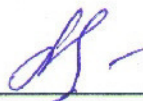


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Актуализировано:  
на заседании кафедры программирования и  
экономической информатики  
протокол от «20» июня 2017 г. №12

Согласовано:  
Председатель УМК факультета

Зав. кафедрой  / Р.С. Юлмухаметов

 / А.М. Ефимов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Дискретная математика и математическая логика

Базовая часть

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)

01.03.01 Математика

(указывается код и наименование направления подготовки (специальности))

Направленность (профиль) подготовки

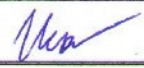
"Вещественный, комплексный и функциональный анализ".

«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

«Преподавание математики и информатики»

Квалификация

Бакалавр

Разработчик (составитель) доцент кафедры ПиЭИ, к.ф.-м.н.	<u></u> / Исаяев К.П.
---	---

Для приема: 2016 г.

Уфа 2017 г.


Составитель / составители: Исаев К.П.

Рабочая программа дисциплины актуализирована на заседании кафедры программирования и экономической информатики протокол от «20» июня 2017 г. № 12

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры программирования и экономической информатики, протокол № 7 от «25» июня 2018 г.

Дополнен список литературы.

Заведующий кафедрой

  
\_\_\_\_\_ / Р.С. Юлмухаметов

### Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
4.3. Рейтинг-план дисциплины
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине
Приложение №1
Приложение №2

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

*(с ориентацией на карты компетенций)*

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	1. <b>Знать</b> основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики и математической логики, формулировки и доказательства	ОПК-1: готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	
	2. <b>Знать</b> основные методы дискретной математики и математической логики, используемые при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	ОПК-2: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	

Умения	<p>1. <b>Уметь</b> применять фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>ОПК-1: готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности</p>	
	<p>2. <b>Уметь</b> применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>ОПК-2: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.</p>	

Владения	<p>1. <b>Владеть</b> навыками использования фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1: готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности</p>	
	<p>2. <b>Владеть</b> способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>ОПК-2: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.</p>	

## **2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» относится к базовой части.

Дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» изучается на 1 курсе в 1-2 семестрах.

Целями освоения дисциплины " Дискретная математика и математическая логика" являются: формирование математической культуры студента, фундаментальная подготовка по основным разделам дискретной математики и математической логики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения школьного курса математики и информатики.

## **3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## **4. Фонд оценочных средств по дисциплине**

### **4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

*ОПК-1: готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности*

Этап (уровень) освоения компе- тенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
		«Не зачтено»	«Зачтено»
Первый этап (уровень)	<b>Знать:</b> основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики и математической логики, формулировки и доказательства	Отсутствие знаний или фрагментарные знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики и математической логики, формулировок и доказательств	Сформированные (возможно неполные) знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики и математической логики, формулировок и доказательств



<p>Второй этап (уровень)</p>	<p><b>Уметь</b> применять фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>Отсутствие умений или фрагментарные умения применять фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>Сформированное (возможно несистематическое) умение применять фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>
<p>Третий этап (уровень)</p>	<p><b>Владеть</b> навыками использования фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>Отсутствие владения или фрагментарное владение навыками использования фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>Успешное и систематическое (возможно содержащее незначительные пробелы) владение навыками использования фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности</p>

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	<b>Знать:</b> основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики и математической логики, формулировки и доказательства	Отсутствие знаний или фрагментарные знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики и математической логики, формулировок и доказательств	Неполные знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики и математической логики, формулировок и доказательств	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики и математической логики, формулировок и доказательств	Сформированные систематические знания основных понятий, определений и свойств объектов дискретной математики и математической логики, формулировок и доказательств

<p>Второй этап (уровень)</p>	<p><b>Уметь</b> применять фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>Отсутствие умений или фрагментарные умения применять фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое использование умения применять основные понятия и теоремы дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использования умения применять основные понятия и теоремы дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>Сформированное умение применять основные понятия и теоремы дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач</p>
<p>Третий этап (уровень)</p>	<p><b>Владеть</b> навыками использования фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>Отсутствие владения или фрагментарное владение навыками использования фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое использование навыками фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы навыками использования фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>Успешное и систематическое использование навыками фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности</p>

*ОПК-2: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности*

Этап (уровень) освоения компе- генции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
		«Не зачтено»	«Зачтено»
Первый этап (уровень)	<b>Знать</b> основные методы дискретной математики и математической логики, используемые при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных методах дискретной математики и математической логики, используемых при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Сформированные (возможно неполные) знания основных методов дискретной математики и математической логики, используемых при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований.
Второй этап (уровень)	<b>Уметь</b> применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований	Отсутствие умений или фрагментарные умения применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Сформированное (возможно несистематическое) умение применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований

	информационной безопасности		информационной безопасности
Третий этап (уровень)	<b>Владеть</b> способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Отсутствие владения или фрагментарное владение способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Успешное и систематическое (возможно содержащее незначительные пробелы) владение способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

Этап (уровень) освоения компе- тенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	<b>Знать</b> основные методы дискретной математики и математической логики, использующиеся при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных методах дискретной математики и математической логики, использующихся при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Неполные представления об основных методах дискретной математики и математической логики, использующихся при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных методах дискретной математики и математической логики, использующихся при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной	Сформированные систематические представления об основных методах дискретной математики и математической логики, использующихся при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

