

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Актуализировано:  
на заседании кафедры  
протокол от 23.06.2017 №9  
Зав. кафедрой  / М.Г. Юмагулов

Согласовано:  
Председатель УМК факультета  
 / А.М. Ефимов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

*Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике*

*Вариативная часть*

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)  
*01.03.01 «Математика»*

Направленность (профиль) подготовки  
*«Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление»*

Квалификация  
Бакалавр

Разработчик (составитель)  
доцент, к.ф.-м.н., доцент

 / Сагитова А.Р.

Для приема 2015 г.

Уфа 2017 г.

Составитель / составители: доцент, к.ф.-м.н., доцент, Сагитова А.Р.

Рабочая программа актуализирована на заседании кафедры дифференциальных уравнений, протокол от 23.06.2017 №9

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры дифференциальных уравнений:

- обновлен список литературы,
  - обновлен фонд оценочных средств,
  - обновлен необходимый комплект лицензионного программного обеспечения,
  - обновлен перечень современных профессиональных баз данных (в том числе международных реферативных баз данных научных изданий) и информационных справочных систем,
- протокол 25.06.2018 №10

Заведующий кафедрой

 / М.Г. Юмагулов /

## Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
  - 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
  - 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
  - 4.3. Рейтинг-план дисциплины
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
  - 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
  - 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

**ПК-2** - способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечания
Знания	<u>Знать</u> : постановки классических задач теории линейных операторов, их приложения в математической физике.	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	
Умения	<u>Уметь</u> : применять известные методы решения задач теории линейных операторов, корректно применять их при решении задач математической физики.	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	
Владения (навыки / опыт деятельности)	<u>Владеть</u> - способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи - способностью оценивать корректность поставленных задач математики.	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	

## 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы .

Дисциплина «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике» является дисциплиной по выбору в цикле Б1 Дисциплины (модули). Она изучается на 3 курсе в 6 семестре.

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике» являются:

- сформировать у будущих специалистов современные теоретические знания в области теории линейных операторов и практические навыки в решении и исследовании основных типов уравнений связанных с ними,
- ознакомить студентов с соответствующими приложениями этой теории в математической физике.

Дисциплина «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике» логически и содержательно-методически тесно связана с такими дисциплинами как «Уравнения

в частных производных», «Дифференциальные уравнения», «Дифференциальные уравнения. Практикум».

Изучение дисциплины является одним из необходимых элементов подготовки специалистов по данному направлению.

### 3.Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в *Приложение № 1*.

### 4.Фонд оценочных средств по дисциплине

#### 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

Код и формулировка компетенции **ПК-2** - способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 «Не удовлетворительно»	3 «Удовлетворительно»	4 «Хорошо»	5 «Отлично»
Первый этап	<u>Знать:</u> постановки классических задач теории линейных операторов, их приложения в математической физике.	Имеет частичные знания об основных понятиях и законах «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике».	В целом знает об основных понятиях и законах «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике».	Знает об основных понятиях и законах «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике», но допускает незначительные ошибки.	Знает об основных понятиях и законах «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике».
Второй этап	<u>Уметь:</u> - применять известные методы решения задач теории линейных операторов, - корректно применять их при решении задач	Не показывает сформированные умения в решении задач по	Умеет частично решать задачи по дисциплине «Теория линейных	Показывает в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы	Успешное и систематическое применение методов решения задач

	математической физики.	дисциплине «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике» Не умеет анализировать и применять физические законы для решения задач.	операторов и ее приложения в математической физике» Не умеет анализировать и применять физические законы для решения задач. Не в полной мере применяет физические законы для решения задач	использование методов решения задач по дисциплине «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике». Применяет физические законы для решения задач.	«Теории линейных операторов и ее приложения в математической физике». Анализирует и применяет физические законы для решения задач.
Третий этап	<u>Владеть</u> - способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи - способностью оценивать корректность поставленных задач математики.	Фрагментарно владеет навыкам и методами «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике».	В целом успешное, но не систематически применяет навыки и методами «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике».	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков и методов «Теории линейных операторов и ее приложения в математической физике».	Владеет в полной мере методами «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике».

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10)

Шкалы оценивания:

(для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1 этап Знания	<u>Знать</u> : постановки классических задач теории линейных операторов, их приложения в математической физике.	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	Контрольная 1. Домашняя контрольная работа № 1,2.
Умения	<u>Уметь</u> : применять известные методы решения задач теории линейных операторов, корректно применять их при решении задач математической физики.	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	Контрольная 2. Домашняя контрольная №3. Тест.
Владения (навыки / опыт деятельности)	<u>Владеть</u> - способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи - способностью оценивать корректность поставленных задач математики.	ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	экзамен

Текущая, промежуточная и итоговая аттестация проводится по модульно-рейтинговой системе согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов.

