linspace(0.0, 100, 1000)
13.  solution = odeint(system, init, t)

```

Задача 5: Интегрирование

Посчитайте численно интеграл из Таблицы 3 на диапазоне [-100, 100] используя пакет `scipy` и функцию «`scipy.integrate.quad`».

Пример. Пусть дан определенный интеграл следующего вида:

$$I = \int_0^{2\pi} \sin(x) dx$$

Следующий код демонстрирует его решение:

```

from scipy integrate import quad
import numpy as np
func = lambda x: np.sin(x)
solution = quad(func, 0, 2*np.pi)

```

Задача 6: Символьные вычисления с пакетом `sympy`

1. Найдите возможные пересечения функции 3 с осью OX из Таблицы 2 для своего варианта, или докажите, что пересечение невозможно. Можно использовать любой способ, дающий набор решений.

Следующий пример демонстрирует как найти пересечение уравнения с осью OX:


```

1. from sympy import *
2. init_printing(use_unicode=True, # Инициирование рисования LaTeX
3.                 wrap_line=True,
4.                 no_global=True)
5. X, Y = symbols('X Y')          # Резервирование символов
6. eq_1 = Eq(Y, X**2)             # Создание уравнения `y=x^2`
7. eq_2 = Eq(X**2-4, 0)           # Создание уравнения `x^2-4=0`

8. print(solveset(eq_1, x))       # Ответ будет `{ -sqrt(y), sqrt(y)}`
9. print(solveset(eq_2, y))       # Ответ будет `{-1, 3}`

```

Для составления уравнений важно использовать **только** функции из sympy и заранее объявленные переменные.

- Найдите возможные пересечения функции 1 и функции 2 из Таблицы 2 для своего варианта, или докажите, что пересечение невозможно. Можно использовать любой способ, дающий набор решений.
- Найдите первообразные для Функции 1, Функции 2 и Функции 3 из Таблицы 2 с помощью «sympy.integrate».

Определенный интеграл и первообразную можно найти следующим образом:

```

1. from sympy import integrate, sin
2. X, Y = symbols('X Y')          # Резервирование символов
3. print(integrate(sin(x), x))     # Ответ будет `-cos(x)`
4. print(integrate(sin(x), (x, 3.14/2))) # Ответ будет 0.9992036...

```

- Найдите первообразные для Функции 1, Функции 2 и Функции 3 из Таблицы 2 с помощью «sympy.diff».

Производную функции можно найти следующим образом:

```

1. from sympy import integrate, sin
2. X, Y = symbols('X Y')           # Резервирование символов
3. print(diff(sin(x), x))          # Ответ будет `cos(x)`

```

Задача 7: Символьное решение уравнения

Решите систему уравнений 1 из Таблицы 1 (линейные алгебраические уравнения), или докажите, что решения не существует, используя `sympy.solve`.

Следующий пример демонстрирует как составить **линейную** систему уравнений и решить ее:

```

1. x, y, z = symbols('x y z')      # Резервирование символов
2. eq_1 = Eq(11*x**2+3*y**2+8*z-4, 0) # Создание уравнения 1
3. eq_2 = Eq(x**2-y-z, 0)          # Создание уравнения 2
4. eq_3 = Eq(x+z, 0)               # Создание уравнения 3
5. print(linsolve([eq_1, eq_2, eq_3], [x, y, z]))

```

В результате код выше даст ответ $x = \frac{4}{9}, y = \frac{8}{9}, z = -\frac{4}{9}$.

Для решения нелинейной системы уравнений используется «`sympy.nonlinsolve`», полностью аналогично. Для поиска корней полиномов также можно использовать «быструю» реализацию решателя полиномов от пакте `mpmath` – «`mpmath.polyroots`»:

```

roots = polyroots([1, 1, 1, 0]) # Полином x^3+x^2+x=0
print(roots)                    # Ответ будет содержать 3 корня

```

Задача 8: Решение ОДУ в общем виде

1. Решите точно дифференциальные уравнение 1 и уравнение 2 из Таблицы 3, используя `sympy`.

Пример ниже демонстрирует аналитическое решение ДУ

$$f(x) - 2 \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d^2}{dx^2} f(x) = \sin x$$

со специальной правой частью для некоторой функции $f(x)$. Решение происходит с помощью функции «`sympy.dsolve`» и специальной функции «`diff`», которая обозначает оператор дифференцирования. При этом, «`diff`» принимает столько аргументов, сколько раз необходимо провести операцию. Код ниже демонстрирует это:

