

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры высшей алгебры и геометрии  
протокол № 10 от 25 июня 2018 г.

Согласовано:  
Председатель УМК ФМиИТ

Зав. кафедрой Хабибуллин Б.Н.



Ефимов А.М.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Теория чисел

Цикл Б1.В.8 Дисциплины (модули), вариативная часть  
(Цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору))

### Программа бакалавриата

Направление подготовки

01.03.01 «Математика»

Профиль подготовки

«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»,  
«Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление»,  
«Преподавание математики и информатики»

Квалификация

Бакалавр

|  |   |
|--|---|
| Разработчик (составитель)<br>зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор<br>должность, уч. степень, уч. звание |  / Хабибуллин Б.Н.<br>(подпись, ФИО) |
|--|---|

Для приёма: 2018  
Уфа — 2018

Составитель: зав. каф. высшей алгебры и геометрии, д.ф.-м.н., проф. Хабибуллин Б.Н.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры высшей алгебры и геометрии протокол от «25» июня 2018 г. № 10



Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / Хабибуллин Б.Н.

# Содержание

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)</b>  | <b>4</b>  |
| <b>2</b> | <b>Место дисциплины в структуре ООП ВО</b>  | <b>5</b>  |
| <b>3</b> | <b>Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)</b>   | <b>6</b>  |
| <b>4</b> | <b>Фонд оценочных средств</b>   | <b>7</b>  |
| 4.1      | Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания . . . . .  | 7         |
| 4.2      | Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций . . . . . | 12        |
| 4.3      | Рейтинг-план дисциплины . . . . .   | 13        |
|          | Экзамен . . . . .   | 13        |
|          | Образец экзаменационного билета . . . . .   | 16        |
|          | Примерный список тем по РГР . . . . .   | 17        |
|          | Контрольные работы . . . . .  | 18        |
| <b>5</b> | <b>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)</b>   | <b>19</b> |
| 5.1      | Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины . . . . .  | 19        |
| 5.2      | Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины . . . . .  | 20        |
| <b>6</b> | <b>Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине</b>  | <b>21</b> |
|          | <b>Приложение № 1: Содержание рабочей программы</b>   | <b>22</b> |
|          | <b>Приложение № 2: Рейтинг-планы</b>  | <b>27</b> |

# 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

| Результаты обучения |  | Формируемая компетенция (с указанием кода)   | Примечание |
|---------------------|--|--|------------|
| 1                   | 2  | 3  | 4          |
| Знания              | 1. Знать: — содержание материала по предмету; — основные методы решения задач; — основные теоремы преподаваемой дисциплины. Как составить доклад, доклад-обзор по предложенной научной теме; принципы работы в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности. | ПК-1 — способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области. ПК-4 - способностью публично представлять собственные и известные научные результаты. |            |

| 1        | 2  | 3  | 4 |
|----------|--|--|---|
| Умения   | Уметь: — решать задачи по преподаваемой дисциплине; — определять корректность поставленной задачи; — применять на практике знания по предмету. Публично представлять собственные и известные научные результаты, оформлять их в виде презентаций, заметок и статей. Иметь навыки уверенного пользователя основных программных продуктов, позволяющих создавать презентации, доклады, видео- и другие онлайн-конференции, их особенности и преимущества, форматы данных, используемых в этих программах и виды защиты информации. | ПК-1 — способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области. ПК-4 - способностью публично представлять собственные и известные научные результаты. |   |
| Владения | Владеть: — способностью корректно поставить задачу; — классическими и современными методами дисциплины; — понятийным аппаратом предмета. Навыками выступления на семинарах и конференциях, представлять и презентовать разработанную тему, доклад, продукт, статью.  | ПК-1 — способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области. ПК-4 - способностью публично представлять собственные и известные научные результаты. |   |

## 2 Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Теория чисел» относится к вариативной части дисциплин. Дисциплина изучается на 4 курсе в 8 семестре бакалавриата. Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения всех базовых дисциплин 1–4 курса бакалавриата, как-то: основные разделы алгебры, вещественного, комплексного и функционального анализа и др. Изучение данной дисциплины содействует формированию достаточно глубокого проникновения в одну из основ математики — классическую теорию чисел, аналитических и алгебраических аспектов ее развития.