**Текущий контроль** – это контроль над всеми видами аудиторной и внеаудиторной работы студентов по данному дисциплинарному модулю, результаты которой оцениваются до рубежного контроля.

Текущий контроль по теоретическому материалу модуля (лекционному и материалу самостоятельного изучения) проводится в форме тестового опроса или в виде письменного блиц-опроса по вопросам, требующим краткого ответа. Это основные определения, вопросы на понимание алгоритмов. Каждый вопрос оценивается как часть от максимального балла, назначенного на данный текущий контроль. В зависимости от объема модуля проводится 1-2 текущих контроля.

**Рубежный контроль** – проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом.

Рубежный контроль проводится в форме тестового опроса или в виде письменного блиц-опроса по 5 вопросам, требующим краткого ответа. Каждый вопрос оценивается как часть от максимального балла, назначенного на рубежный контроль. Вопросы охватывают материал целого модуля и также включают темы лекционных занятий и самостоятельной работы. А так же в виде итоговой контрольной работы.

По результатам суммарного текущего контроля по всем видам учебной деятельности и рубежного контроля выставляется промежуточный контроль.

**Итоговый контроль** – форма контроля, проводимая по завершении изучения дисциплины в семестре.

Итоговый контроль проводится в форме экзамена по теоретическому и практическому материалам.

#### СПИСОК ВОПРОСОВ.

1. Линейные операторы. Основные виды линейных операторов, встречающиеся в уравнениях математической физики.
2. Интегральные уравнения, определение. Классификация. Линейные интегральные уравнения.
3. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача Абеля. Задача о колебаниях струны.
4. Уравнения Вольтерра 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями. Метод последовательных приближений. Решение с помощью резольвенты методом итерированных ядер.
5. Метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнения Фредгольма 2-го рода.
6. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения. Определитель Фредгольма. Альтернатива Фредгольма.
7. Элементы функционального анализа. Вполне непрерывные операторы в гильбертовых пространствах. Уравнения Фредгольма 2-го рода с симметричным ядром. Свойства собственных функций и характеристических чисел. Теорема о конечном спектре. Теорема Гильберта-Шмидта. Разложение резольвенты по собственным функциям ядра. Разложение итерированных ядер в ряд по собственным функциям.
8. Применение преобразований Лапласа и Фурье при решении интегральных уравнений.

#### УМЕТЬ ФОРМУЛИРОВАТЬ:

**Определения:** 1) Интегральное уравнение Фредгольма 2-го и 1-го рода.

2) Интегральные уравнения Вольтерра 2-го и 1-го рода.

3) Ядра симметричные, вырожденные, итерированные.

4) Характеристические числа и собственные функции.

5) Ортогональность функций в пространстве  $C[a, b], L^2[a, b]$ .

6) Нормированность функций в пространстве  $C[a, b], L^2[a, b]$ .

7) Метрика, норма, скалярное произведение, линейное пространство, Гильбертово и евклидово пространство, компактные множества, вполне непрерывные операторы, оператор Фредгольма, симметричные и самосопряженные операторы.

8) нелинейные интегральные уравнения, пример.

**Утверждения:** 1) Метод последовательных приближений.

2) Метод итерированных ядер.

- 3) Теорема Гильберта-Шмидта, применение к неоднородному уравнению Фредгольма 2-го рода.
- 4) 1-я, 2-я, 3-я теоремы Фредгольма, альтернатива Фредгольма.
- 5) Свойства характеристических чисел и собственных функций.
- 6) Разложение резольвенты симметричного ядра.

*Примерные критерии оценивания ответа на экзамене (только для тех, кто учится с использованием модульно-рейтинговой системы обучения и оценки успеваемости студентов):*

**Критерии оценки (в баллах):**

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос

## ОБРАЗЦЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

### ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет» Факультет математики и информационных технологий Кафедра дифференциальных уравнений

Направление подготовки (01. 03. 01) *Математика*

дисциплина: «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике»

6 сем. 20\_\_ - \_\_ учебного года

#### Экзаменационный билет № 1

1. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения. Определитель Фредгольма.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача Абеля. Задача о колебаниях струны.
3. Решить дифференциальные уравнения, сведя их к дифференциальным

$$y(x) = e^x + \int_0^x (-x+t-2)y(t) dt$$

Зав. кафедрой Юмагулов М. Г. / \_\_\_\_\_ /

*Критерии оценки*

*Каждое задание максимум 10 баллов*

**ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»  
Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра дифференциальных уравнений**

