



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЕ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Актуализировано:  
на заседании кафедры  
протокол № 11 от 22.06.2017 \_\_\_\_\_  
Зав. Кафедрой  Болотнов А.М.

Согласовано:  
Председатель УМК факультета  
 Ефимов А.М.  
(Ф.И.О)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Численные методы

базовая часть

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)

01.03.01 Математика

(указывается код и наименование направления подготовки (специальности))

Направленность (профиль) подготовки

"Вещественный, комплексный и функциональный анализ"

Квалификация

Бакалавр

Разработчик (составитель)

Доцент кафедры информационных технологий и  
компьютерной математики, к.ф.-м.н., доцент  
(должность, ученая степень, ученое звание)



/ Манапова А.Р.  
(подпись, Фамилия И.О.)

Для приема: 2016г.

Уфа 2017 г

Составитель / составители: доцент кафедры информационных технологий и компьютерной математики Манапова А.Р.

Рабочая программа дисциплины актуализирована на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол № 11 от «22» \_\_\_\_\_ 06 \_\_\_\_\_ 2017 г.

Дополнения и изменения, касающиеся списка литературы и перечня ресурсов информационно-коммуникационной сети, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол №10 от 25 июня 2018 г.

Заведующий кафедрой



/ Болотнов А.М./

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры \_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры \_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры \_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О/

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	7
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	8
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	9
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	9
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	13
4.3. Рейтинг-план дисциплины	16
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	25
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	25
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	27
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	29
Приложение №1	31
Приложение №2	46

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)**

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	1. <b>Знать</b> основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, иметь представление о существующих пакетах прикладных программ.	ОПК-1 - готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	
	2. <b>Знать:</b> виды математических моделей, основные численные методы, способы их построений, численные методы реализации математических моделей	ОПК-4 - способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	
Умения	1. <b>Уметь</b> реализовывать алгоритмы численных методов на языке программирования, формировать выводы.	ОПК-1 – готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и	

		математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	
	2. <b>Уметь</b> разрабатывать алгоритм применяемого метода решения; реализовывать численный алгоритм программы с помощью инструментальных средств и прикладных программ; анализировать полученные результаты; оценивать погрешность вычислений	ОПК-4 - способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	
Владения (навыки / опыт деятельности)	1. <b>Владеть</b> навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности.	ОПК-1 – готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	
	2. <b>Владеть</b> методологией и навыками применения численных методов для решения прикладных задач, самостоятельно осуществлять выбор методики решения и	ОПК-4 - способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	

	построения алгоритма той или иной задачи, давать полный анализ результатов решения и оценивать границы применимости выбранного метода		
--	---	--	--

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Численные методы» относится к базовой части части Цикла Б1.Б.04 Дисциплин.

Дисциплина изучается на четвертом курсе в первом и втором семестрах.

**Целью** изучения дисциплины «Численные методы» является выработка у студентов глубоких знаний основ теории численных методов решения задач алгебры, анализа, дифференциальных уравнений (обыкновенных и с частными производными), интегральных уравнений, умения применять эти знания при решении конкретных задач, встречающихся в разных областях естествознания посредством математического моделирования процессов.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, сформированных в результате освоения студентами предшествующих дисциплин образовательной программы по направлению подготовки 010301 «Математика»: «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Алгебра» в тесной связи с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

Общие требования к входным знаниям, умениям и готовностям студентов:

- 1) студенты обладают навыками обучения, необходимыми для усвоения знаний, навыков и умений по дисциплине, а также для получения дальнейшего образования;
- 2) соответствие общекультурных и профессиональных знаний, умений и навыков предшествующего процесса освоения образовательной программы требованиям основной образовательной программы по направлению подготовки «Математика»;
- 3) студенты знают, понимают и способны использовать основные положения и сущность разделов предшествующих дисциплин, посвященных вопросам осуществления профессиональной деятельности.

Бакалавр по направлению подготовки 010301 «Математика» готовится к научно-исследовательской, проектной, производственно-технологической, организационно-управленческой видам деятельности, связанным с использованием математики, программирования, информационно-коммуникационных технологий и автоматизированных систем управления.

Программа курса преследует задачу дать тот минимальный материал в области теории численных методов, достаточный для более глубокого изучения численных методов на спецкурсах и спец семинарах, для дальнейшей самостоятельной работы выпускников факультета как в области современных численных методов так, и в области разработки новых вычислительных методов.

В данном курсе излагаются вопросы построения, применения и теоретического обоснования методов приближенного решения различных классов математических задач, ориентированных на использование быстродействующих ЭВМ. Изложение численных методов ведется с тех позиций, что вычислительный алгоритм естественно рассматривать как необходимую составную часть вычислительного эксперимента – эффективного метода решения крупных естественно-научных и народно-хозяйственных задач. При этом в данном курсе рассматриваются те методы, которые выдержали испытание практикой и применяются для решения реальных задач.

**3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.



#### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

##### 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

*ОПК-1: готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.*

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	<b>Знать:</b> основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, уравнения математической	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных численных методах и алгоритмах решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра,	Неполные представления об основных численных методах и алгоритмах решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики,	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных численных методах и алгоритмах решения математических задач из разделов: теория аппроксимации,	Сформированные систематические представления об основных численных методах и алгоритмах решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра,

	физики, иметь представление о существующих пакетах прикладных программ.	дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, иметь представление о существующих пакетах прикладных программ.	иметь представление о существующих пакетах прикладных программ.	численное интегрирование, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, иметь представление о существующих пакетах прикладных программ.	дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, иметь представление о существующих пакетах прикладных программ.
Второй этап (уровень)	<b>Уметь:</b> реализовывать алгоритмы численных методов на языке программирования, формировать выводы.	Отсутствие умений или фрагментарные умения в применении алгоритмов численных методов на языке программирования, формировании выводов.	В целом успешное, но не систематическое использование на практике основных алгоритмов численных методов на языке программирования, формировании выводов.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в использовании на практике основных алгоритмов численных методов на языке программирования, формировании выводов.	Сформированное умение использовать на практике алгоритмы численных методов на языке программирования, формировать выводы.
Третий этап (уровень)	<b>Владеть:</b> навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности.	Отсутствие владения или фрагментарное владение.	В целом успешное, но не систематическое владение навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владения навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности.	Владение навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности.

