

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 10 от « 25 » июня 2018 г.  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / Юмагулов М.Г.

Согласовано:  
Председатель УМК факультета /института  
\_\_\_\_\_ / Ефимов А.М.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

дисциплина Уравнения с частными производными

*(наименование дисциплины)*

Вариативная часть

*(Цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору))*

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)

01.03.01 «Математика»

*(указывается код и наименование направления подготовки (специальности))*

Направленность (профиль) подготовки

«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Квалификация

бакалавр

*(указывается квалификация)*

Разработчики (составители) <u>Профессор, д.ф.-м.н., профессор</u>  <u>доцент, к.ф.-м.н., доцент.</u>	_____ / <u>А.В. Жибер</u>
	_____ / <u>Н.А. Сидельникова</u>

Для приема: 2018

Уфа 2018

Составитель / составители: А.В.Жибер - д.ф.-м.н., профессор , Н.А. Сидельникова - к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры протокол от № 9 от « 23 » июня 2017 г

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
  - 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
  - 4.3. *Рейтинг-план дисциплины (при необходимости)*
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)**

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения <sup>1</sup>		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	Знать: содержание материала по предмету, основные методы решения задач, основные теоремы преподаваемой дисциплины	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	
Умения	Уметь: решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	
Владения (навыки / опыт деятельности)	Владеть: способностью корректно поставить задачу, классическими и современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета.	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	

<sup>1</sup>Должны соответствовать картам компетенций.

## **2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Уравнения с частными производными» относится к *вариативной* части.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5,6 семестрах.

Цели изучения дисциплины: обзор некоторых наиболее распространенных методов исследования и решения основных классических задач для уравнений с частными производными.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения».

## **3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

#### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

##### 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции:

ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	<b>Знать:</b> содержание материала по предмету, основные методы решения задач, основные теоремы преподаваемой дисциплины	Отсутствие знаний	Частичные знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины	Полные и четкие знания содержания материала по предмету, основных методов решения задач, основных теорем преподаваемой дисциплины
Второй этап (уровень)	<b>Уметь:</b> решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	Отсутствие умений	Фрагментарные умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять	Сформированное умение решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность

				корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	поставленной задачи, применять на практике знания по предмету
Третий этап (уровень)	<b>Владеть:</b> способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	Отсутствие владений	В целом успешные, но не систематические владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	Успешные владения способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена:* текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета:* текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена:*

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

*для зачета:*

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Этапы	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные
-------	---------------------	-------------	-----------

освоения			средства
1-й этап Знания	<b>Знать:</b> содержание материала по предмету, основные методы решения задач, основные теоремы преподаваемой дисциплины	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Контрольная работа, РГР, экзамен
2-й этап Умения	<b>Уметь:</b> решать задачи по преподаваемой дисциплине, определять корректность поставленной задачи, применять на практике знания по предмету	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Контрольная работа, РГР, экзамен
3-й этап Владеть навыками	<b>Владеть:</b> способностью корректно поставить задачу, классическими современными методами дисциплины, понятийным аппаратом предмета	ПК-2: способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Контрольная работа, РГР, экзамен

#### 4.3. *Рейтинг-план дисциплины (при необходимости)*

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

#### **Экзаменационные билеты**

Структура экзаменационного билета: билет состоит из двух теоретических вопросов

Примерные вопросы для экзамена:

1. Вывод уравнения колебания струны
2. Вывод уравнения колебания мембраны
3. Вывод уравнений гидродинамики
4. Вывод уравнения распространения тепла
5. Вывод уравнения неразрывности при движении жидкости и уравнения Лапласа
6. Локальная классификация уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными
7. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными
8. Понятие характеристики линейного уравнения второго порядка. Роль характеристик в постановке задачи Коши