Направление подготовки **(01. 03. 01) Математика**

дисциплина: «Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике»

6 сем. 20\_\_ - \_\_ учебного года

**Экзаменационный билет № 2**

1. Интегральные уравнения, определение. Классификация. Линейные интегральные уравнения.
2. Теорема о конечном спектре.
3. Решить дифференциальные уравнения, сведя их к дифференциальным

$$y(x) = e^x + \int_0^x (-2x + 2t + 3)y(t) dt$$

Зав. кафедрой Юмагулов М. Г. / \_\_\_\_\_ /

*Критерии оценки*

*Каждое задание максимум 10 баллов*

**ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ**

**Интегральные уравнения.**

Интегральные уравнения Вольтера II рода.

Решить, сведя задачу к дифференциальному уравнению:

а)  $y(x) = x - \int_0^x e^{x-s} y(s) ds,$

б)  $y(x) + \int_0^x (x-s)y(s) ds = 1,$

в)  $y(x) = \int_0^x (1+x-s)y(s) ds + x^2.$

Построить резольвенту и решить методом итерированных ядер.

А)  $y(x) = a^2 \int_0^x (x-s)y(s) ds + f(x),$

б)  $y(x) + \int_0^x e^{x^2-s^2} y(s) ds = 1 - 2x.$

Решить методом последовательных приближений.

А)  $y(x) + \int_0^x y(s) ds = x + \frac{x^2}{2},$

б)  $y(x) + \int_0^x (x-s)y(s) ds = 1.$

Неоднородное уравнение Фредгольма II-го рода

1. Построить резольвенту для уравнения  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,s)y(s) ds + f(x)$  в случаях:

а)  $K(x,s) = xe^s, a = 0, b = 1, |\lambda| < 1,$

- б)  $K(x, s) = e^{-(x^2+s^2)}, a = 0, b = \infty, |\lambda| < \sqrt{\frac{8}{\pi}},$   
 в)  $K(x, s) = x + \sin s, a = -\pi, b = \pi, |\lambda| < \frac{1}{2\pi},$   
 г)  $K(x, s) = \cos^2(x - s), a = -\pi, b = \pi.$

Задача с вырожденным ядром

Построить резольвенту уравнений Фредгольма 2-го рода с симметрическим вырожденным ядром при значениях  $\lambda$ , не совпадающих ни с одним их характеристических чисел:

- через определители Фредгольма;

- а)  $y(x) = \lambda \int_0^1 xsy(s)ds + f(x);$   
 б)  $y(x) = \lambda \int_{-1}^1 (x + s)y(s)ds + f(x);$

Однородное уравнение Фредгольма II-го рода

1. Определить собственные функции и собственные значения следующих интегральных уравнений.

1.  $y(x) = \lambda \int_{-1}^1 (xs + x^2s^2)y(s)ds.$   
 2.  $y(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x + s)y(s)ds.$   
 3.  $y(x) = \lambda \int_0^{2\pi} (\sin x \cos s)y(s)ds.$   
 4.  $y(x) = \lambda \int_{-1}^1 (xchs - s shx)y(s)ds.$   
 5.  $y(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x - s)y(s)ds.$

**Контрольная работа № 1.**

1. Решить интегральное уравнение, сведя их к дифференциальному

$$y(x) = e^x + \int_0^x (-2x + 2t + 3)y(t)dt$$

2. Методом последовательных приближений решить

$$y(x) = x - \int_0^x (x - t)y(t)dt \quad y_0(x) = 0.$$

3. Методом итерированных ядер построить резольвенту и выписать решение

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 e^{x+t}y(t)dt.$$

4. Решить уравнение с вырожденным ядром для любых значений параметра

$$y(x) - \lambda \int_{-1}^1 (x + t)y(t)dt = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}x.$$

*Критерии оценки*

*Каждое задание максимум 5,25 баллов*

**Контрольная работа № 2.**

1. Найти характеристические числа и собственные функции

$$K(x, t) = \begin{cases} (t-1)x, & 0 \leq x \leq t, \\ t(x-1), & t \leq x \leq 1. \end{cases}$$