				безопасности	
Второй этап (уровень)	<b>Уметь</b> применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Отсутствие умений или фрагментарные умения применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики и теории дискретных функций при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	В целом успешное, но не систематическое использование умения применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики и теории дискретных функций при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использования умения применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики и теории дискретных функций при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Сформированное умение применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики и теории дискретных функций при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
Третий этап (уровень)	<b>Владеть</b> способностью решать стандартные задачи	Отсутствие владения или фрагментарное владение способностью решать	В целом успешное, но не систематическое владение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы	Успешное и систематическое владение

	<p>профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>владение способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>
--	---	--	--	---	--



Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

#### 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	1. <b>Знать</b> основные понятия, определения и свойства объектов дискретной математики и математической логики, формулировки и доказательства	ОПК-1: готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей	Лабораторные работы, РГР, экзамен

		профессиональной деятельности	
	2. <b>Знать</b> основные методы дискретной математики и математической логики, используемые при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	ОПК-2: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Лабораторные работы, РГР, экзамен
2-й этап Умения	1. <b>Уметь</b> применять фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики при решении теоретических и прикладных задач	ОПК-1: готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Лабораторные работы, РГР, экзамен
	2. <b>Уметь</b> применять основные понятия, теоремы и методы дискретной математики и математической логики при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-2: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	Лабораторные работы, РГР, экзамен

3-й этап  Владеть навыками	1. <b>Владеть</b> навыками использования фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики в будущей профессиональной деятельности	ОПК-1: готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Лабораторные работы, РГР, экзамен
	2. <b>Владеть</b> способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-2: способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	Лабораторные работы, РГР, экзамен

### 4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

#### Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: 2 вопроса и 1 задача. Первый вопрос за 1 семестр, второй вопрос за 2 семестр.

Примерные вопросы для экзамена:

1. Операции над множествами и их свойства. Принцип двойственности. Декартово произведение множеств.
2. Элементы комбинаторики. Правила суммы и произведения. Число  $(k,n)$  – размещений с повторениями и без повторений. Число  $(k,n)$  – сочетаний с повторениями и без повторений.
3. Число упорядоченных разбиений множества. Число неупорядоченных разбиений множества.
4. Формула включений и исключений.
5. Бинарные отношения и их свойства. Отношение типа эквивалентности. Классы эквивалентности и их свойства. Отношение типа эквивалентности как разбиение множества.
6. Отображения множеств. Образы и прообразы элементов и множеств. Свойства образов и прообразов.
7. Свойства отображений, сюръективность, инъективность, биективность. Примеры. Обратное отображение, композиция отображений. Свойства биективных отображений.
8. Понятие эквивалентности множеств и свойства этого понятия. Конечные множества и их мощность.
9. Счетные множества. Примеры. Критерий счетности множества.
10. Подмножества счетного множества. Объединение счетного набора счетных множеств. Счетность множества рациональных чисел.
11. Декартово произведение счетных множеств. Совокупность многочленов с рациональными коэффициентами. Счетность множества алгебраических чисел.
12. Свойства бесконечных множеств. Определение Дедекинда бесконечного множества.
13. Несчетность множества  $(0;1)$ . Мощность континуума.
14. Мощность объединения не более чем счетной совокупности множеств мощности континуума. Мощность множества последовательностей из нулей и единиц.
15. Мощность множества последовательностей натуральных чисел.
16. Мощность декартового произведения множеств мощности континуума.
17. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна.
18. Мощность совокупности подмножеств данного множества.
19. Мощность совокупности подмножеств множества натуральных чисел.
20. Высказывания и операции над ними. Пропозициональные формы. Тавтологии и противоречия. Свойства тавтологий.
21. Существование пропозициональной формы, равносильной заданной и содержащей только связки

- отрицания, конъюнкции и дизъюнкции;
  - отрицания и конъюнкции;
  - отрицания и дизъюнкции;
  - отрицания и импликации.
22. Связки Шеффера и Вебба и их свойства.
  23. Элементарные конъюнкции и дизъюнкции, дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Существование дизъюнктивной и конъюнктивной нормальной формы.
  24. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма, Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Существование и единственность пропозициональной формы в СДНФ, равносильной заданной. Существование и единственность пропозициональной формы в СКНФ, равносильной заданной.
  25. Булевы функции и их связь с пропозициональными формами.
  26. Суперпозиция булевых функций. Полная система булевых функций. Примеры полных систем.
  27. Многочлены Жегалкина. Представимость булевых функций многочленом Жегалкина.
  28. Функционально замкнутые классы булевых функций. Классы  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $S$ ,  $L$  и  $M$ .
  29. Критерий полноты систем булевых функций (теорема Поста).
  30. Понятие формальной теории. Исчисление высказываний как формальная теория. Выводимость.
  31. Принцип дедукции.
  32. Примеры теорем теории исчисления высказываний.
  33. Полнота и непротиворечивость аксиом теории исчисления высказываний.
  34. Независимость аксиом теории исчисления высказываний.