9. Определение системы Коши-Ковалевской и постановка задачи Коши для неё
10. Задача Коши с аналитическими данными. Теорема Коши-Ковалевской
11. Понятие корректности задач математической физики. Пример Адамара
12. Одномерное волновое уравнение. Формула Даламбера
13. Волновое уравнение с тремя пространственными переменными. Формула Кирхгофа
14. Волновое уравнение с двумя пространственными переменными. Формула Пуассона. Метод спуска
15. Понятие области зависимости, области влияния и области определения
16. Неоднородное волновое уравнение. Случай трех пространственных переменных. Запаздывающий потенциал
17. Неоднородное волновое уравнение случай двух и одной пространственных переменных
18. Единственность решения задачи Коши
19. Корректность постановки задачи Коши
20. Задача Гурса
21. Некорректно поставленные задачи
22. Функция Римана
23. Уравнение теплопроводности. Принцип максимума
24. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности
25. Задача Коши. Гладкость решения
26. Неоднородное уравнение теплопроводности
27. Гармонические функции. Свойства гармонических функций. Понятие регулярной гармонической функции в бесконечно удаленной точке
28. Формулы Грина для гармонических функций
29. Интегральное представление гармонических функций
30. Теоремы о среднем для гармонических функций. Принцип экстремума
31. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа
32. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре. Формула Пуассона
33. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в полупространстве. Формула Пуассона
34. Основное свойство знакопостоянных гармонических функций. Теорема Лиувилля
35. Теорема Гарнака для гармонических функций
36. Потенциалы простого и двойного слоя. Простейшие свойства, формулы для скачка
37. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям. Применение теории Фредгольма к решению задач Дирихле и Неймана
38. Определение обобщенного решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона.
39. Решение смешанной задачи для уравнения колебания струны
40. Общие свойства собственных функций и собственных значений

41. Обоснование метода Фурье
42. Изучение колебания мембраны.

Образец экзаменационного билета

**ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»**

**Факультет математики и информационных технологий**

**Кафедра дифференциальных уравнений**

Направление подготовки 01.03.01 Математика

дисциплина: «Уравнения в частных производных»,

II (6) сем. 20\_\_ - \_\_ учебного года

**Экзаменационный билет № 1**

1. Вывод уравнения колебания мембраны
2. Теорема Гарнака для гармонических функций

Преподаватель Сидельникова Н.А. / \_\_\_\_\_ /

Зав. кафедрой Юмагулов М.Г. / \_\_\_\_\_ /

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

*Примерные критерии оценивания ответа на экзамене (только для тех, кто учится с использованием модульно-рейтинговой системы обучения и оценки успеваемости студентов):*

**Критерии оценки (в баллах):**

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- 1-10 баллов выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

### Задания для контрольной работы №1

1. Решить задачу Коши:

$$3u_x - 4u_y + e^{4x+3y} u = 0,$$

2. Решить задачу Коши:

$$3u_x + u_{zz} - 2u_{zz} = x + y,$$

### Задания для контрольной работы №2

1. Решить задачу Коши методом факторизации:

$$3u_{xxx} + 2u_{xxy} - u_{xyy} - 2u_{yyy} = 0,$$
$$u(x, 0, z) = x(z - 1).$$

2. Определить тип уравнения:

$$u_{xy} + u_{yz} + u_{xz} - 3x^2 u_y + y \sin x u + x e^{-y} = 0.$$

### Задания для контрольной работы №3

1. Определить тип системы:

$$u_x + v + 7u_y - 2u = 0,$$
$$3u_x + 3v_x + 31u_y + v - e^y \sin x = 0.$$

2. Привести уравнение к каноническому виду:

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + a u_x + b u_y + gu = 0.$$

### Задания для контрольной работы №4

1. Сформулировать задачу о малых продольных колебаниях упругого однородного стержня переменного сечения  $S = S(x)$  длины  $l$  при произвольных начальных условиях для случаев

а) стержень имеет форму усеченного конуса с радиусами оснований  $r$  и  $R$  ( $r < R$ ),

которые закреплены жестко.

б) конец стержня  $x = 0$  закреплен упруго, а конец  $x = l$ , начиная с момента  $t = 0$ ,

приложена продольная сила  $F(t)$  на единицу площади сечения.