### **3 Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

## 4 Фонд оценочных средств

### 4.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции

ПК-1 — способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области. ПК-4 - способностью публично представлять собственные и известные научные результаты.

| Этап (уровень) освоения компетенции | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | Критерии оценивания результатов обучения |                   |        |         |
|-------------------------------------|---|--|-------------------|--------|---------|
|                                     |   | Неудовлетворительно                      | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
|                                     |   |  |                   |        |         |

|                          |   |                   |   |   |  |
|--------------------------|---|-------------------|---|---|--|
| Первый этап<br>(уровень) | Знать: содержание материала по предмету, основные методы решения задач, основные теоремы преподаваемой дисциплины; как составить доклад, доклад-обзор по предложенной научной теме; принципы работы в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности. | Отсутствие знаний | Частичные знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины | Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой | Полные и четкие знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем. Как составить доклад, доклад-обзор по предложенной научной теме; принципы работы в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности. |
|--------------------------|---|-------------------|---|---|--|



|                                  |  |                          |  |  |   |
|----------------------------------|--|--------------------------|--|--|---|
| <p>Второй этап<br/>(уровень)</p> | <p>1. Уметь: решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету; публично представлять собственные и известные научные результаты, оформлять их в виде презентаций, заметок и статей. Иметь навыки уверенного пользователя основных программных продуктов, позволяющих создавать презентации, доклады, видео- и другие онлайн-конференции, их особенности и преимущества, форматы данных, используемых в этих программах и виды защиты информации.</p> | <p>Отсутствие умений</p> | <p>Фрагментарные умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету</p> | <p>В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету</p> | <p>Сформированное умение решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету</p> |
|----------------------------------|--|--------------------------|--|--|---|

|                          |   |                     |   |   |  |
|--------------------------|---|---------------------|---|---|--|
| Третий этап<br>(уровень) | Владеть: способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета; навыками выступления на семинарах и конференциях, представлять и презентовать разработанную тему, доклад, продукт, статью. | Отсутствие владений | В целом успешные, но не систематические владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета | В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета | Успешные владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета |
|--------------------------|---|---------------------|---|---|--|

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

**4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

| Этапы освоения | Результаты обучения   | Компетенция  | Оценочные средства |
|----------------|---|--|--------------------|
| 1-й этап       | Знать: — содержание материала по предмету; — основные методы решения задач; — основные теоремы преподаваемой дисциплины. Как составить доклад, доклад-обзор по предложенной научной теме; принципы работы в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности. | ПК-1 — способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области. ПК-4 - способностью публично представлять собственные и известные научные результаты. | Д/р, этап РГР      |

|          |   |   |  |
|----------|---|---|--|
| 2-й этап | <p>Уметь: — решать задачи по преподаваемой дисциплине; — определять корректность поставленной задачи; — применять на практике знания по предмету. Публично представлять собственные и известные научные результаты, оформлять их в виде презентаций, заметок и статей. Иметь навыки уверенного пользователя основных программных продуктов, позволяющих создавать презентации, доклады, видео- и другие онлайн-конференции, их особенности и преимущества, форматы данных, используемых в этих программах и виды защиты информации.</p> | <p>ПК-1 — способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области. ПК-4 - способностью публично представлять собственные и известные научные результаты.</p> | <p>Д/р, этап РГР, контрольная работа</p> |
| 3-й этап | <p>Владеть: — способностью корректно поставить задачу; — классическими и современными методами дисциплины; — понятийным аппаратом предмета. Навыками выступления на семинарах и конференциях, представлять и презентовать разработанную тему, доклад, продукт, статью.</p>  | <p>ПК-1 — способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области. ПК-4 - способностью публично представлять собственные и известные научные результаты.</p> | <p>Д/р, завершение РГР</p>               |

### 4.3 Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг-план дисциплины представлен в приложении № 2.

#### Экзамен

Экзамен (зачет) является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: билет состоит из 2 вопросов.