***ОПК-4 - способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.***

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	<b>Знать:</b> виды математических моделей, основные численные методы, способы их построений, численные методы реализации математических моделей.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления о видах математических моделей, основных численных методах, способах их построений, численных методах реализации математических моделей.	Неполные представления о видах математических моделей, основных численных методах, способах их построений, численных методах реализации математических моделей.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о видах математических моделей, основных численных методах, способах их построений, численных методах реализации математических моделей.	Сформированные систематические представления о видах математических моделей, основных численных методах, способах их построений, численных методах реализации математических моделей.

<p>Второй этап (уровень)</p>	<p><b>Уметь:</b> разрабатывать алгоритм применяемого метода решения; реализовывать численный алгоритм программы с помощью инструментальных средств и прикладных программ; анализировать полученные результаты; оценивать погрешность вычислений</p>	<p>Отсутствие умений или фрагментарные умения разрабатывать алгоритм применяемого метода решения; реализовывать численный алгоритм программы с помощью инструментальных средств и прикладных программ; анализировать полученные результаты; оценивать погрешность вычислений.</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение разрабатывать алгоритм применяемого метода решения; реализовывать численный алгоритм программы с помощью инструментальных средств и прикладных программ; анализировать полученные результаты; оценивать погрешность вычисления.</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение разрабатывать алгоритм применяемого метода решения; реализовывать численный алгоритм программы с помощью инструментальных средств и прикладных программ; анализировать полученные результаты; оценивать погрешность вычислений.</p>	<p>Сформированное умение разрабатывать алгоритм применяемого метода решения; реализовывать численный алгоритм программы с помощью инструментальных средств и прикладных программ; анализировать полученные результаты; оценивать погрешность вычислений.</p>
<p>Третий этап (уровень)</p>	<p><b>Владеть</b> методологией и навыками применения численных методов для решения прикладных задач, самостоятельно осуществлять выбор методики решения и построения алгоритма той или</p>	<p>Отсутствие владения или фрагментарное владение методологией и навыками применения численных методов для решения прикладных задач, самостоятельно осуществлять</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое применение методологии и навыков применения численных методов для решения прикладных задач, самостоятельно осуществлять выбор методики решения и</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение методологией и навыками применения численных методов для решения прикладных задач, самостоятельно осуществлять выбор методики решения и построения алгоритма той или иной задачи,</p>	<p>Успешное владение методологией и навыками применения численных методов для решения прикладных задач, самостоятельно осуществлять выбор методики решения и построения алгоритма той или иной задачи, давать полный анализ результатов решения и оценивать границы применимости выбранного</p>

	иной задачи, давать полный анализ результатов решения и оценивать границы применимости выбранного метода.	выбор методики решения и построения алгоритма той или иной задачи, давать полный анализ результатов решения и оценивать границы применимости выбранного метода.	построения алгоритма той или иной задачи, давать полный анализ результатов решения и оценивать границы применимости выбранного метода	давать полный анализ результатов решения и оценивать границы применимости выбранного метода.	метода.
--	---	---	---	--	---------

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10.

Шкалы оценивания:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

#### **4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.**

**Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	1. <b>Знать</b> основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, иметь представление о существующих пакетах прикладных программ.	ОПК-1 - готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	<i>лабораторные работы; РГР; экзамен</i>
	2. <b>Знать:</b> виды математических моделей, основные численные методы, способы их построений, численные методы реализации математических моделей.	ОПК-4 - способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	<i>лабораторные работы; РГР; экзамен</i>
2-й этап Умения	1. <b>Уметь</b> реализовывать алгоритмы численных методов на языке программирования, формировать выводы.	ОПК-1 - готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов,	<i>лабораторные работы; РГР; экзамен</i>

		теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	
	2. <b>Уметь</b> разрабатывать алгоритм применяемого метода решения; реализовывать численный алгоритм программы с помощью инструментальных средств и прикладных программ; анализировать полученные результаты; оценивать погрешность вычислений	ОПК-4 - способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	<i>лабораторные работы; экзамен</i>
3-й этап	1. <b>Владеть</b> навыками применения фундаментальных знаний в области преподаваемой дисциплины в будущей профессиональной деятельности.	ОПК-1 - готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	<i>лабораторные работы; РГР; экзамен</i>
Владеть навыками	2. <b>Владеть</b> методологией и навыками применения численных методов для решения прикладных задач, самостоятельно осуществлять выбор методики решения и	ОПК-4 - способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	<i>лабораторные работы; экзамен</i>

	построения алгоритма той или иной задачи, давать полный анализ результатов решения и оценивать границы применимости выбранного метода .		
--	---	--	--



### 4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

#### Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: состоит из двух вопросов теоретического характера.