Тематика задач на экзамене:

- 1) Задача по теме «Операции над множествами».
- 2) Задача по теме «Комбинаторика».
- 3) Задача по теме «Бинарные отношения».
- 4) Задача по теме «Отображения».
- 5) Задача по теме «Мощность множеств».
- 6) Задача по теме «Исчисление высказываний».
- 7) Задача по теме «Нормальные формы».
- 8) Задача по теме «Булевы функции».
- 9) Задача по теме «Полнота систем булевых функций».
- 10) Задача по теме «Формальные теории».
- 11) Задача по теме «Исчисление предикатов».

Образец экзаменационного билета:

**ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»  
Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра программирования и экономической информатики**

**Направление подготовки 01.03.01 Математика  
дисциплина: «Дискретная математика и математическая логика», 2 сем.**

**Экзаменационный билет №1**

1. Операции над множествами и их свойства. Принцип двойственности. Декартово произведение множеств.
2. Суперпозиция булевых функций. Полная система булевых функций. Примеры полных систем.
3. Задача по теме «Комбинаторика».

Зав. кафедрой Юлмухаметов Р.С. / \_\_\_\_\_ /

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

**Критерии оценки (в баллах):**

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы и решил задачу.

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности, задача решена при помощи преподавателя.

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. При решении задачи у студента возникли существенные затруднения.

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос и не решил задачу.

## Задания для РГР

Первая РГР состоит из 17 задач. Задания 1-5 по основам теории множеств, операциям над множествами. Задания 6-11 по комбинаторике. Задание 12 по бинарным отношениям на множествах. Задания 13- 15 по отображениям. Задания 16-17 по теории мощностей множеств.

### Пример варианта РГР №1:

1. Изобразить с помощью кругов Эйлера – Венна множество  $(A \cap B) \cup C$ ;
2. Даны множества:  $A=\{1,2,3\}$   $B=\{2,3,4\}$   $C=\{4,5\}$ . Найти сумму элементов множества:  $(B \setminus A) \cap C$ ;
3. Выбрать множество равное множеству:  $(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B)$ : а)  $A$ ; б)  $\emptyset$ ; в)  $B$ ; г) универсальное множество  $U$ . Обосновать ответ.
4.  $A, B, C$ - произвольные множества.  $X = A \setminus C$ ;  $Y = (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$ . Выберите верный вариант ответа: а)  $X=Y$ ; б)  $X \subset Y$ ; в)  $X \supset Y$ ; г) нет верного ответа. Ответ обоснуйте.
5. Изобразить множество на координатной плоскости  $[2,4] \times ([2,3] \cup [4,5])$ .
6. Сколько способов купить 5 открыток (возможно одинаковых), если всего имеется 6 видов открыток?
7. Сколько способов переставить буквы в слове “баобаb”?
8. Найти сумму корней уравнения  $C_{x-3}^2 = 21$ .
9. Найти числовой коэффициент в члене разложения  $(a^2 + b^2)^{13}$ , содержащем  $a^{12}$ .
10. Сколькими способами можно разложить 3 рублевых монеты и 10 пятирублевых монет по 4 копилкам?
11. В объединении множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$  содержится 34 элемента. Множество  $A$  состоит из 19 элементов, множество  $B$  – из 19 элементов, множество  $C$  – из 21 элемента. В пересечении множеств  $A$  и  $B$  содержится 11 элементов, в пересечении  $A$  и  $C$  – 12 элементов, в пересечении  $B$  и  $C$  – 10 элементов. Сколько элементов содержится только в множестве  $A$ ?
12. На множестве  $A$  задано бинарное отношение  $\varphi$ . Является ли оно рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным, отношением типа эквивалентности, отношением частичной упорядоченности? Ответ обосновать.  
 $A = [0, +\infty)$ .  $x\varphi y \Leftrightarrow 2x \leq 3y$ .
13. Отображение  $f: [0; 2] \rightarrow \mathbb{R}$  по правилу  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x}$ . Найти образ  $\left[\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right]$ .
14. Отображение  $f: (1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  по правилу  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ . Найти прообраз  $[0; 2]$ .
15. Определить является ли отображение  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  по правилу  $f((x, y)) = x + y$  инъективным, сюръективным и биективным. Ответ обосновать.
16. Какую мощность имеет множество всех подмножеств множества  $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ ? Ответ обосновать.
17. Сравнить мощности множеств  $A$  и  $B$ :  $A = [0; 1]$ ,  $B = [0; 1] \cup \mathbb{Q}$ . Ответ обосновать.

Описание методики оценивания:

### Критерии оценки (в баллах):

За первую часть РГР (задания 1-11)

- 25 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 10-11 заданий;
- 20 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 8-9 заданий;
- 15 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 6-7 заданий;
- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 4-5 заданий.

За вторую часть РГР (задания 12-17)

- 25 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 6 заданий;
- 20 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 5 заданий;
- 15 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 4 задания;
- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 3 задания.

За РГР №1 ставится оценка

- зачтено, если верно выполнены 7-17 заданий;
- незачтено, если верно выполнены менее 7 заданий.

Вторая РГР состоит из 15 заданий. Задания 1-4 по исчислению высказываний. Задания 5-10 по теории булевых функций. Задания 11-15 по теории предикатов.