**Вопросы к экзаменам**

1. Числовые множества.
2. Аксиоматика Пеано.
3. Делимость в кольцах, свойства.
4. Целостное кольцо, свойства.
5. Отношение делимости, ассоциированности, их связь.
6. Теорема о делении с остатком в кольце целых чисел.
7. Общие делители. НОД.
8. Алгоритм Евклида.
9. Теорема о НОД.
10. Теорема об общих делителях.
11. Теорема о линейном представлении НОД.
12. Взаимно простые числа.
13. Простые числа, свойства.
14. Теорема о разложении чисел на простые множители.
15. Бесконечность множества простых чисел.
16. Решето Эратосфена.
17. Решение уравнений в целых числах.
18. Общие кратные и НОК. Теорема о НОК.
19. НОК и НОД через разложение на простые множители.
20. Сравнения, свойства.
21. Сравнения в кольце целых чисел.
22. Кольцо классов вычетов.
23. Признак равноостаточности Паскаля.
24. Полная система вычетов.
25. Приведённая система вычетов.
26. Функция Эйлера.
27. Вычисление функции Эйлера.
28. Теорема Эйлера.

29. Малая теорема Ферма.
30. Представление вещественного числа цепной дробью.
31. Представление рационального числа цепной дробью.
32. Подходящие дроби.
33. Несократимость подходящей дроби.
34. Разность соседних подходящих дробей.
35. Оценка снизу знаменателя подходящей дроби.
36. Сходимость подходящих дробей
37. Тождество Гаусса.
38. Сравнения первой степени и их решение. Неопределенные уравнения.
39. Системы сравнений. Решение систем сравнений.
40. Китайская теорема об остатках.
41. Теорема Вильсона.
42. Сравнения высшей степени по простому модулю.
43. Сравнения по составному модулю. Показатель класса.
44. Первообразные корни, теоремы о существовании первообразных корней.
45. Индексы, таблицы индексов. Теоремы о первообразных корнях и индексах.
46. Двучленные сравнения по простому модулю.
47. Вычет  $n$ -ой степени по простому модулю. Теорема о числе классов вычетов.
48. Показательные сравнения.
49. Сравнения 2-ой степени по простому модулю.
50. Критерий Эйлера.
51. Теорема о числе квадратичных вычетов. Примеры.
52. Символ Лежандра, свойства символа Лежандра.
53. Закон взаимности.
54. Символ Якоби, свойства символа Якоби.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА  
Экзаменационный билет № 1  
по курсу «Теория чисел»  
(2018 – 2019 уч. год)**

1. Сходимость подходящих дробей (15 баллов)
2. Общие кратные и НОК. Теорема о НОК. (15 баллов)

Преподаватель Хабибуллин Б.Н. / \_\_\_\_\_ /  
Зав. кафедрой Хабибуллин Б.Н. / \_\_\_\_\_ /

Устанавливается следующая градация перевода оценки из 100-балльной в четырехбалльную:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене (только для тех, кто учится с использованием модульно-рейтинговой системы обучения и оценки успеваемости студентов):

Критерии оценки (в баллах):

- 25-30 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- 17-24 баллов выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;



- 10-16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- 1-10 баллов выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Посещение лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий оценивается в суммах до 6 и 10 баллов со ответственно, однако эти баллы являются штрафными и вычитаются преподавателем из набранных студентами баллов в ходе текущего и рубежного контроля по следующей схеме:

- за пропуски лекционных занятий
  - за 25 % пропусков вычитается 1 балл
  - за 50 % пропусков вычитается 4 балла
  - за 75 % пропусков вычитается 6 баллов
  - за 100 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний
- за пропуски практических (семинарских, лабораторных) занятий
  - за 20 % пропусков вычитается 2 балла
  - за 40 % пропусков вычитается 5 баллов
  - за 50 % пропусков вычитается 7 баллов
  - за 75 % пропусков вычитается 10 баллов
  - более 75 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний.