```

1. f = symbols('f', cls=Function)           # Спец. «функция»
2. x = symbols('x')                         # Обыкновенная переменная
3. diff_eq = Eq(
4. f(x) - 2*f(x).diff(x) + f(x).diff(x, x),# Левая часть ОДУ
5. sin(x)                                   # Спец. правая часть
6. )
7. solution = dsolve(diff_eq, f(x))
8. print(solution)

```

Очевидно, что решение уравнения из примера будет:

$$f(x) = (C_1 + C_2 x)e^x + \frac{1}{2} \cos x$$

2. Решите систему уравнений 2 из Таблицы 1 для своего варианта (обычные дифференциальные уравнения) в общем виде или покажите, что решения не существует, используя «sympy.dsolve» аналогично примеру решения для линейной системы уравнений как было продемонстрировано ранее.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа магистрантов заключается в подготовке к занятиям и выполнении зачетных заданий с использованием рекомендованной учебно-методической литературы.

1. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Уэс, М. Python и анализ данных [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — Москва: ДМК Пресс, 2015. — 482 с.
2. Саммерфилд, М. Python на практике [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва: ДМК Пресс, 2014. — 338 с.
3. Харахан, О.Г. Системы искусственного интеллекта. Практикум для проведения лабораторных работ [Электронный ресурс]: учеб. пособие — Электрон. дан. — М.: Горная книга, 2006. — 80 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/3508>. — Загл. с экрана.5.2..
4. Python for Data Analysis Data Wrangling with Pandas, NumPy, and IPython [eBook] / W. McKinney – O'Reilly, 2012. – 466 p.
5. Коэльо, Л.П. Построение систем машинного обучения на языке Python [Электронный ресурс] / Л.П. Коэльо, В. Ричарт. — Электрон. дан. — М.: ДМК Пресс, 2016. — 302 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/82818>. — Загл. с экрана.

Дополнительная литература:

6. Программирование на Python, 4-е издание, I том [Учебник и электронная книга] / М. Лутц – 4-е изд. – Символ-Плюс, 2011. - 992 с.
7. Программирование на Python, 4-е издание, II том [Учебник и электронная книга] / М. Лутц – 4-е изд. – Символ-Плюс, 2011. - 992 с.

8. Python 3 и PyQt 5. Разработка приложений [Учебник и электронная книга] /В. Дронов, Н. Прохоренок. – СПб.: БХВ-Петербург, 2016 – 830 с.
9. Северенс, Ч. Введение в программирование на Python [Электронный ресурс]/ Ч. Северенс. - 2-е изд., испр. - Москва: ИНТУИТ, 2016. - 231 с.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Microsoft Office

Python 3 – свободно распространяемый интерпретатор языка программирования Python

PyCharm - Свободно-распространяемая среда для разработки программного обеспечения

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Информационно-образовательные ресурсы в сети «Интернет»

1. Открытые информационные научные ресурсы ведущих научных центров и научных журналов.
2. Международный электронный архив научных статей <http://arxiv.org/>.
3. Открытый образовательный видеопортал UniverTV.ru. Образовательные фильмы на различные темы. Лекции в ведущих российских и зарубежных вузах. Научная конференция или научно-популярная лекция по интересующему вас вопросу. <http://univertv.ru/video/matematika/>
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU. Крупнейший российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн. научных статей и публикаций. На платформе eLIBRARY.RU доступны электронные версии более 1400 российских научно-технических журналов, в том числе более 500 журналов в открытом доступе. <http://elibrary.ru>
5. Общероссийский математический портал. <http://www.mathnet.ru>
6. Информационно-аналитический центр по параллельным вычислениям. <http://parallel.ru/>

Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем:

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн»;
 - ЭБС издательства «Лань»;
 - ЭБС «Электронный читальный зал»;
 - БД периодических изданий на платформе EastView: «Вестники Московского университета», «Издания по общественным и гуманитарным наукам»;
 - Научная электронная библиотека;
 - БД диссертаций Российской государственной библиотеки.
- Также доступны следующие зарубежные научные ресурсы баз данны:
- Web of Science;
 - Scopus;
 - Издательство «Taylor&Francis»;
 - Издательство «Annual Reviews»;
 - «Computers & Applied Sciences Complete» (CASC) компании «EBSCO»

- Архивы научных журналов на платформе НЭИКОН (Cambridge University Press, SAGE Publications, Oxford University Press);
- Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (<http://window.edu.ru>);
- справочно-правовая система Консультант Плюс;