2. Решить, сведя к уравнению 2-го рода

$$\int_0^x (x-t)^2 y(t)dt = x^3 + x^2$$

3. Решить, используя преобразование Лапласа

$$y_1 = x + \int_0^x y_2(t) dt, y_2 = x^3/6 + 2x - 1 - \int_0^x (x-t)y_1(t) dt$$

4. Решить, используя преобразование Лапласа

$$\int_0^x (x-t)e^{x-t}y(t) dt = \frac{1}{2}e^{2x} - xe^x - \frac{1}{2}$$

*Критерии оценки*

*Каждое задание максимум 5 баллов*

### Домашняя контрольная работа

1. Дано интегральное уравнение Фредгольма II-го рода:

$$\phi(x) = \lambda \int_{-1}^1 [(a_1x^2 + b_1x)y^2 + c_1y^2 + (d_1x + e_1)y] \phi(y) dy + f(x).$$

- A) Решить уравнение в случае, если  $f(x) = f_1x^2 + g_1x + r_1$ ;
  - B) Найти собственные функции и собственные значения ядра;
  - C) Найти резольвенту, дать решение уравнения для произвольной функции  $f(x)$  через резольвенту.
2. Дано интегральное уравнение Вольтерра II-го рода:

$$\phi(x) = \lambda \int_0^x [a_2x + b_2y + c_2] \phi(y) dy + f(x)$$

- A) Найти точное решение интегрального уравнения в случае  $f(x) = d_2x^2 + c_2x + f_2$ .
- B) Построить 3 последовательных приближения для решения уравнения.
- C) Найти выражение для резольвенты и написать решение для произвольной функции  $f(x)$  через резольвенту.

3. Дано интегральное уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром:

$$\phi(x) = \lambda \int_0^{b_3} K(x, y) \phi(y) dy,$$

где

$$K(x, y) = \begin{cases} (a_3 + x)(b_3 - y), & 0 \leq x \leq y \leq b_3 \\ (a_3 + y)(b_3 - x), & 0 \leq y \leq x \leq b_3 \end{cases}$$

- A) Найти собственные значения и собственные функции ядра
- B) Найти собственные значения и собственные функции для n-й итерации ядра.
- C) Найти разложение для n-й итерации ядра по собственным функциям;
- D) Найти разложение резольвенты в ряд по собственным функциям;
- E) Построить ортонормированную систему собственных функций

*Критерии оценки:*

*1 задание максимум 5 баллов;*

*2 задание максимум 5 баллов;*

*3 задание максимум 10 баллов.*

### Таблица выбора констант для расчетной работы №1

№ еар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
a1	1	10	15	5	-5	-10	7,5	-7,5	3	-3	-3	20	-20	25	-25	15	6	9	-9
b1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c1	1	-10	-15	-5	5	10	-7,5	7,5	-3	3	3	-20	20	-25	25	-15	-6	-9	9
d1	2	-10	-14	-4	6	11	-7	9	-2	4	4	-19	21	-24	26	-14	-5	-8	10
e1	2	1	1	-2	2	0	1	0	2	0	1	0	-2	-1	0	1	2	-1	0
f1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g1	0	0	2	1	3	4	2	1	-1	-3	-2	-1	0	-1	-2	1	2	3	4
r1	1	1	0	1	2	5	0	1	2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
a2	1	-9	4	1	-1	-4	9	2	4	1,5	2	1	-1	-9	4	1	-1	-4	9
b2	-1	9	-4	-1	1	4	-9	-2	-4	-1,5	-2	-1	1	9	-4	-1	1	4	-9
c2	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
d2	2	-1	1	-1	-2	-3	2	3	1	5	-2	2	1	4	5	6	-4	0	
e2	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
f2	0	0	3	3	3	3	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
a3	-1	-2	-1	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	
b3	2	3	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5	
n	4	5	6	7	3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9	

ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ В1

- Уравнение  $y(x) = \lambda \int_0^x (-2x + 2t + 3) y(t) dt + e^x$  является уравнением
  - Фредгольма 2-го рода
  - Вольтерра 1-го рода
  - Фредгольма 1-го рода
  - Вольтерра 2-го рода
- Интегральным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестную под знаком
  - Дифференциала
  - Производной
  - Интеграла
  - Суммы
- Характеристическими числами ядра  $K(x, t)$  называются значения параметра  $\lambda$  при которых
  - Неоднородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt + f(x)$  имеет только нулевые решения
  - Неоднородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt + f(x)$  имеет ненулевые решения
  - однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$  имеет ненулевые решения
  - однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$  имеет только нулевые решения
- Интегральное уравнение  $y(x) = \int_0^x e^{x-t} y(t) dt + e^x$  имеет решение
  - $y(x) = e^{2x}$
  - $y(x) = xe^{x^2/3}$
  - $y(x) = e^{-x} (x^2 / 2) + 1$