Студент, набравший по итогам текущего и рубежного контроля менее 35 возможных баллов или пропустивший более 75 % практических (семинарских, лабораторных) занятий, до экзамена по данной дисциплине не допускается. В этом случае он изучает не освоенные им темы, выполняет соответствующие задания на платной основе в сроки, установленные деканатом для ликвидации задолженностей. Баллы, полученные таким образом, прибавляются к количеству баллов, набранных студентом в семестре.

### **Примерный список тем по РГР**

Разработка в одном из математических пакетов (**Maxima, Octave, Wolfram Math, Maple, MathStudio** и др.) следующих тем

1. Отношение делимости
2. Алгоритм Евклида и его применения.

3. Простые числа
4. Решение диофантовых уравнений
5. НОК и НОД
6. Сравнения в кольце целых чисел .
7. Кольцо классов вычетов.
8. Признаки делимости и равноостаточности
9. Основные функции теории чисел
10. Цепные дроби.

Критерии оценки (в баллах):

— 10 баллов выставляется студенту за полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и при верно данных ответах на дополнительные вопросы.

— 5-9 баллов выставляется студенту в случае, если студент сделал полный и развернутый доклад на семинаре на заданную тему и не ответил на 1-2 дополнительных вопроса, либо сделал неполный и/или нечеткий доклад, но при этом ответил на все дополнительные вопросы.

— 1-4 балла выставляется студенту в случае, если студент сделал неполный доклад на семинаре на заданную тему и не ответил ни на один дополнительный вопрос. — 0 баллов выставляется студенту, если им не был сделан доклад на заданную тему.

### Контрольные работы

Для рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов предусмотрено проведение двух контрольных работ. Каждая контрольная работа состоит из четырех объемных заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение. Каждое задание оценивается в 2-4 балла. В случае, если студент не справляется с более чем половиной заданий по обоим контрольным, он не допускается к сдаче экзамена. У каждого студента есть возможность пересдать контрольную работу.

#### Примерный вариант контрольной работы

Каждому студенту назначается свои целые параметры  $a_1, a_2, a_3$  согласно списку или с помощью генератора случайных чисел.

1. Найти НОД и НОК чисел  $a_1, a_2, a_3$  двумя способами: с помощью алгоритма Евклида и с помощью разложения на простые множители (3 балла).
2. Построить полные и приведенные системы вычетов, а также таблицы Кэли для сложения и умножения в кольце классов вычетов по  $\text{mod } a_2$  (3 балла).
3. Разложить в цепную дробь числа  $\frac{a_1}{a_2}$  и десятичную дробь  $a, a_1 a_2 a_1 a_1 a_2 a_2 a_1 a_1 a_1 a_2 a_2 \dots$  (3 балла)
4. Решить уравнение в целых числах  $a_1^2 x - a_2 y = |a_3| + |a_2|$  двумя способами: с помощью алгоритма Евклида и с помощью цепных дробей (3 балла).

Описание методики оценивания:

12 баллов выставляется студенту, если все задачи решены верно; 9 баллов выставляется студенту, если 3 задачи решены верно; 6 баллов выставляется студенту, если 2 задачи решены верно; 3 балла выставляется студенту, если 1 задача решена верно.