2. В полосе  $0 < x < l, t > 0$  для уравнения  $u_{tt} = a^2 u_{xx}$  решить смешанную

задачу с условиями:

$$u(0, t) = u(l, t) = 0,$$
$$u(x, 0) = 0, u(x, 0) = \sin^2 x.$$

## Задания для контрольной работы №5

1. В полосе  $0 < x < l, t > 0$  для уравнения  $u_t = a^2 u_{xx}$  решить смешанную задачу с условиями:  $u(0, t) = u(l, t) = 0, u(x, 0) = Ax$ .
2. Найти решение уравнения Лапласа в полуполосе  $0 < x < \Gamma, 0 < y < l$  соответственно по краевым условиям

$$u(x, 0) = u_y(x, l) = 0, \quad u(0, y) = f(y), u(\Gamma, y) = 0$$

Описание методики оценивания:

### Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

## Задания для РГР

В 6-ом семестре студенту представляется одна расчетно-графическая работа (РГР). Каждая РГР состоит из 2-х заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение.

**Задание 1.** Определить тип уравнений. Привести к каноническому виду.

1.  $u_{xx} + 2u_{xy} + 5u_{yy} - 32u_y = 0$ .
2.  $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 9u_x + 9u_y = 0$
3.  $2u_{xx} + 3u_{xy} + u_{yy} + 7u_x + 4u_y = 0$ .
4.  $u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} - 3u_x - 15u_y + 27x = 0$ .
5.  $9u_{xx} - 6u_{xy} + u_{yy} + 10u_x - 15u_y + x - 2y = 0$ .
6.  $u_{xx} + 2u_{xy} + 10u_{yy} - 24u_x + 42u_y + 2(x + y) = 0$ .
7.  $u_{xx} + 4u_{xy} + 13u_{yy} + 3u_x + 24u_y + 9(x + y) = 0$ .
8.  $u_{xx} - 4u_{xy} + 5u_{yy} - 3u_x + u_y = 0$
9.  $u_{xx} - 6u_{xy} + 9u_{yy} - u_x + 2u_y = 0$ .
10.  $2u_{xy} - 4u_{yy} + u_x - 2u_y + x = 0$ .
11.  $u_{xy} + 2u_{yy} - u_x + 4u_y = 0$ .
12.  $2u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 4u_x + 4u_y = 0$

$$13. u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 3u_x - 5u_y = 0.$$

$$14. u_{xx} - u_{yy} + u_x + u_y = 0.$$

$$15. u_{xx} + u_{xy} - u_y + 4x = 0.$$

$$16. 3u_{xx} + u_{xy} + 3u_x + u_y + y = 0.$$

$$17. u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} - 2u_x - 2u_y = 0.$$

$$18. 5u_{xx} + 16u_{xy} + 16u_{yy} + 24u_x + 32u_y = 0.$$

$$19. u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} - 3u_x + 12u_y = 0$$

$$20. y^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} + x^2 u_{yy} = 0$$

Задание 2. Решить методом разделения переменных следующую задачу для неоднородного волнового уравнения:

1.  $utt = a^2 u_{xx} + Ax + B, 0 < x < 1, t > 0,$   
 $u(0, t) = U_1, u(1, t) = U_2,$   
 $u(x, 0) = U_1 (1 - l^{-1} x) + U_2 l^{-1} x, ut(x, 0) = 0,$   
 а)  $A = 2, B = 1, U_1 = 1, U_2 = 0,$   
 б)  $A = 1, B = 2, U_1 = 0, U_2 = 1,$   
 в)  $A = 1, B = 0.$

2.  $utt = a^2 u_{xx} + Ax + B, 0 < x < 1, t > 0,$   
 $u_x(0, t) = 0, u(1, t) = U,$   
 $u(x, 0) = U, ut(x, 0) = V,$   
 а)  $A = 2, B = 1, U = 1, V = 0$   
 б)  $A = 3, B = 1, U = 2, V = 1$   
 в)  $A = 1, B = 0, U = 1, V = 2.$

3.  $utt = a^2 u_{xx} + Ax + B, 0 < x < 1, t > 0,$   
 $u(0, t) = U, u_x(1, t) = 0,$   
 $u(x, 0) = U, ut(x, 0) = V,$   
 а)  $A = 2, B = 1, U = 1, V = 0$   
 б)  $A = 4, B = 1, U = 2, V = 1$   
 в)  $A = 1, B = 0, U = 1, V = 2.$