Пример варианта РГР №2:



1) Определите логическое значение последнего высказывания, исходя из логических значений всех предыдущих высказываний.

$$\lambda(A \Rightarrow B) = 1, \lambda((\neg A \wedge B) \Rightarrow (\neg A \vee B)) = ?$$

2) Проверить, является ли данная пропорциональная форма тавтологией, противоречием?

$$\neg(P \Leftrightarrow (Q \Rightarrow (P \wedge Q))).$$

3) Для пропозициональных форм  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  выберите верное утверждение:

- а)  $\mathcal{A}$  является логическим следствием  $\mathcal{B}$ , но  $\mathcal{B}$  не является логическим следствием  $\mathcal{A}$ ;
- б)  $\mathcal{B}$  является логическим следствием  $\mathcal{A}$ , но  $\mathcal{A}$  не является логическим следствием  $\mathcal{B}$ ;
- в)  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  эквивалентны;
- г)  $\mathcal{A}$  не является логическим следствием  $\mathcal{B}$ , и  $\mathcal{B}$  не является логическим следствием  $\mathcal{A}$ .

$$A = (P \Rightarrow Q) \wedge R, B = (P \vee \neg R) \Rightarrow Q.$$

4) Если Александр выиграет теннисный турнир (A), то он будет доволен (B), а если он будет доволен, то он плохой борец в последующих турнирах (C). Но если он проиграет этот турнир, то потеряет поддержку своих болельщиков (D). Он плохой борец в последующих турнирах, если потеряет поддержку своих болельщиков. Если он плохой борец в последующих турнирах, то ему следует прекратить занятия теннисом (E). Александр или выиграет этот турнир, или проиграет его. Следовательно, ему нужно прекратить теннисом. Справедливо ли приведенное рассуждение с точки зрения логики?

5) Привести пропозициональную формулу к

а) СДНФ,

б) СКНФ,

если это возможно.

$$(\overline{X} \vee \overline{Y}) \Rightarrow (\overline{Z} + \overline{X}).$$

б) Упростить:

$$((A \Leftrightarrow B) | (B \Rightarrow C)) \Rightarrow C.$$

7) Построить многочлен Жегалкина для данной булевой функции: функция  $f$  задана столбцом значений 10011001.

8) Проверить принадлежность функции  $f$  классам функций сохраняющих 0, сохраняющих 1, самодвойственных, монотонных, линейных:  $f(x, y, z) = \neg x \wedge ((y \wedge \neg z) \vee (\neg y \wedge z))$ .

9) Исследовать на полноту систему булевых функций:  $\{x \wedge y \vee x \wedge z \vee y \wedge z, \neg x, 1\}$ .

10) Исследовать на базисность систему булевых функций:  $\{x + y + z, x \vee y, 0, 1\}$ .

11) Множества истинности предикатов  $P(x)$ ,  $Q(x)$  и  $R(x)$  равны соответственно  $P^+$ ,  $Q^+$  и  $R^+$ . Найти множество истинности предиката  $((\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \wedge R(x)) \vee (\neg R(x) \wedge \neg P(x))$ .

12) Какими должны быть множества  $P^+$  и  $Q^+$  истинности предикатов  $P(x)$  и  $Q(x)$  соответственно, заданных над непустым множеством  $M$ , если известно, что следующее высказывание истинно:

$$(\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x)(\neg P(x) \wedge Q(x)).$$

13) Прedayте следующей формуле указанную интерпретацию и определите истинностное значение получившегося высказывания:

$$(\forall x)(P(x) \Rightarrow P(y)), \quad M = \{\text{Пётр, Павел}\},$$

$P(x)$ : "Имя  $x$  состоит из 5 букв",  $y = \text{Пётр}$ .

14) Для данной формулы выберите верный ответ:

а) тавтология;

б) выполнима, но не является тавтологией;

в) является противоречием.

$$(\exists x)(\forall y)(Q(x, x) \wedge \neg Q(x, y));$$

15) Проанализируйте следующее рассуждение на предмет его правильности. Для этого выявите логическую схему, на которой оно основано, и выясните, справедливо ли оно.

а) справедливо;

б) не справедливо.

Все люди смертны. Сократ - человек. Следовательно, Сократ смертен.

Описание методики оценивания:

#### Критерии оценки (в баллах):

За первую часть РГР (задания 1-6)

- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 5-6 заданий;

- 5 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 3-4 задания.

За вторую часть РГР (задания 7-10)

- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 4 задания;

- 5 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 3 задания.

За третью часть РГР (задания 11-15)

- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 4-5 заданий;

- 5 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 3 задания.

За РГР №2 ставится оценка

-зачтено, если верно выполнены 9-15 заданий;

-незачтено, если верно выполнены менее 9 заданий.

### Лабораторные работы

Задания для лабораторных работ даются из [5].

*Лабораторная работа №1. «Операции над множествами».*

Задание №1. Доказать тождество, используя определение операций над множествами. Изобразить с помощью кругов Эйлера-Венна множество.

Задание №2. Изобразить с помощью кругов Эйлера-Венна множества. Доказать включение, используя определение операций над множествами.

Задание №3. Изобразить множество на координатной плоскости.

Задание №4. Найти множество, используя данные множества.

Задание №5. Решить уравнение, содержащее неизвестное множество.

#### Пример лабораторной работы №1.

Задание №1. Доказать тождество, используя определение операций над множествами. Изобразить с помощью кругов Эйлера-Венна.

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

Задание №2. Изобразить с помощью кругов Эйлера-Венна множества. Доказать включение, используя определение операций над множествами.

$$A \cap B \cap C \subset C \setminus (A \Delta B).$$

Задание №3. Изобразить множество на координатной плоскости.

$$((-1, 1) \cup \{3\}) \times ([0, 2] \cup \{3\}).$$

Задание №4.