## **5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **Основная литература**

- [1] Сизый С.В. Лекции по теории чисел. . – М.: Гос. изд-во физ.-матлит., 2008. – 192 с.
- [2] Алгебра и теория чисел. Учебное пособие под редакцией Н.Я.Виленкина. М.: изд.-во «Просвещение. 1984. – 192 с.
- [3] Александров В.А., Горшенин С.М. Задачник – практикум по теории чисел. – М.: изд.-во «Просвещение. 1972. – 80 с.
- [4] Борович З.И., Шафаревич И.Р. Теория чисел. – М.: Наука. 1985. – 504 с.
- [5] Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: изд-во «Просвещение». 1960.. – 576 с.
- [6] Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука. 1981. – 178 с.
- [7] Кочева А.А. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел. – М.: «Просвещение». 1984.– 41 с.
- [8] Кудреватов Г.А. Сборник задач по теории чисел. – М.: «Просвещение». 1970. – 128 с.
- [9] Нестеренко Ю.В. Теория чисел. – М., Изд. «Академия». 2008. . – 265 с.
- [10] Просветов Г.И. Теория чисел: Задачи и решения. – М. «Альфа Пресс. 2010. . – 72 с.
- [11] Серпинский В. 250 задач по теории чисел. – М.: «Просвещение». 1988. – 160 с.

#### **Дополнительная литература**

- [1d] 1. Айерланд К., Роузен М. Введение в современную теорию чисел. – М.: Мир. 1987. – 416 с.
- [2d] Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. «Введение в теорию чисел». – М., Изд. «Академия». 2008. – 152 с.

[3d] Манин Ю.И., Панчишкин А.А. Введение в теорию чисел. – М.: ВИНТИ 1990. – 135 с.

[4d] Хинчин А.Я. Цепные дроби. – М.: Гос. изд-во физ.-мат.лит., 1961. – 112 с.

## 5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. «Электронный читальный зал». Содержит учебную и научную литературу разных издательств, а также издания преподавателей БашГУ. 2 способа регистрации:

- Зайти в читальный зал №2 (физ.-мат. корпус БашГУ, 2 этаж), пройти в Зал Доступа к электронной информации и зарегистрироваться,
- Войти на страницу с ТЕРРИТОРИИ ВУЗА (то есть с любого компьютера, подключенного к локальной сети БашГУ): Зайти через сайт библиотеки БашГУ: [www.bashlib.ru](http://www.bashlib.ru) — ЭЛЕКТРОННО-БИБЛИОТЕЧНЫЕ СИСТЕМЫ — Электронный читальный зал — Кликнуть последовательно кнопки [инструкция по Ip вуза](#) и [инструкция по коду активации с любого компьютера](#) и действовать далее по указанным инструкциям.

После регистрации доступ возможен с любого компьютера. В «Электронном читальном зале» (<https://bashedu.bibliotech.ru>) можно можно, в частности, ознакомиться электронными вариантами учебников и пособий, приведенных в списках «Основная литература» и «Дополнительная литература».

2. <http://172.16.0.253/moodle> — внутривузовская система компьютерного тестирования БашГУ. После регистрации (физ.-мат. корпус БашГУ, 524 ауд.) можно записаться на курсы по матанализу, размещенные на этом сайте, и пройти компьютерное тестирование.
3. <http://dmvn.mexmat.net/calculus.php> — материалы для студентов Мех-Мата МГУ и др. вузов: конспекты лекций, программы экзаменов, задачи с контрольных и зачетов по анализу, алгебре, логике, теории вероятностей, программированию, физике и др.
4. <http://ihtik.lib.ru> — «Библиотека Ихтика» (Ихтиотека) — содержит около 220 тыс. книг. «Категорически разрешается и приветствуется использование, развитие, переработка и распространение материалов этого портала любыми способами и в любых формах».
5. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> — электронная библиотека сайта EqWorld — содержит DjVu- и PDF-файлы учебников, учебных пособий, сборников задач и упражнений, конспектов лекций, монографий, справочников и диссертаций по математике, механике и физике.
6. «Электронная библиотека БашГУ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>

7. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>

8. ЭБС «ЛАНЬ» <http://www.bashlib.ru/echitzal/> Приводятся ссылки на специальные сайты, перечень лицензионного или находящегося в свободном доступе программного обеспечения, необходимые для изучения данной дисциплины.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

| <b>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</b> | <b>Вид занятий</b>  | <b>Наименование оборудования, программного обеспечения</b> |
|--|---------------------|--|
| 1  | 2                   | 3  |
| Аудитория 511  | Лекции              | Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска           |
| Аудитория 511  | Семинарские занятия | Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска           |

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины История и методология прикладной математики и информатики  
очная (магистратура)  
форма обучения

| <b>Вид работы</b>   | <b>Объем дисциплины</b> |
|---|-------------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)   | 5/180                   |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем:  | 73.7                    |
| лекций  | 36                      |
| практических / семинарских  | 36                      |
| лабораторных  | 0                       |
|   |                         |
| РГР   | 8                       |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) | 1.2                     |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету  | 106.3                   |

Форма(ы) контроля:

экзамен 8 семестр

РГР 8 семестр

зачет \_ семестр

| №№ | Тема и содержание  | Форма изучения материалов |    |        |    |     | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам | Задания для самостоятельной работы | Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.) |
|----|--|---------------------------|----|--------|----|-----|---|------------------------------------|---|
|    |  | Всего                     | Лк | ПЗ/Сем | ЛР | СРС |   |                                    |   |
| 1  | 2  | 3                         | 4  | 5      | 6  | 7   | 8   | 9                                  | 10  |
| 1  | Числовые множества. Аксиоматика Пеано. Делимость в кольцах, свойства. Целостное кольцо, свойства. Отношение делимости, ассоцированности, их связь.                         | 13.3                      | 3  | 3      | 0  | 7.3 | [2]– [6], [1d]– [4d]  | [7]– [11]                          | Д/р   |
| 2  | Теорема о делении с остатком в кольце целых чисел. Общие делители. НОД. Алгоритм Евклида. Теорема о НОД. Теорема об общих делителях. Теорема о линейном представлении НОД. | 15                        | 3  | 3      | 0  | 9   | [2]– [6], [1d]– [4d]  | [7]– [11]                          | Д/р, постановка РГР   |

| 1 | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8                    | 9         | 10                      |
|---|--|----|---|---|---|---|----------------------|-----------|-------------------------|
| 3 | Взаимно простые числа. Простые числа, свойства. Теорема о разложении чисел на простые множители. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена.           | 15 | 3 | 3 | 0 | 9 | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р                     |
| 4 | Решение уравнений в целых числах.  | 15 | 3 | 3 | 0 | 9 | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р, этап РГР           |
| 5 | Общие кратные и НОК. Теорема о НОК.  | 15 | 3 | 3 | 0 | 9 | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р, этап РГР           |
| 6 | Сравнения, свойства. Сравнения в кольце целых чисел. Кольцо классов вычетов. Признак равноостаточности Паскаля. Полная система вычетов. Приведённая система вычетов. | 15 | 3 | 3 | 0 | 9 | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р, этап РГР           |
| 7 | Функция Эйлера. Вычисление функции Эйлера. Теорема Эйлера. Малая теорема Ферма.  | 15 | 3 | 3 | 0 | 9 | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р, контрольная работа |



| 1  | 2   | 3  | 4 | 5 | 6 | 7  | 8                    | 9         | 10            |
|----|---|----|---|---|---|----|----------------------|-----------|---------------|
| 8  | Представление вещественного числа цепной дробью. Представление рационального числа цепной дробью. Подходящие дроби. Несократимость подходящей дроби. Разность соседних подходящих дробей. Оценка снизу знаменателя подходящей дроби. Сходимость подходящих дробей | 15 | 3 | 3 | 0 | 9  | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р, этап РГР |
| 9  | Тождество Гаусса. Сравнения первой степени и их решение. Неопределенные уравнения. Системы сравнений. Решение систем сравнений. Китайская теорема об остатках. Теорема Вильсона.  | 15 | 3 | 3 | 0 | 9  | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р, этап РГР |
| 10 | Сравнения высшей степени по простому модулю. Сравнения по составному модулю. Показатель класса. Первообразные корни, теоремы о существовании первообразных корней. Индексы, таблицы индексов. Теоремы о первообразных корнях и индексах.                          | 19 | 1 | 3 | 0 | 15 | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р, этап РГР |