Примерные вопросы для экзамена:

1. Введение в численные методы; постановка задачи интерполяции; интерполяционный многочлен Лагранжа; его существование и единственность;
2. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа; понятие о количестве арифметических операций, как об одном из критериев оценки качества алгоритма;
3. Разделенные разности; интерполяционный многочлен Лагранжа в форме Ньютона с разделенными разностями;
4. Многочлены Чебышева, их свойства;
5. Минимизация остаточного члена погрешности интерполирования; тригонометрическая интерполяция; дискретное преобразование Фурье;
6. Наилучшее приближение в нормированном пространстве; существование элемента наилучшего приближения; Чебышевский альтернанс, единственность многочлена наилучшего приближения в  $C$ ; примеры;
7. Ортогональные многочлены; процесс ортогонализации Шмидта; запись многочлена в виде разложения по ортогональным многочленам, ее преимущества; рекуррентная формула для вычисления ортогональных многочленов;
8. Сплайны; экстремальные свойства сплайнов; построение кубического интерполяционного сплайна;
9. Простейшие квадратурные формулы прямоугольников, трапеций; квадратурные формулы Ньютона-Котеса; оценки погрешности этих квадратурных формул;
10. Квадратурные формулы Гаусса, их построение, положительность коэффициентов, коэффициентов, сходимость;
11. Составные квадратурные формулы, оценки погрешности;
12. Интегрирование сильно осциллирующих функций; вычисление интегралов в нерегулярных случаях;
13. Численное дифференцирование, вычислительная погрешность формул численного дифференцирования;
14. Правило Рунге оценки погрешности;
15. Основные задачи линейной алгебры, метод Гаусса; метод простой итерации, теорема о достаточном условии сходимости, необходимое и достаточное условие сходимости;
16. Метод простой итерации для симметричных положительно определенных матриц, оптимизация параметра процесса; процесс ускорения сходимости итераций; метод наискорейшего градиентного спуска; метод Зейделя;
17. Методы решения нелинейных уравнений (метод бисекций, метод простой итерации и

метод Ньютона);

18. Метод разложения в ряд Тейлора решения задачи Коши для ОДУ, метод Эйлера и его модификации, методы Рунге-Кутты;

19. Конечно-разностные методы, понятие об аппроксимации, исследование свойств конечно-разностных схем на модельных примерах;

20. Основные понятия теории разностных схем аппроксимация, устойчивость, сходимость;

21. Аппроксимация, устойчивость и сходимость для простейшей краевой задачи для ОДУ второго порядка;

22. Методы решения системы ЛАУ с трехдиагональной матрицей (метод стрельбы и метод прогонки);

23. Метод конечных элементов;

24. Простейшие разностные схемы для уравнения переноса, спектральный признак устойчивости, примеры;

25. Простейшие разностные схемы для уравнения теплопроводности с одной пространственной переменной, явная и неявная схемы, схема с весами, устойчивость и аппроксимация схемы с весами, схема со вторым порядком аппроксимации;

26. Разностная схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике, ее корректность;

27. Методы решения сеточной задачи Дирихле для уравнения Пуассона (метод Гаусса, метод разложения в дискретный ряд Фурье, метод простой итерации);

28. Численные методы решения интегральных уравнений второго рода;

29. Метод регуляризации решения интегральных уравнений первого рода.

Образец экзаменационного билета:

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ**

**Экзаменационный билет №1  
по курсу «Численные методы»  
(2018-2019 у.г.)**

1. Фундаментальная теорема Самарского о сходимости неявных итерационных процессов и ее приложение к доказательству сходимости метода Рундсона с итерационным параметром.

2. Разностная схема Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Погрешность аппроксимации и сходимость.

Преподаватель Манапова А.Р. / \_\_\_\_\_ /

И.о. зав. кафедрой Болотнов А.М. / \_\_\_\_\_ /

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

**Критерии оценки (в баллах):**

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности.

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

**Образец лабораторной работы:**

**Лабораторная работа № ...**

***Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Прямые методы решения СЛАУ. Итерационные методы***

1) Требуется решить систему линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня (а), схемой Холецкого (б), методом вращения (в) или методом отражения (г):

$$Ax = b,$$

где

<p>а)</p> $\begin{aligned} 19x_1 - 4x_2 + 6x_3 - x_4 &= 100, \\ -4x_1 + 20x_2 - 2x_3 + 7x_4 &= -5, \\ 6x_1 - 2x_2 + 25x_3 - 4x_4 &= 34, \\ -x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 15x_4 &= 69. \end{aligned}$	<p>д)</p> $\begin{aligned} 15x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 &= -24, \\ x_1 + 10x_2 + 2x_3 - 4x_4 &= -47, \\ -5x_1 + 2x_2 + 14x_3 - 6x_4 &= 28, \\ 3x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 16x_4 &= -50. \end{aligned}$
<p>б)</p> $\begin{aligned} 24x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 9x_4 &= -9, \\ 2x_1 + 27x_2 - 6x_3 + 2x_4 &= -76, \\ 4x_1 - 6x_2 + 22x_3 - 8x_4 &= -79, \\ -9x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 23x_4 &= -70. \end{aligned}$	<p>е)</p> $\begin{aligned} 22x_1 - 3x_2 - 8x_3 + 7x_4 &= -24, \\ -3x_1 + 19x_2 - 6x_3 + 3x_4 &= 40, \\ -8x_1 - 6x_2 + 23x_3 - 7x_4 &= -84, \\ 7x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 18x_4 &= -56. \end{aligned}$

$24x_1 - 7x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 20,$ $-7x_1 + 21x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -16,$ $-4x_1 + 3x_2 + 19x_3 + 7x_4 = 14,$ $4x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 20x_4 = -81.$	$10x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 95,$ $-x_1 + 12x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -41,$ $-2x_1 + 3x_2 + 15x_3 + 8x_4 = 69,$ $5x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 18x_4 = 27.$
$12x_1 - 3x_2 - x_3 + 3x_4 = -26,$ $-3x_1 + 15x_2 + 5x_3 - 5x_4 = -55,$ $-x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 2x_4 = -58,$ $3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 11x_4 = -24.$	

2) Вычислить невязку  $(A\tilde{x} - b)$ , где  $\tilde{x}$  – полученное решение.