- справочно-правовая система Гарант.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p>1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: аудитория № 502 (физико-математический корпус - учебное).</p> <p>2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 528 (физико-математический корпус - учебное).</p> <p>3. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций: аудитория № 528 (физико-математический корпус - учебное).</p> <p>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации: аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное).</p> <p>5. Помещения для самостоятельной работы: читальный зал № 2 (физико-математический корпус), аудитория № 426 компьютерный класс (физико-математический корпус – учебное).</p>	<p>Аудитория № 502 Учебная мебель, доска</p> <p>Аудитория № 528 Учебная мебель, доска</p> <p>Аудитория № 531 Учебная мебель, доска, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор.ДА32</p> <p>Читальный зал №2 Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p> <p>Аудитория № 426 Учебная мебель, доска, персональные компьютеры LenovoThinkCentreA70zIntelPentiumE 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., шкаф TLKTWP-065442-G-GY</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Windows 8 Russian.Windows Professional 8 Russian Upgrade; лицензии бессрочные, договор №104 от 17.06.2013 г 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Лицензии бессрочные, договор №114 от 12.11.2014 г. 3. Среда разработки Microsoft Visual Studio Community 2017 (Условия лицензии на программное обеспечение Microsoft Visual Studio Community 2017, свободное программное обеспечение). 4. AcademicEdition Networked Volume Licenses RAD Studio XE3 Professional Concurrent AppWaveEnglish; договор №263 от 07.12.2012 г. 5. Python 3.7 (лицензия Python SoftwareFoundationLicense, свободное программное обеспечение) 6. Язык программирования Go (лицензия BSD, свободное программное обеспечение). 7. Язык программирования PHP (The PHP License, version 3.01, свободное программное обеспечение). 8. СУБД MySQL (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение). 9. Web-сервер Apache (Apache License, свободное программное обеспечение). 10. Lazarus (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение). 11. Браузер Google Chrome (лицензия BSD, свободное программное обеспечение). 12. Архиватор 7-Zip. (лицензия GNU LGPL, свободное программное обеспечение). 13. Текстовый редактор Notepad++. (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение). 14. Simply Linux x86_64 (лицензионный договор на программное обеспечение Simply Linux 8.2.0 и включенные для него программы для ЭВМ, свободное

		<p>программное обеспечение)</p> <p>15. Коллекция компиляторов GCC. (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение).</p> <p>16. Файловый менеджер GNU Midnight Commander (MC). (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение).</p>
--	--	--

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплины «Компьютерная математика. Практикум на 4 семестр

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (з.е. / часов)	1 / 36
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	
практических/ семинарских	
лабораторных	32
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	0,2
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	3,8
из них, предусмотренные на выполнение курсовой работы / курсового проекта	
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

Форма(ы) контроля:
зачет 4 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР		
1	2	3	4	5	6	8	9
1.	Трансформация матриц в python			4		Проработка литературных источников	Групповой и индивидуальный опрос, лабораторные работы
2.	Решение систем линейных уравнений			4		Проработка литературных источников	Групповой и индивидуальный опрос, лабораторные работы
3.	Пересечение функций			4		Проработка литературных источников	Групповой и индивидуальный опрос, лабораторные работы
4.	Решение дифференциальных уравнений			4		Проработка литературных источников	Групповой и индивидуальный опрос, лабораторные работы
5.	Интегрирование			4		Проработка литературных источников	Групповой и индивидуальный опрос, лабораторные работы
6.	Символьные вычисления с пакетом sympy			4	1,8	Проработка литературных источников	Групповой и индивидуальный опрос, лабораторные работы
7	Символьное решение уравнения			4		Проработка литературных источников	Групповой и индивидуальный опрос, лабораторные работы
8.	Решение ОДУ в общем виде			4	2	Проработка литературных источников	Групповой и индивидуальный опрос, лабораторные работы
	Всего часов:			32	3,8		