Дано универсальное множество  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  и его подмножества  $A = \{x : x \text{ — четно}\}$ ,  $B = \{x : x \text{ — кратно четырем}\}$ ,  $C = \{x : x \text{ — простое}\}$ ,  $D = \{1, 3, 5\}$ . Найдите множества  $A \cup B$ ,  $C \cap D$ ,  $A \Delta B$ ,  $A \cap (B \cup C \cup D)$ ,  $C \Delta D$ ,  $(A \setminus B) \cup (C \setminus D)$ ,  $\overline{A \cup B}$ ,  $(C \setminus A) \Delta D$ ,  $2^A \cap 2^B$ ,  $2^D \setminus 2^C$ .

Задание №5. Решить уравнение, содержащее неизвестное множество.

$$A \Delta X = B \cap X.$$

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №1

- 13 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 10 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 7 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №2. «Элементы комбинаторики».*

Задание №1. Найти количество чисел с определённым условием.

Задание №2. Найти количество делителей данного числа.

Задание №3. Найти количество перестановок с определёнными условиями.

Задание №4. Задача на количество сочетаний.

Задание №5. Задача на количество размещений.

Задание №6. Задача на количество разбиений.

Задание №7. Задача на бином Ньютона.

**Пример лабораторной работы №2.**

Задание №1. Сколько существует 5-значных чисел, в которых нет рядом стоящих цифр 2 и 3 в порядке возрастания?

Задание №2. Сколько делителей у числа 16 200?

Задание №3. Имеется 5 белых, 4 черных и 3 синих шара. Сколькими способами можно выложить шары в ряд так, чтобы никакие 2 черных шара не лежали рядом?

Задание №4. На прямой отмечено 10 точек, на параллельной ей прямой - 11 точек. Сколько существует: треугольников с вершинами в этих точках (получите ответ двумя способами)?

Задание №5. В прямоугольной таблице из 100 строк и 30 столбцов записаны числа +1 и -1 так, что произведение чисел в каждой строке и каждом столбце равно 1. Сколькими способами это можно сделать?

Задание №6. Сколькими способами можно разделить 75 студентов на 3 группы так, чтобы в 1-ой группе было 30 человек, во 2-ой 25 человек, а в 3-ей 20 человек?

Задание №7. Раскрыть скобки:  $(\sqrt{a} + a^{1/4})^{20}$ .

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №2

- 12 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 9 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 6 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №3. «Бинарные отношения. Отображения. Мощность множеств».*

Задание №1. Построение бинарного отношения с определёнными свойствами.

Задание №2. На определение свойств бинарного отношения.

Задание №3. Нахождение образов и прообразов.

Задание №4. На построение отображения с определёнными свойствами.

Задание №5. На определение свойств отображения.

Задание №6. Построить биекцию множества  $X$  на множество  $Y$ .

Задание №7. Доказать счётность множества.

Задание №8. Доказать, что множество имеет мощность континуума.

**Пример лабораторной работы №3.**

Задание №1. Построить на множестве  $M = \{a, b, c, d, e\}$  бинарное отношение, являющееся рефлексивным, не симметричным, транзитивным.

Задание №2. Описать определяющее множество данного бинарного отношения. Является ли данное бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным? Для отношений типа эквивалентности найти все классы эквивалентности. Для отношений частичной упорядоченности проверить является ли соответствующее множество упорядоченным и вполне упорядоченным.

$$x \varphi y \Leftrightarrow x + y = 1, x, y \in \mathbb{R}.$$

Задание №3.

Пусть  $X = (0; 4\pi]$ ,  $Y = Y_1 \times Y_2$ ,  $Y_1 = Y_2 = \mathbb{R}$ . Определим отображение  $f : X \rightarrow Y$  действующие по правилу  $f(x) = (\ln x, \sin x)$ . Найти:

- а)  $f(X)$ ;
- б)  $f^{-1}(y)$  при различных  $y$ ;
- в)  $f^{-1}(B)$ , где  $B = [0; 1] \times \{0, 1\}$ ;
- г)  $f([\frac{\pi}{2}; \pi])$ .

Задание №4. Построить отображение  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , которое является инъективным, но не является сюръективным.

Задание №5. Пусть  $X$  и  $Y$  - два множества. Является ли соответствие, задаваемое правилом  $f$ , отображением из  $X$  в  $Y$ ? сюръекцией? инъекцией? биекцией? В каждом из случаев отрицательного ответа укажите как нужно изменить  $X$  и (или)  $Y$ , чтобы  $f$  стало отображением, сюръекцией, биекцией.

$X$  - множество разновидностей обоев в данном магазине,  $Y$  - некоторое подмножество  $\mathbb{N}$ ,  $f$  ставит в соответствие каждому виду обоев его цену в рублях.

Задание №6. Построить биекцию множества  $X$  на множество  $Y$ .

$X=[0,1]$ ,  $Y=(0,1)$ .

Задание №7. Доказать счётность множества рациональных чисел.

Задание №8. Доказать, что множество иррациональных чисел имеет мощность континуума.

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №3

- 25 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 20 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 15 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №4. «Исчисление высказываний».*

Задание №1. Построение таблиц истинности.

Задание №2. Преобразование пропозициональной формы.

Задание №3. Построение ДНФ и КНФ.

Задание №4. Построение СДНФ и СКНФ.

Пример лабораторной работы №4.