3) Уточнить полученное решение методом простых итераций с параметром (в качестве параметра взять  $\tau = \frac{2}{\|A\|_*}$ , обосновать выбор параметра) (а), методом Якоби (б), методом Гаусса-Зейделя (в), методом верхней релаксации (г), методом минимальных невязок (д) или методом сопряженных градиентов (ж), взяв в качестве начального приближения целую часть полученного прямым методом решения  $\tilde{x}$  с точностью  $\varepsilon = 10^{-6}$ .

4) Вычислить число обусловленности матрицы системы  $M_A = \|A\|_* \cdot \|A^{-1}\|_*$ .

**Указания и требования.** Выбрать прямой метод решения СЛАУ по следующему принципу: все те у кого номер варианта  $N$  – число нечетное используют для пункта 1) метод квадратного корня, все остальные (номер варианта число  $N$  – число четное) для решения СЛАУ используют схему Халецкого. Итерационный метод выбирается следующим образом: первый вариант выбирает (а), второй вариант выбирает (б), третий вариант, соответственно, (в), четвертый – (г), пятый – (д), шестой – (ж), седьмой – (а) и т.д. Взять следующий критерий останова итераций –  $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_* < \varepsilon$ . В качестве векторной нормы  $\|\cdot\|_*$  взять следующие наиболее употребительные нормы –  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_2$ ,  $\|\cdot\|_\infty$ . При вычислении параметра в методе простых итераций и числа обусловленности  $M_A$  взять в качестве матричной нормы –  $\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$  или  $\|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$ , где  $n$  – размерность матрицы  $A$ . Выдать также на печать матрицы, получаемые при разложении в методе квадратного корня и схемы Холецкого. Оформить отчет.

*Литература к выполнению лабораторной работы*

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики: Учебное пособие. – СПб.: Издательство "Лань". 2007.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: «Наука». 1989.
3. Лубышев Ф.В. Итерационные методы решения линейных операторных уравнений в конечномерных пространствах: Учебное пособие. Часть I. Элементы общей теории и алгоритмы. – Уфа: РИЦ БашГУ. 2009.

4. Амосов А.А, Дубинский Ю.А, Копченова Н.В. Вычислительные методы: Учебное пособие. – СПб.: Издательство "Лань". 2014.

Описание методики оценивания (седьмой семестр):

Лабораторная работа №1. «Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса с выбором главного элемента».

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №1

- 18 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 12 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 6 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №2. «Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Прямые методы решения СЛАУ».

Лабораторная работа №3. «Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы».

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №2,3

- 6 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 4 балла выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 2 балла выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №4. «Методы решения систем нелинейных уравнений».

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №4

- 14 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 8 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 5 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №5. «Вычисление собственных значений и собственных векторов матриц. Приближение функций»

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №5

- 8 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 5 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 3 балла выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

### Описание методики оценивания (восьмой семестр):

Лабораторная работа №6. «Метод Рунге решения граничной задачи для обыкновенного дифференциального уравнения».

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №6

- 18 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 15 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 10 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №7. «Метод сеток решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа».

Лабораторная работа №8. «Метод сеток решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности».

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №7,8

- 6 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 4 балла выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 2 балла выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

Лабораторная работа №9. «Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений».

Критерии оценки (в баллах):

За отчёт по лабораторной работе №9

- 10 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 6 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 3 балла выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

### Пример заданий для РГР

РГР состоит из 14 задач. Задания 1-4 по численным методам решения задач линейной алгебры. Задания 5-11 по решению систем нелинейных уравнений и приближению функций. Задание 12 по численным методам решения для ОДУ. Задания 13-14 по численным методам решения задач УМФ.

- 1) Рассмотрите СЛАУ, приведенную к виду, удобному для итераций по методу последовательных приближений:

$$\begin{cases} x_1 = 0.3x_1 - 0.1x_2 + 1, \\ x_2 = 0.2x_1 - 0.4x_2 + 0.01x_3 - 2, \\ x_3 = 0.2x_2 + 0.1x_3 + 5. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы. Найдите норму матрицы системы и проверьте условие сходимости метода последовательных приближений для данной СЛАУ.

- 2) Рассмотрите вопрос о применении метода Якоби к решению СЛАУ вида

$$\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 7x_2 + x_3 = -6, \\ x_1 + x_2 + 9x_3 = -3. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы.

- 3) Рассмотрите вопрос о применении метода Гаусса-Зейделя к решению СЛАУ вида

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 5, \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -6, \\ -2x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы метода Гаусса-Зейделя к решению СЛАУ.

- 4) Обоснуйте возможность решения СЛАУ вида

$$Ax = f, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}$$

методом Рундсона с итерационным параметром  $\tau > 0$ .

Запишите расчетные формулы метода. Найдите число обусловленности матрицы  $A$ .

- 5) Найдите конечные разности функции  $y = f(x) = x^3$  с шагом  $h = 1$ :

$$\Delta y, \quad \Delta^2 y, \quad \Delta^3 y.$$

- 6) Функция  $y = f(x)$  задана таблицей значений  $y_i = f(x_i)$ :

$i$	0	1	2	3	4
$x_i$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
$y_i$	4	5	5.5	5.7	5.8

Вычислите значения функции в точке  $x = 2.3$  с помощью интерполяционной формулы Лагранжа.