4.  $utt = a^2 u_{xx} + Ax + B, 0 < x < 1, t > 0,$   
 $u_x(0, t) = u_x(1, t) = 0,$   
 $u(x, 0) = U, ut(x, 0) = V,$   
 а)  $A = 2, B = 1, U = 1, V = 0$   
 б)  $A = 1, B = 1, U = 2, V = 1$   
 в)  $A = 1, B = 0, U = 1, V = 2.$

5.  $utt = a^2 u_{xx} + A \sin x + B, 0 < x < 1, t > 0,$   
 $u(0, t) = U_1, u(1, t) = U_2,$   
 $u(x, 0) = U_1 (1 - l^{-1} x) + U_2 l^{-1} x, ut(x, 0) = V,$   
 а)  $A = 2, B = 1, U_1 = 1, U_2 = 0,$   
 б)  $A = 1, B = 2, U_1 = 0, U_2 = 1,$   
 в)  $A = 1, B = 0.$

### Критерий оценивания РГР:

Зачтено, если правильно решено 2 задания,

Не зачтено, если не решено 2 задания.

### Задания для домашней работы

В 5-м и 6-ом семестрах студенту представляется домашняя работа по каждому из пяти модулей. Каждая домашняя работа состоит из 2-х заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение.

### Типовое домашнее задание 1 (модуль 1)

1. Бесконечной струне сообщается поперечная начальная скорость  $v^0 = \text{const}$  на интервале  $(-1, 1)$ , при  $a=1$ . Решить задачу о колебаниях струны.
2. Полубесконечная струна с жестко закрепленным концом возбуждена начальным отклонением, отличным от нуля, на отрезке  $(c, 3c)$ , имеющим форму ломаной с вершинами  $c, 2c, 3c$ . Начертить профиль струны для моментов времени  $t_v = cv/2a$ ,  $v=2, 4, 6$ .

#### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	1
Максимальный балл	2

### Типовое домашнее задание 2 (модуль 2)

1. Найти потенциал простого слоя, распределенного с постоянной плотностью на сфере радиуса  $R$ .
2. Вычислить потенциал объема для шара радиуса  $R$ , с заданной постоянной плотностью.

#### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	2
Максимальный балл	4

### Типовое домашнее задание 3 (модуль 3)

1. Решить задачу о свободных колебаниях однородной круглой мембраны радиуса  $R$ , закрепленной по краю, если начальное отклонение имеет форму параболоида вращения, а начальная скорость равна нулю.
2. Решить задачу о свободных колебаниях однородной круглой мембраны радиуса  $R$ , закрепленной по краю, если начальное отклонение имеет форму  $f(r)$ , а начальная скорость изменяется по закону  $F(r)$ .

#### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	2
Максимальный балл	4

1.

### Типовое домашнее задание 4 (модуль 1)

1. Найти обобщенную производную функции  $f(x)=\theta(x)\cdot\cos x$ .
2. Найти обобщенную производную функции  $f(x)=|x|\cdot\sin x$ .

#### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	2
Максимальный балл	5

### Типовое домашнее задание 5 (модуль 2)

1. Найти обобщенную производную  $\theta'(-x)$ .
2. Найти обобщенную производную  $(\operatorname{sign} x)'$ .

#### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	2
Максимальный балл	5

### Задания для аудиторной работы

В 5-м и 6-ом семестрах студенту представляется аудиторная работа по каждому из пяти модулей. Каждая аудиторная работа состоит из двух заданий. Задача считается правильно решенной, если студентом приведено подробное и полное ее решение.

### Типовое аудиторное задание 1 (модуль 1)

1. Решить задачу о распространение тепла в тонком однородном стержне длины  $l$  ( $0 < x < l$ ) ,боковая поверхность которого теплоизолирована, а концы  $x=0$ ,  $x=l$  поддерживаются при нулевой температуре.
2. Дан тонкий однородный стержень, длины  $l$  ( $0 < x < l$ ), боковая поверхность которого теплоизолирована. Найти распределение температуры  $u(x,t)$  в стержне, если концы стержня теплоизолированы.

#### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	1
Максимальный балл	3

### Типовое аудиторное задание 2 (модуль 2)



1. Дан однородный шар радиуса  $R$  с центром в начале координат. Определить температуру внутри шара, если его внешняя поверхность поддерживается при нулевой температуре, а начальная температура зависит только от расстояния от центра шара.
2. Дана тонкая однородная прямоугольная пластинка, контур которой поддерживается при нулевой температуре. Пластинка закреплена по контуру, начальное распределение температуры задано и требуется определить температуру пластинки в любой момент времени  $t > 0$ , в предположении, что тепловой обмен между боковой поверхностью пластинки с окружающей средой отсутствует.

### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	3
Максимальный балл	6

### Типовое аудиторное задание 3 (модуль 3)

1. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге, радиуса  $r=1$ , при условии, что  $u(1,t)=\cos\varphi$ .
2. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круговом кольце ( $1 < r < 2$ ), при условии, что  $u(1,t)=v^\circ=\text{const}$ ,  $u(2,t)=v^2=\text{const}$ .

### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	3
Максимальный балл	6

### Типовое аудиторное задание 4 (модуль 1)

1. Найти стационарное распределение температуры  $u(x,y)$  в прямоугольной однородной пластинке  $0 < x < a$ ,  $0 < y < b$ , если ее стороны  $x=a$ ,  $y=b$  покрыты тепловой изоляцией, а две другие стороны  $x=0$ ,  $y=0$  поддерживаются при нулевой температуре и в пластинке выделяется тепло с постоянной плотностью  $q$ .
2. Найти распределение потенциала электростатического поля  $u(x,y)$  внутри коробки прямоугольного сечения, две противоположные грани ( $x=-a$ ,  $x=a$ ) которой имеют потенциал  $v^\circ=\text{const}$ , а остальные грани ( $y=-b$ ,  $y=b$ ) заземлены.

### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	5
Максимальный балл	10

### Типовое аудиторное задание 5 (модуль 2)

1. Найти логарифмический потенциал для круга радиуса  $R$ , с плотностью  $v^{\circ}=\text{const}$ .
2. Найти логарифмический потенциал двойного слоя для отрезка  $-a < x < a, y=0$ , с постоянной плотностью  $v^{\circ}=\text{const}$ .

#### Критерии оценки

Показатель оценки	Распределение баллов
Не выполнены пункты 1 и 2	0
Выполнены пункты 1 или 2	5
Максимальный балл	10

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Васильева А. Б. — М. : Физматлит, 2005 .— 214с. — () .— Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Университетская библиотека online" .— ISBN 5-9221-0628-7 .— <URL:<http://www.biblioclub.ru/book/68123/>>.
2. Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. – СПб.: Лань, 2008. Точка доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/140/>
3. Уравнения математической физики [Электронный ресурс] / Владимиров В. С. — М. : Физматлит, 2008 .— 201 с. — Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему «Университетская библиотека online .— ISBN 978-5-9221-0310-7 .— <URL:<http://www.biblioclub.ru/book/68126/>>.

#### Дополнительная литература:

4. Андреев, Александр Николаевич. Избранные главы теории дифференциальных уравнений [Текст] : учебное пособие / А. Н. Андреев ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : [б. и.], 2012. - 111 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=44307](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=44307)

### 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

#### .2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://elib.bashedu.ru/">https://elib.bashedu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://www.biblioclub.ru/">http://www.biblioclub.ru/</a>

3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>
	общероссийский математический портал				<a href="http://www.mathnet.ru">www.mathnet.ru</a>
	Электронный каталог НБ КемГУ				<a href="http://www.library.kemsu.ru">www.library.kemsu.ru</a>
	Научная электронная библиотека				<a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>
	электронная библиотека механико-математического факультета МГУ				<a href="http://www.lib.mexmat.ru">www.lib.mexmat.ru</a>
	Новая электронная библиотека				<a href="http://www.newlibrary.ru">www.newlibrary.ru</a>
	Федеральный портал российского образования				<a href="http://www.edu.ru">www.edu.ru</a>