Дана пропозициональная форма

$$(A \Leftrightarrow \neg(B + C)) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow (B \vee C)).$$

Задание №1. Составить для неё таблицу истинности. Является ли данная форма тавтологией или противоречием?

Задание №2. Преобразовать форму так, чтобы она содержала только связки " $\vee$ " и " $\neg$ ":

Задание №3. Равносильными преобразованиями привести форму к ДНФ и КНФ.

Задание №4. Построить для формы СДНФ и СКНФ, если это возможно. Доказать правильность алгоритма построения СДНФ и СКНФ.

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №4

- 10 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;

- 8 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;

- 5 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №5. «Булевы функции».*

Задание №1. Найти количество булевых функций, удовлетворяющих определённым условиям.

Задание №2. Построить пропозициональную форму в СДНФ, СКНФ и полином Жегалкина для данной булевой функции.

Задание №3. Определить свойства данной булевой функции.

Задание №4. Проверить полноту и базисность системы булевых функций.

Пример лабораторной работы №5.

Задание №1. Сколько существует линейных булевых функций от 8 аргументов, существенно зависящих от всех своих аргументов?

Булева функция задана столбцом значений: (1100010111010010).

Задание №2. Построить пропозициональную форму в СДНФ, СКНФ и полином Жегалкина для данной булевой функции.

Задание №3. Является ли данная булева функция сохраняющей 0, сохраняющей 1, линейной, монотонной, самодвойственной?

Задание №4. Дана система булевых функций. Является ли она полной? Является ли она базисом. В случае отрицательного ответа преобразовать систему так, чтобы она стала полной (стала базисом).

$$\{0; 1; A \wedge (B \Leftrightarrow C) \vee A \wedge (B + C)\}$$

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №5

- 20 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 15 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 10 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

*Лабораторная работа №6. «Формальные теории. Логика предикатов».*

Задание №1. Доказать теорему в формальной теории исчисления высказываний.

Задание №2. Интерпретация формул.

Задание №3. Местность и тип предикатов.

Задание №4. Интерпретация формул исчисления предикатов, значения.

Задание №5. Тавтологии логики предикатов.

Пример лабораторной работы №6.

Задание №1. Доказать теорему в формальной теории исчисления высказываний, построив вывод.

$$\vdash \neg(A \Rightarrow B) \Rightarrow ((A \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow \neg B))$$

Задание №2. Построить n-местные предикаты на множестве M такие, что выполнено условие  $\alpha$ .

$n$	$M$	$\alpha$
3	$R \times Z \times R$	$P(x, y, \pi) \equiv 1, P(1, y, z) \wedge \neg Q(\sqrt{2}, -1, z) — \text{выполним}$

Задание №3. Выяснить местность и тип предиката, каждый аргумент которого принимает значения из множества M.

$M$	$P$
$Z$	$\forall_x (x + y - z > 2)$

Задание №4. Найти значение высказывания  $\alpha$ , полученного из трёхместного предиката, определённого на множестве M.



$M$	$P$
$N$	$\forall_x (x^2 +  xyz  > 0)$

Задание №5.

Предикаты  $P$  и  $Q$  определены на множестве  $\{a, b, c\}$ .

1. Найти предикат, равносильный предикату  $R$ , но не содержащий кванторов.

2. Выяснить, может ли предикат  $R$  быть выполнимым, но не тождественно истинным.

$R$
$\forall_x \forall_y P(x, y) \leftrightarrow \exists_y Q(y, z)$

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах):**

За отчёт по лабораторной работе №6

- 10 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 8 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 5 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Юлмухаметов, Р.С. Дискретная математика: Курс лекций / Р. С. Юлмухаметов, В. И. Луценко, Н. Ф. Абузярова ; Министерство образования РФ; Башкирский государственный университет. — Уфа : РИО БГУ, 2002. — 262 с. — 92 экз.
2. Юлмухаметов, Р.С. Дискретная математика: учеб. пособие / Р. С. Юлмухаметов, К. П. Исаев, К. В. Трунов ; БашГУ. — Уфа : РИО БашГУ, 2005. — 172 с. - 86 экз.
3. Исаев, К.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]. Ч.1: учеб. пособие / К.П. Исаев, О.А. Кривошеева, Р.С. Юлмухаметов; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через

Электронную библиотеку БашГУ. —

<URL:[https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivosheeva,Yulmuhametov\\_Diskretnaya\\_matem\\_Uch.pos\\_ch1\\_2014.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivosheeva,Yulmuhametov_Diskretnaya_matem_Uch.pos_ch1_2014.pdf)>.

4.Исаев, К.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]. Ч.2: учеб. пособие / К.П. Исаев, О.А. Кривошеева, Р.С. Юлмухаметов; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2014. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. —

<URL:[https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivoshenka,Uylmuhametov\\_Diskretnaya\\_matem\\_Uch.pos\\_ch2\\_2014.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Isaev,Krivoshenka,Uylmuhametov_Diskretnaya_matem_Uch.pos_ch2_2014.pdf)>.

5.Практикум по дискретной математике [Электронный ресурс] / Башкирский государственный университет; сост. К.П. Исаев; О. А. Кривошеева; Р.С. Юлмухаметов .— Уфа : РИЦ БашГУ, 2014 .— Электрон. версия печ. публикации .— Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ .—

<URL:[https://elib.bashedu.ru/dl/local/Isaev\\_Krivosheeva\\_Yulmuhametov\\_sost\\_Practikum\\_po\\_discretnoy\\_matematik\\_e\\_2014.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/local/Isaev_Krivosheeva_Yulmuhametov_sost_Practikum_po_discretnoy_matematik_e_2014.pdf)>.