- 7) Для функции  $f(x) = \sin \pi x$  на отрезке  $[0, 2]$  постройте наилучший интерполяционный многочлен 3-го порядка. Постройте графики многочлена и данной функции в одной системе координат.
- 8) Постройте кубический сплайн для функции  $f(x) = \sin \pi x$  на отрезке  $[0, 2]$ , используя разбиение отрезка на  $n = 10$  частей. Найдите значение в точке  $x = 0.48$ .
- 9) Найдите параметры показательной функции  $f(x) = ae^{bx}$  по заданной таблице значений  $(x_k, f(x_k))$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

$x_k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x_k)$	1	1.2	1.4	1.5	1.7	1.8	2	2.1	2.5	3

Приведите график функции. Покажите, что результатом является аппроксимирующая функция

$$y = 0,951393e^{0.108926x}.$$

10) Вычислите приближенно производную второго порядка с помощью формулы

$$y_{\bar{x}x}(x) = \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} = f''(x) + O(h^2)$$

и сравните с точными значениями второй производной функции  $y = f(x) = \sin \pi x$  в точках отрезка  $[0,1]$  с шагами  $h=0.2$  и  $h=0.1$ . Проанализируйте результаты в результате уменьшения шага в два раза (во сколько раз уменьшилась ошибка?)

11) Вычислить интеграл

$$J = \int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

по формулам трапеций, Симпсона, Ньютона-Котеса:

$$\int_c^b f(x) dx \cong \sum_{i=0}^{N-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} h = h \left[ \frac{f(x_0) + f(x_N)}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) \right], \quad h = \frac{b-a}{N}, \quad N = 10;$$

$$\int_c^b f(x) dx \cong \frac{h}{3} \sum_{i=0}^{2m-2} (f(x_i) + 4f(x_{i+1}) + f(x_{i+2})), \quad N = 2m;$$

$$\int_c^b f(x) dx \cong \frac{5h}{288} [19f(x_0) + 75f(x_1) + 50f(x_2) + 50f(x_3) + 75f(x_4) + 19f(x_5)].$$

Найдите точное значение интеграла  $J$  и относительные погрешности  $\delta_{\text{тр.}}$ ,  $\delta_{\text{Симп.}}$  и  $\delta_{\text{Н.Котеса}}$ .

12) Найдите приближенно методом Эйлера на отрезке  $[1,2]$  задачи Коши

$$\frac{du}{dt} = \frac{1+u^2}{2t}, \quad u(1)=0$$

(точное решение задачи  $u(t) = \text{tg}(\ln \sqrt{t})$ ).

Расчеты проводить с шагом  $\tau = 0.1$ .

13) Для начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( (\cos^2 x + 0,1) \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T = 1,$$

$$u(x,0) = 1 - x, \quad u(0,t) = \cos t, \quad u(1,t) = 0,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации по  $h$  и  $\tau$  (где  $h$  и  $\tau$  – шаги пространственной и временной сеток).

14) Для краевой задачи

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( (1+x^2 y) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( (1+xy^2) \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (x,y) \in (0,1) \times (0,1),$$

$$u(x,y) = \mu(x,y), \quad (x,y) \in \Gamma,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации.

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки:**

За первую часть РГР (задания 1-4)

- 20 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 4 задания;



- 15 баллов выставляется студенту, если верно выполнено 3 задания;
- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 2 задания;
- 5 баллов выставляется студенту, если верно выполнено 1 задание.

*За вторую часть РГР (задания 5-11)*

- 28 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 7 заданий;
- 23 балла выставляется студенту, если верно выполнены 5-6 заданий;
- 15 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 3-4 задания;
- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 2 задания.

*За третью часть РГР (задания 13-14)*

- 20 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 2 задания;
- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнено 1 задание.

*За четвертую часть РГР (задание 12)*

- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнено задание;
- 5 баллов выставляется студенту, если задание выполнено частично.

Зачет за РГР выставляется, если студент набрал 53 балла и выше (15 баллов и выше - за первую часть, 23 балла и выше - за вторую часть РГР, 10 баллов и выше - за третью часть, 5 баллов и выше – за четвертую часть РГР).

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Волков Е.А. Численные методы. [Электронный ресурс] / Волков Е.А. — 5-е изд., перераб. и доп. - СПб.: «Лань», 2008. - 256 с.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Издательство «Лань»".— ISBN: 978-5-8114-0538-1— <[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=54](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=54)>.

#### Дополнительная литература:

2. Срочко В.А. Численные методы. Курс лекций [Электронный ресурс] / Срочко В.А. — 1-е изд. - СПб.: «Лань», 2010. - 208 с.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Издательство «Лань»".— ISBN: 978-5-8114-1014-9— <[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=378](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=378)>.

3. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения [Электронный ресурс] / Демидович Б.П. — 5-е изд. стер. - СПб.: «Лань», 2010. - 400 с.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Издательство «Лань»". — ISBN: 978-5-8114-0799-6— <[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=537](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=537)>.

#### Рекомендуемые периодические издания (журналы):

1. Журнал «Дифференциальные уравнения» / гл. ред. академик РАН В.А. Ильин – М.: ООО Международная академическая издательская компания "Наука/Интерпериодика", выпускается с 1965г.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Научную-электронную библиотеку eLibrary.ru. — ISSN: 0374-0641— [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=9677](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=9677).

2. Журнал «Вычислительной математики и математической физики» / гл. ред. Ю.С. Осипов – М.: ООО Международная академическая издательская компания "Наука/Интерпериодика", выпускается с 1961г.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Научную-электронную библиотеку eLibrary.ru. — ISBN: 0044-4669— [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=7791](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7791).

3. Журнал «Прикладная информатика»/ гл. ред. Емельянов А.А., — М.: «Синергия ПРЕСС», выпускается с 2006г.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Издательство «Лань»". — ISBN: 1993-8314 —  
<[http://e.lanbook.com/journal/element.php?p110\\_cid=227&p110\\_id=2067](http://e.lanbook.com/journal/element.php?p110_cid=227&p110_id=2067)>.