### 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
--	---	--

<p><b>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> аудитории № 501, 530 (физмат корпус - учебное).</p> <p><b>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> аудитории № 531, 526 (физмат корпус - учебное).</p> <p><b>3. учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> аудитории № 501, 530, 526</p> <p><b>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитории № 531, 526 (физмат корпус - учебное).</p> <p><b>5. помещения для самостоятельной работы:</b> читальный зал № 2 (физмат</p>	<p><b>Аудитория № 501</b> Учебная мебель, доска, персональный комп. и системный блок /Core i5-4460(3.2)/CIGABAYTE GV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер Logitech Wireless Presenter R400 (210134000003592), проектор Sony VPL-DX270, экран ручной ViewScreen Lotus 244x183 WLO-4304</p> <p><b>Аудитория №530</b> Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p><b>Аудитория №531</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32.</p> <p><b>Аудитория №526</b> Учебная мебель, доска настенная меловая</p> <p><b>Читальный зал №2</b></p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</p>
---	--	--

корпус - учебное).	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	
--------------------	--	--

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Уравнения с частными производными на 5 семестр  
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3/108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	36
практических/ семинарских	
лабораторных	36
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

Форма(ы) контроля:

экзамен \_\_\_\_\_ семестр

зачет 5 семестр

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Уравнения с частными производными на 6 семестр  
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	5/180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	16
практических/ семинарских	32
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1,7
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	86,5
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	43,8

Форма(ы) контроля:

экзамен 6 семестр

зачет \_\_\_\_\_ семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Введение	6	6	6	24,46	1 – 4	2.2, 2.3., 2.4, 2.11	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
2.	Уравнения гиперболического типа	12	6	8	24,46	1 – 4	12.36 12.37, 12.38, 20.1, 20.2, 20.6, 20.9, 20.14, 20.15, 20.16	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
3.	Уравнения параболического типа	14	8	8	24,46	1 – 4	13.5, 13.6, 13.7, 20.40, 20.41, 20.45	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
4.	Уравнения эллиптического типа	12	6	8	24,46	1 – 4	16.1, 16.2, 16.3, 16.4, 16.5, 16.6, 16.7, 16.8, 16.9, 16.10, 16.13, 16.20	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
5	Метод разделения переменных (метод Фурье)	8	6	6	24,46	1 – 4	16.21, 16.22, 16.24, 16.25, 16.26, 20.46, 20.18	Контрольная работа, РГР, аудиторная работа
	<b>Всего часов:</b>	52	32	36	122,3			



**Рейтинг – план дисциплины**

Уравнения с частными производными

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление/специальность 01.03.01 Математика

курс 3, семестр 5

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
1. Аудиторная работа, работа на семинаре				<b>3</b>
2. Домашняя работа				<b>2</b>
<b>Рубежный контроль</b>				
Контрольная работа	<b>1</b>	<b>5</b>		<b>5</b>
<b>Модуль 2.</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>20</b>
1. Аудиторная работа				<b>6</b>
2. Домашняя работа				<b>4</b>
<b>Рубежный контроль</b>				
Контрольная работа	<b>2</b>	<b>5</b>		<b>10</b>
<b>Модуль 3.</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>20</b>
1. Аудиторная работа, работа на семинаре				<b>6</b>
2. Домашняя работа				<b>4</b>
<b>Рубежный контроль</b>				
Контрольная работа	<b>2</b>	<b>5</b>		<b>10</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			<b>0</b>	<b>5</b>
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			<b>0</b>	<b>5</b>
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>-6</b>
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>-10</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
Зачет			<b>0</b>	<b>50</b>
Итого			<b>60</b>	<b>100</b>

## Рейтинг – план дисциплины

### Уравнения с частными производными

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление/специальность 01.03.01 Математика

курс 3, семестр 6

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1.</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
1. Аудиторная работа, работа на семинаре				<b>10</b>
2. Домашняя работа				<b>5</b>
<b>Рубежный контроль</b>				
Контрольная работа	<b>10</b>	<b>2</b>		<b>20</b>
<b>Модуль 2.</b>				
<b>Текущий контроль</b>				<b>35</b>
1. Аудиторная работа				<b>10</b>
2. Домашняя работа				<b>5</b>
<b>Рубежный контроль</b>				
Контрольная работа	<b>4</b>	<b>5</b>		<b>20</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			<b>0</b>	<b>5</b>
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			<b>0</b>	<b>5</b>
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
3. Посещение лекционных занятий			<b>0</b>	<b>-6</b>
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			<b>0</b>	<b>-10</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
Экзамен			<b>0</b>	<b>30</b>
<b>Итого</b>			<b>45</b>	<b>100</b>