#### Дополнительная литература:

6. [Александров, П. С.](#) Введение в теорию множеств и общую топологию [Электронный ресурс] / П. С. Александров .— 2-е изд. стер. — СПб. : Лань, 2010 .— 368 с. — Библиогр.: с. 346-347 .— Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему издательства "Лань" .— ISBN 978-5-8114-0981-5 .— <URL:[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=530](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=530)>.

7. Акимов О.Е. Дискретная математика. Логика, группы, графы : учеб. пособие / О. Е. Акимов.— М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2001 . – 15 экз.

8. Ерусалимский, Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум [Электронный ресурс] : учебник / Я.М. Ерусалимский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 476 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/106869>.

#### 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. Электронно- библиотечная система «ЭБ БашГУ» <https://elib.bashedu.ru/>
2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» <http://www.biblioclub.ru>
3. Библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
4. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
5. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	2	3
<p><b>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> аудитория № 515 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> аудитория № 523 (физико-математический корпус - учебное), 526 (физико-математический корпус - учебное), 511 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>3. учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> аудитория № 523 (физико-математический корпус - учебное), 526 (физико-математический корпус - учебное), 511 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитория № 523 (физико-математический корпус - учебное), 526 (физико-математический корпус - учебное), 511 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>5. помещения для самостоятельной работы:</b> читальный зал №2 (физико-математический корпус - учебное)</p>	<p><b>Аудитория №511</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа проектор Mitsubishi EX 320U 3D 2.4кг., экран на штативе DraperDiplomat (1:1) 84/84* 213*213 MW, компьютер в составе: системный блок DEPO 460MD/3-540/T500G/DVD-RW, монитор 20".</p> <p><b>Аудитория № 515, 523, 526</b> Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p><b>Читальный зал №2</b> Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</p>

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» на 1-2 семестр

очная

форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	5/180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	104,4
лекций	34
практических/ семинарских	
лабораторных	68
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	2,4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	22,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	52,8

Формы контроля:

экзамен 2 семестр

зачет 1 семестр

РГР 1, 2 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1- й семестр	18		36	17.3			
1	Операции над множествами и их свойства. Принцип двойственности. Декартово произведение множеств. Решение уравнений с множествами.	1		4	2	1-3, 5-8	5, («Операции над множествами», задания для домашней работы); 3, (задачи № 1-5 по вариантам)	отчет по лабораторной работе
2	Элементы комбинаторики. Правила суммы и произведения. Число $(k,n)$ - размещений. Число $(k,n)$ - сочетаний. Число $(k,n)$ - размещений с повторениями. Число $(k,n)$ – сочетаний с повторениями. Число упорядоченных разбиений множества. Число неупорядоченных разбиений множества. Формула включений и	2		4	2	1-3, 5-8	5, («Элементы комбинаторики», задания для домашней работы); 3, (задачи № 6-11 по вариантам)	отчет по лабораторной работе

	исключений. Бином Ньютона. Его обобщение.							
3	Бинарные отношения и их свойства. Отношение типа эквивалентности. Классы эквивалентности и их свойства. Отношение типа эквивалентности как разбиение множества.	2		4	2	1-3, 5-8	5, («Бинарные отношения, отображения», задания для домашней работы) 3, (задача № 12 по вариантам)	отчет по лабораторной работе
4	Отображения множеств. Прообраз элемента, прообраз множества. Свойства. Свойства отображений, сюръективность, инъективность, биективность. Обратное отображение. Свойства биективных отображений.	1		4	2	1-3, 5-8	5, («Бинарные отношения, отображения», задания для домашней работы) 3, (задачи № 13-15 по вариантам)	отчет по лабораторной работе
5	Понятие эквивалентности множеств и свойства этого понятия. Конечные множества и их мощность. Счётные множества. Критерий счётности множества. Подмножества счётного множества. Объединение счётного набора счётных множеств.	2		4	2	1-3, 5-8	5, («Мощность множеств», задания для домашней работы) 3, (задача № 16 по вариантам)	отчет по лабораторной работе
6	Декартово произведение счётных множеств. Счётность множества рациональных чисел.	2		4	2	1-3, 5-8	5, («Мощность множеств», задания для домашней	отчет по лабораторной работе

	Совокупность многочленов с рациональными коэффициентами. Счетность множества алгебраических чисел. Свойства бесконечных множеств.						работы) 3, (задача № 17 по вариантам)	
7	Несчетность множества (0;1). Мощность континуума. Мощность объединения не более чем счетной совокупности множеств мощности континуума. Мощность множества последовательностей из нулей и единиц.	2		4	2	1-3, 5-8	5, («Мощность множеств», задания для домашней работы)	отчет по лабо- раторной работе
8	Мощность множества последовательностей натуральных чисел. Мощность декартового произведения множеств мощности континуума. Сравнение мощностей. Теорема Кантора- Бернштейна. Мощность совокупности подмножеств данного множества. Мощность совокупности подмножеств множества натуральных чисел.	2		4	2	1-3, 5-8	5, («Мощность множеств», задания для домашней работы)	отчет по лабо- раторной работе
9	Отношение частичной	2		2	1	1-3, 5-8	5, («Мощность	отчет по лабо-