| 1  | 2   | 3     | 4  | 5  | 6 | 7     | 8                    | 9         | 10                                  |
|----|---|-------|----|----|---|-------|----------------------|-----------|-------------------------------------|
| 11 | Двучленные сравнения по простому модулю. Вычет n-ой степени по простому модулю. Теорема о числе классов вычетов. Показательные сравнения. Сравнения 2-ой степени по простому модулю. Критерий Эйлера. | 15    | 3  | 3  | 0 | 9     | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р, этап РГР                       |
| 12 | Теорема о числе квадратичных вычетов. Примеры. Символ Лежандра, свойства символа Лежандра. Закон взаимности. Символ Якоби.  | 15    | 3  | 3  | 0 | 9     | [2]- [6], [1d]- [4d] | [7]- [11] | Д/р, контрольная работа, защита РГР |
|    | Всего часов   | 178.3 | 36 | 36 | 0 | 106.3 |                      |           |                                     |

Теория чисел

Направление подготовки  
01.03.01 «Математика», курс 4, семестр 2(8)

## • 8 семестр

## 1. Рейтинг-план (экзамен)

| Виды учебной деятельности студентов                          | Балл за конкретное задание | Число заданий за семестр | Минимальный балл | Максимальный балл |
|--|----------------------------|--------------------------|------------------|-------------------|
| 1  | 2                          | 3                        | 4                | 5                 |
| <b>Делимость, сравнение по mod <math>m</math></b>            |                            |                          |                  |                   |
| <b>Текущий контроль</b>                                      |                            |                          | <b>0</b>         | <b>25</b>         |
| Постановка РГР   |                            |                          | 0                | 9                 |
| 2. Домашняя работа   | 0.5                        | 8                        |                  | 4                 |
| <b>Рубежный контроль</b>                                     |                            |                          |                  |                   |
| Контрольные вопросы на лекции                                | 3                          | 4                        |                  | 12                |
| <b>Цепные дроби, функции теории чисел</b>                    |                            |                          |                  |                   |
| <b>Текущий контроль</b>                                      |                            |                          | <b>0</b>         | <b>20</b>         |
| 1. Этапы РГР   |                            |                          |                  | 6                 |
| 2. Домашняя работа   | 0.5                        | 8                        |                  | 4                 |
| <b>Рубежный контроль</b>                                     |                            |                          | <b>0</b>         | <b>10</b>         |
| этап РГР   |                            |                          |                  | 10                |
| <b>Диофантовы уравнения</b>                                  |                            |                          |                  |                   |
| <b>Текущий контроль</b>                                      |                            |                          | <b>0</b>         | <b>25</b>         |
| 1. Этапы РГР   |                            |                          | 0                | 9                 |
| 2. Домашняя работа   | 0.5                        | 8                        |                  | 4                 |
| <b>Рубежный контроль</b>                                     |                            |                          | <b>0</b>         | <b>10</b>         |
| Контрольная работа   | 3                          | 4                        |                  | 12                |
| <b>Поощрительные баллы</b>                                   |                            |                          |                  |                   |
| 1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов              |                            |                          | 0                | 5                 |
| 2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций |                            |                          | 0                | 5                 |
| <b>Посещаемость</b>  |                            |                          |                  |                   |
| 1. Посещение лекционных занятий                              |                            |                          | -6               | 0                 |
| 2. Посещение семинарских занятий                             |                            |                          | -10              | 0                 |
| <b>Итоговый контроль</b>                                     |                            |                          | <b>0</b>         | <b>30</b>         |
| РГР  |                            |                          | 0                | 10                |
| Экзамен  |                            |                          | 0                | 20                |
| Итого  |                            |                          | 45               | 100               |