## 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://elib.bashedu.ru/">https://elib.bashedu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
4	Универсальная База данных EastView	Доступ к электронным научным журналам	Доступ из любой точки сети Интернет	Доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://dlib.eastview.com/browse">https://dlib.eastview.com/browse</a>
5	Научная электронная библиотека - elibrary.ru	Доступ к электронным научным журналам	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp">https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp</a>
6	Электронная	Доступ для чтения	Авторизован	Регистрация из	<a href="http://diss.rsl.ru/">http://diss.rsl.ru/</a>

	библиотека диссертаций РГБ	электронных версий диссертаций	ный доступ по паролю из сети БашГУ	сети БашГУ, доступ из сети БашГУ	
--	----------------------------	--------------------------------	------------------------------------	----------------------------------	--

**В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины**

1.Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.

2.Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
1	2	3	4
Аудитории 502, 528, 530	Лекция	Учебная мебель, доска настенная меловая	
Аудитории 502, 503, 526, 527, 530	Лабораторное, практическое занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая	
Аудитории 524	Выполнение курсовых работ, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</li> <li>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</li> <li>3. Система централизованного тестирования БашГУ (Moodle)</li> </ol>
Аудитории 531	Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EH120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</li> <li>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</li> </ol>

<p>читальный зал №2 (физико- математический корпус)</p>	<p>Самостоятельна работа, выпол- нение курсовой работы</p>	<p>Учебная мебель, учебно-наглядные посо- бия, стенд по пожарной безопасности, мо- ноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</p>
---	--	---	---

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	145.9
лекций	72
практических/ семинарских	
лабораторных	72
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1.9
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	71.3
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34.8

Формы контроля:

зачет 7-й семестр  
экзамен 8-й семестр  
РГР 8-й семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительн ая литература, рекомендуема я студентам (номера из списка)	Задания по самостоятел ьной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемост и (коллоквиум ы, контрольные работы, компьютерн ые тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	<b>7-й семестр</b>	36		36	35.8			
1	<b>Введение.</b> Дисциплина «Численные методы» – важнейший раздел математики, методы и задачи вычислительной математики, перспективы развития как важнейшего раздела математики; роль методов вычислений в дальнейшем прогрессе науки и техники на соврем.этапе.	1				1-3	1-3	
2.	<b>Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).</b>	4		10	5		1-3	
2.1	Общая характеристика и классификация методов решения СЛАУ. Метод Гаусса и его алгебраическая основа: схема единственного деления и ее связь с разложением матрицы на множители; теорема об LU-разложении, условия применимости метода Гаусса. Вычисление определителя и обратной	1					1-3	



	матрицы.							
2.2	Метод Гаусса с выбором главного элемента, ошибки округления, понятие об устойчивости прямых методов. Компактная схема метода Гаусса (метод основанный на LU-разложении). Понятие о методах оптимального исключения, Жордана, отражений.	1		4		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе
2.3	Метод квадратных корней (метод, основанный на S*DS-разложении), схема Холецкого	1		4		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе
2.4	Операторные уравнения первого рода. Корректно и некорректно поставленные задачи, устойчивость (на примере решения СЛАУ). Возмущения, мера обусловленности уравнения и число обусловленности невырожденного линейного оператора. Оценка относительной погрешности; влияние погрешности округления при решении СЛАУ прямыми методами. Оценки достоверности решений, получаемых прямыми методами (процедура итерационного уточнения решения, апостериорные оценки числа обусловленности). Понятие о методе регуляризации решения уравнения. Согласованная и подчиненная нормы операторов $A \in L(X_n \rightarrow X_n)$ с заданными векторными нормами в конечномерном пространстве $X_n$ . Наиболее употребительные нормы векторов и матричные нормы оператора, индуцированные векторными нормами.	1		2		1-3	1-3	РГР
3.	<b>Итерационные методы решения линейных операторных уравнений</b>	7		10	5	1-3	1-3	

3.1	Введение. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ как операторных уравнений первого рода. Основные понятия итерационных методов: сходимость, число итераций, качество итерационного процесса; классификация итерационных методов, принципы их построения. Теорема о «неподвижной точке» итерационных процессов.	1		2		1-3	1-3	
3.2	Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки погрешности.	1				1-3	1-3	
3.3	Основная теорема А. А. Самарского о сходимости итераций общего неявного стационарного процесса простой итерации. Частные случаи теоремы: достаточные условия сходимости явного метода простых итераций и модифицированного метода простых итераций (метода Якоби). Другие достаточные условия сходимости метода Якоби.	1		2		1-3	1-3	
3.4	Теорема А. А. Самарского о скорости сходимости общего неявного стационарного метода простой итерации.	1					1-3	
3.5	Оптимизация скорости сходимости общих неявных стационарных процессов простых итераций, основанная на использовании энергетически эквивалентных операторов; оценки погрешности. Оптимальный линейный итерационный процесс простых итераций, оценка	1					1-3	

	погрешности. Оценки для числа итераций. Понятие о Чебышевском циклическом итерационном процессе (метод Ричардсона).							
3.6	Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок и скорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.	1		4			1-3	отчет по лабораторной работе
3.7	Треугольные итерационные методы. Метод Гаусса-Зейделя; необходимый и достаточный признак сходимости; достаточные признаки сходимости. Метод последовательной релаксации (SOR); достаточные условия сходимости.	1		2			1-3	отчет по лабораторной работе
4.	<b>Проблема собственных значений.</b>	4		4	5	1-3	1-3	
4.1	Полная проблема собственных значений. Метод вращений (метод Якоби).	1					1-3	
4.2	Частичная проблема собственных значений. Итерационный степенной метод нахождения собственных значений и собственных векторов матриц.	2		4			1-3	отчет по лабораторной работе
4.3	Метод скалярных произведений. Метод обратных итераций. Ускорение сходимости метода обратных итераций: метод Виландта.	1					1-3	
5	<b>Итерационные методы решения нелинейных операторных уравнений.</b>	8		4	5		1-3	
5.1	Метод последовательных приближений (простых итераций) решения нелинейных уравнений. Принцип сжатых отображений. О качестве итераций и скорости сходимости (оценки). Метод простых итераций для	4					1-3	