	<p>упорядоченности.  Частично упорядоченные множества. Изоморфизм частично упорядоченных множеств.  Упорядоченные и вполне упорядоченные множества. Примеры.  Отображения, сохраняющие порядок и их свойства. Отрезок вполне упорядоченного множества.  Неизоморфность вполне упорядоченного множества своему отрезку. Понятие порядкового типа и порядкового числа.  Сравнение порядковых чисел.</p>						множеств», задания для домашней работы)	раторной работе
10	<p>Стандартный представитель для порядкового числа.  Сравнимость любых двух порядковых чисел.  Аксиома выбора и теорема Цермело.  Сравнимость мощностей любых двух множеств.</p>	2		2	0.3	1-3, 5-8	5, («Мощность множеств», задания для домашней работы)	отчет по лабораторной работе
	2-й семестр	16		32	5.5			отчет по лабораторной работе
1	Высказывания и операции	2		4	0.5	1-2, 4-8	5, («Исчисление	отчет по лабо-



	над ними. Пропозициональные формы. Тавтологии и противоречия. Свойства тавтологий. Равносильность пропозициональных форм. Логическое следствие.						высказываний», задания для домашней работы) 4, (задачи № 1-2 по вариантам)	раторной работе
2	Существование пропозициональной формы, равносильной заданной и содержащей только связки отрицания, конъюнкции и дизъюнкции. Существование пропозициональной формы, равносильной заданной и содержащей только связку штрих Шеффера. Существование пропозициональной формы, равносильной заданной и содержащей только связку Вебба. Свойства связок Шеффера и Вебба.	2		4	1	1-2, 4-8	5, («Исчисление высказываний», задания для домашней работы) 4, (задачи № 3-4 по вариантам)	отчет по лабораторной работе
3	Элементарная конъюнкция и дизъюнкция, конъюнктивная и дизъюнктивная нормальная форма. Совершенная дизъюнктивная нормальная	2		4	1	1-2, 4-8	5, («Исчисление высказываний», задания для домашней работы) 4, (задачи № 5-6 по вариантам)	отчет по лабораторной работе

	форма. Совершенная конъюнктивная нормальная форма.							
4	Булевы функции и их связь с пропозициональными формами. Суперпозиция булевых функций. Полная система булевых функций. Многочлены Жегалкина. Представимость булевых функций многочленом Жегалкина. Релейно-контактные схемы и схемы из функциональных элементов.	2		4	1	1-2, 4-8	5, («Булевы функции», задания для домашней работы) 4, (задача № 7 по вариантам)	отчет по лабораторной работе
5	Функционально замкнутые классы булевых функций. Критерий полноты систем булевых функций (теорема Поста).	3		6	1	1-2, 4-8	5, («Булевы функции», задания для домашней работы) 4, (задачи № 8-10 по вариантам)	отчет по лабораторной работе
6	Понятие формальной теории. Исчисление высказываний как формальная теория. Выводимость. Принцип дедукции. Теоремы теории Л. Теорема о полноте. Теорема о	2		4	0.5	1-2, 4-8	5, («Формальные теории», задания для домашней работы)	отчет по лабораторной работе

	независимости. Теорема о непротиворечивости.							
7	Исчисление предикатов. Основные определения. Интерпретация, выполнимость и истинность формул. Применение логики предикатов к логико-математической практике.	3		6	0.5	1-2, 4-8	5, («Логика предикатов», задания для домашней работы) 4, (задачи № 11-15 по вариантам)	отчет по лабораторной работе
	<b>Всего часов:</b>	34		68	22.8			

## Рейтинг – план дисциплины

Дискретная математика и математическая логиканаправление подготовки "01.03.01 Математика"

курс 1, семестр 1

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	баллы	
			минимальный	максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>«Основы теории множеств. Элементы комбинаторики»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>25</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №1			0	13
2. Отчёт по лабораторной работе №2			0	12
<b>Рубежный контроль</b>				<b>25</b>
1. РГР, задания 1-11			0	25
<b>Модуль 2</b>				
<b>«Бинарные отношения. Отображения. Мощность множеств. Упорядоченные множества»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>25</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №3			0	25
<b>Рубежный контроль</b>				<b>25</b>
1. РГР, задания 12-17			0	25
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение лабораторных занятий			0	-10
<b>ИТОГО</b>				<b>100</b>

## Рейтинг – план дисциплины

### Дискретная математика и математическая логика

направление подготовки "01.03.01 Математика"

курс 1, семестр 2

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	баллы	
			минимальный	максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>«Исчисление высказываний»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>10</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №4			0	10
<b>Рубежный контроль</b>				<b>10</b>
1. РГР, задания 1-6			0	10
<b>Модуль 2</b>				
<b>«Булевы функции»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>20</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №5			0	20
<b>Рубежный контроль</b>				<b>10</b>
1. РГР, задания 7-10			0	10
<b>Модуль 3</b>				
<b>«Формальные теории. Исчисление предикатов»</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>10</b>
1. Отчёт по лабораторной работе №6			0	10
<b>Рубежный контроль</b>				<b>10</b>
1. РГР, задания 11-15			0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6

2. Посещение практических занятий			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				<b>30</b>
1. Экзамен	15	2	0	30
<b>ИТОГО</b>				<b>100</b>