	нелинейных систем алгебраических и трансцендентных уравнений (следствия из общего случая); геометрическая интерпретация метода простой итерации для случая одного скалярного уравнения. Метод взятия в вилку (метод половинного деления).							
5.2	Метод Ньютона и Ньютона-Канторовича решения нелинейных операторных уравнений. Метод Ньютона применительно к нелинейным системам алгебраических и трансцендентных уравнений; геометрическая интерпретация метода на случай одного скалярного уравнения. Метод хорд, комбинированный метод, метод секущих.	2		4			1-3	отчет по лабораторной работе
5.3	Понятие о методах, основанных на минимизации функционалов и методе продолжения решения по параметру.	2					1-3	
6.	<b>Приближение функций.</b>	12		8	15.8	1-3	1-3	
6.1	Введение. Постановка задачи о наилучшем приближении в линейном нормированном пространстве и возникающие проблемы. Общие теоремы о наилучшем приближении: теоремы существования и единственности. Некоторые свойства наилучших приближений и элементов наилучшего приближения.	1					1-3	
6.2	Наилучшее приближение в Гильбертовом пространстве и вопросы, возникающие при его практическом построении: теоремы о существовании и единственности; критерии существования наилучшего приближения; ортогонализация,	1					1-3	

	определитель Грамма и его свойства; теорема Теплера.							
6.3	Наилучшие среднеквадратичные приближения (непрерывный и дискретный случаи) функций по весу и их необходимость. Среднеквадратичные приближения по весу функций алгебраическими многочленами; ортогональные многочлены (свойства, и их применение к нахождению среднеквадратичного приближения функций по весу) классические ортогональные многочлены.	2					1-3	
6.4	Наилучшее равномерное приближение непрерывных на компакте функций обобщенными и алгебраическими многочленами заданной степени: теоремы Хаара, Бореля, Вале-Пуссена, Чебышева (об альтернансе, доказательство достаточности); теорема единственности.	2					1-3	
6.5	Некоторые результаты о влиянии структурных свойств функций на величину ее наилучшего приближения – теоремы Джексона и Бернштейна (без доказательств). Построение многочленов наилучшего приближения: многочлены Чебышева, наименее уклоняющиеся от нуля; примеры; понятия об алгоритме Ремеза.	2					1-3	РГР
6.6	Интерполирование функций. Постановка задачи. Интерполирование обобщенными и алгебраическими многочленами заданной степени, теоремы существования и единственности. Многочлены Лагранжа на неравномерной и равномерной сетке	2		4			1-3	отчет по лабораторной работе

	узлов. Процесс Эйткена.							
6.7	Конечные и разделённые разности, их свойства. Интерполяционная формула Ньютона на неравномерной сетке и на равномерных сетках узлов. Оценки погрешностей интерполяционных формул; сходимость интерполяционного процесса.	1					1-3	
6.8	Интерполирование функций с помощью сплайнов; существование и единственность кубического сплайна. Экстремальное свойство кубического сплайна. Оценки погрешности (без доказательств). Понятие о сплайне сглаживающем.	1		4			1-3	отчет по лабораторной работе
	<b>8-й семестр</b>	36		36	35.5			
7.	<b>Численное дифференцирование и интегрирование</b>	7		8	5	1-3	1-3	
7.1	Постановка задачи численного дифференцирования и её некорректность. Простейшие формулы численного дифференцирования. Погрешность формул, метод Рунге-Ромберга. Понятие о квазиравномерных сетках и регуляризации дифференцирования.	1				1-3	1-3	
7.2	Постановка задачи численного интегрирования, подходы к построению квадратурных формул. Интерполяционные квадратурные формулы с наперед заданными узлами, теорема об их точности. Оценки погрешности интерполяционных квадратурных формул.	0,5				1-3	1-3	
7.3	Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Численная устойчивость	0,5		4		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе

	квадратурных формул. Простейшие из формул Ньютона-Котеса; трапеций, Симпсона (парабол), прямоугольников; составные квадратурные формулы, основанные на них; оценки погрешности формул.							рапорной работе
7.4	Апостериорная оценка погрешности методом Рунге; автоматический выбор шага интегрирования. Уточнение приближенного решения по Ричардсону.	1		2		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе
7.5	Оптимизация квадратурных формул. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (формулы типа Гаусса-Кристоффеля). Критерии наивысшей алгебраической степени точности; существование и единственность формул наивысшей степени точности. Свойства квадратурных коэффициентов формул наивысшей степени точности, формулы для их определения. Погрешность квадратурных формул наивысшей степени точности.	1				1-3	1-3	
7.6	Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности, отвечающие классическим весовым функциям: постоянному весу (формула Гаусса), весу Якоби, весу Чебышева-Лагерра, весу Чебышева-Эрмита. Квадратурные формулы с равными коэффициентами, их существование и единственность; случай постоянного веса.	1		2		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе
7.7	Некоторые замечания о применении квадратурных формул. Нестандартные формулы: разрывные функции, нелинейные формулы, сильно	1				1-3	1-3	отчет по лабораторной

	осциллирующие функции, переменный предел интегрирования, несобственные интегралы.							работе
7.8	Сходимость квадратурного процесса. Теоремы о сходимости.	1				1-3	1-3	
8.	<b>Проекционно-вариационные методы</b>	6		10	10	1-3	1-3	
8.1	Вариационные методы. Общие положения. Минимизирующие последовательности функционала, сходимость к не пустому множеству; корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов. Примеры.	1				1-3	1-3	
8.2	Приближенное решение операторных уравнений энергетическим методом. Теорема о единственности решения операторных уравнений в Гильбертовом пространстве и о функционале энергии. Теорема о сходимости минимизирующей последовательности функционала энергии.	1				1-3	1-3	
8.3	Классический метод Ритца; теорема о минимуме функционала энергии в конечномерном подпространстве. Теорема о минимизирующей последовательности классического метода Ритца, ее сходимости и оценке приближения.	1		6		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе
8.4	Понятие об энергетическом пространстве $H_A$ положительно определённого оператора и его структуре (без доказательства). Теорема о минимуме функционала энергии в $H_A$ ; обобщенное решение операторного уравнения. Метод Ритца в энергетических пространствах; теорема сходимости приближений по Ритцу в	1				1-3	1-3	



	Над обобщенному решению уравнения. Общие замечания, связанные с решением системы Рунге: вопросы устойчивости, оценки погрешности приближения.							
8.5	Понятие о методах: моментов (Галёркина-Петрова), Бубнова-Галёркина, наименьших квадратов.	1		2		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе
8.6	Применение энергетического метода к решению краевых задач для эллиптического уравнения: постановка задач; формулы Грина для дифференциальных операторов; неравенство Фридрихса; положительная определённость оператора краевой задачи для уравнения эллиптического типа с переменными коэффициентами; метод Рунге и его сходимость.	1		2		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе
9	<b>Разностные методы решения задач математической физики</b>	7		8	5.5	1-3	1-3	
9.1	Введение. Общие вопросы метода сеток: сетки и сеточные функции, пространство сеточных функций, сеточные нормы, локальная аппроксимация и аппроксимация на сетке, погрешность аппроксимации дифференциальных операторов разностными, постановка разностной схемы, погрешность разностной схемы, порядок точности разностной схемы; корректность разностных схем, порядок аппроксимации разностных схем, связь корректности и аппроксимации разностных схем со сходимостью.	1					1-3	
9.2	Некоторые разностные формулы: формула разностного	1		2			1-3	

	дифференцирования произведения и суммирования по частям, разностные формулы Грина, некоторые разностные аналоги теорем вложения для сеточных функций.							
9.3	Метод прогонки решения трехточечных разностных уравнений и его устойчивость. Принцип максимума.	1		6			1-3	отчет по лабораторной работе
9.4	Разностные схемы краевых задач для уравнения эллиптического типа с переменными коэффициентами: постановка задач, корректность, сходимость разностных схем, методы решения сеточных задач.	1					1-3	РГР
9.5	Однородные разностные схемы начально-краевых задач для параболического уравнения с переменными коэффициентами: постановка задач, построение разностных схем с весами, погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимость, решение сеточных задач.	1					1-3	
9.6	Однородные разностные схемы для гиперболических уравнений: постановка задачи, погрешность аппроксимации, устойчивость (без доказательства), решение сеточных уравнений.	1				1-3	1-3	
9.7	Понятие о вариационно-разностном методе (методе конечных элементов) и других методах построения разностных схем для уравнений математической физики.	1				1-3	1-3	
10.	<b>Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	10		8	10	1-3	1-3	

10.1	<p>Введение. Постановка исходной задачи. Вопросы корректности постановки. Различные методы приближенного и численного решения задачи Коши. Простейшие разностные схемы решения задачи Коши: разностная схема Эйлера (явная схема), симметричная схема (неявная схема). Понятие о сходимости метода и порядке точности метода. Понятие о невязке или погрешности аппроксимации схемы; аппроксимации и порядке аппроксимации разностного метода. Порядок аппроксимации метода Эйлера и симметричной схемы. Порядок точности схемы Эйлера.</p>	2		5		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе
10.2	<p>Одношаговые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка методов. Семейство методов второго порядка аппроксимации и частные случаи семейства: схемы (двухэтапные) предиктор-корректор. Сходимость методов Рунге-Кутты (теорема о сходимости). Связь порядков аппроксимации и точности. Метод Рунге повышения точности решения задачи Коши на последовательности сеток.</p>	2		1		1-3	1-3	
10.3	<p>Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. Формулировка методов: явные и неявные методы, явные и неявные методы Адамса. Погрешность аппроксимации многошаговых методов на решениях или невязка разностного метода; наивысший порядок аппроксимации. Понятие об устойчивости и сходимости многошаговых методов. Примеры</p>	2		4		1-3	1-3	отчет по лабораторной работе

	многошаговых методов Адамса (явных и неявных).							
10.4	Понятие о численном интегрировании жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений.	2				1-3	1-3	
10.5	Некоторые другие методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: понятие о методе стрельбы, методе Ньютона.	2				1-3	1-3	РГР
11.	<b>Численные методы решения интегральных уравнений.</b>	6		5	5		1-3	
	<b>Итого</b>							
	<b>Всего часов:</b>	72		72	143.3			

**Рейтинг-план дисциплины**  
**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки 01.03.01 Математика  
курс **4**, семестр **VII**

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. Численные методы решения задач линейной алгебры</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №1	3	6	0	18
2. Отчёт по лабораторной работе №2	3	2	0	6
3. Отчёт по лабораторной работе №3	3	2	0	6
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. РГР, задания 1-4	5	4	0	20
<b>Модуль 2. Решение систем нелинейных уравнений. Приближение функций</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>22</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №4	14	1	0	14
2. Отчёт по лабораторной работе №5	4	2	0	8
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>28</b>
1. РГР, задания 5-11	4	7	0	28
<b>Посещаемость</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
<b>Поощрительные баллы</b>			0	10
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет				110

Направление подготовки 01.03.01 Математика  
курс 4, семестр VIII

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. Численные методы решения задач УМФ</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №6	3	6	0	18
2. Отчёт по лабораторной работе №7	6	1	0	6
3. Отчёт по лабораторной работе №8	6	1	0	6
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. РГР, задания 13-14	10	2	0	20
<b>Модуль 2. Численные методы решения для ОДУ</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №9	10	1	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
1. РГР, задания 12	10	1	0	10
<b>Посещаемость</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
			0	10
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Экзамен				30
<b>Поощрительные баллы</b>				10
				110