D)  $y(x) = e^x + 1$

5. Уравнение  $y(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi y(t) dt + \sin x$  является уравнением

- A) Фредгольма 2-го рода
- B) Вольтерра 1-го рода
- C) Фредгольма 1-го рода
- D) Вольтерра 2-го рода

6. Формулы  $y_0 = f(x)$ ,  $y_n(x) = f(x) + \lambda \int_0^x K(x,t) y_{n-1}(t) dt, n = \square$ ,  $y(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} y_n(x)$  описывают метод

- A) Последовательных приближений для уравнения Фредгольма 2-го рода
- B) Последовательных приближений для уравнения Вольтерра 2-го рода
- C) Итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2-го рода
- D) Итерированных ядер для уравнений Вольтерра 2-го рода

7. Собственная функция  $y(x) = (1 + 2x)$  является решением уравнения

- A)  $y(x) - \lambda \int_0^1 (1 + 2x) ty(t) dt = 0$
- B)  $y(x) - \lambda \int_0^x (1 + 2x) ty(t) dt = \sin x$
- C)  $y(x) - \lambda \int_0^x (1 + 2x) ty(t) dt = 0$
- D)  $y(x) - \lambda \int_0^\pi (1 + 2x) ty(t) dt = \sin x$

8. Ядро  $K(x,t) = t \sin x + x^2 t^3$

- A) Симметричное,
- B) Ортогональное,
- C) Вырожденное,
- D) Сингулярное.

9. Собственными функциями ядра  $K(x,t)$  называются

- A) Нулевые решения  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t) y(t) dt + f(x)$  .
- B) Ненулевые решения  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t) y(t) dt + f(x)$  .
- C) Нулевые решения  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t) y(t) dt$  .

D) Ненулевые решения  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t) dt$ .

10. Неоднородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t) dt + f(x)$ , (где  $K(x,t)$  - непрерывное, вырожденное, вещественное ядро) имеет бесконечно много решений или не имеет ни одного

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t) dt$  имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t) dt$  имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t) dt$  не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда сопряженное однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(t,x)y(t) dt$  имеет только нулевое решение;

11. Ядро  $K(x,t) = \begin{cases} t(x+1), 0 \leq x \leq t \leq 1, \\ (t+1)x, 0 \leq t \leq x \leq 1. \end{cases}$

A) Симметричное,

B) Ортогональное,

C) Вырожденное,

D) Сингулярное.

12. Уравнение  $\int_0^1 e^{x-t} y(t) dt = e^x$  является интегральным уравнением

A) Неоднородным Фредгольма 1-го рода

B) Однородным Вольтерра 1-го рода

C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода

D) Неоднородным Вольтерра 1-го рода

13. Характеристические числа интегрального оператора Фредгольма с непрерывным, симметричным, вырожденным, неравным тождественно нулю ядром могут образовывать последовательность

A)  $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq \dots \leq |\lambda_n| \leq \dots$ , причем  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = \infty$ ;

B)  $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq \dots \leq |\lambda_n|$ ;

C)  $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n| \geq \dots$ ;

D)  $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n|$ .

14. Для ядра  $K(x, t) = xt$  уравнения  $y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 xty(t) dt$  повторными будут ядра

A)  $K_1(x, t) = x, K_2(x, t) = \frac{x}{3}, K_3(x, t) = \frac{x}{9}, \dots, K_n(x, t) = \frac{x}{3^{n-1}}$  ;

B)  $K_1(x, t) = xt, K_2(x, t) = \frac{xt}{3}, K_3(x, t) = \frac{xt}{9}, \dots, K_n(x, t) = \frac{xt}{3^{n-1}}$  ;

C)  $K_1(x, t) = xt, K_2(x, t) = \frac{xt}{2}, K_3(x, t) = \frac{xt}{4}, \dots, K_n(x, t) = \frac{xt}{2^{n-1}}$  ;

D)  $K_1(x, t) = t, K_2(x, t) = \frac{t}{3}, K_3(x, t) = \frac{t}{9}, \dots, K_n(x, t) = \frac{t}{3^{n-1}}$  .

15. Собственные функции оператора Фредгольма, соответствующие различным характеристическим числам

- A) Пропорциональны;
- B) Линейно зависимы;
- C) Ортогональны;
- D) Комплексно сопряженные.

16. Неоднородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt + f(x)$  , (где  $K(x, t)$  - непрерывное, вырожденное ядро) имеет единственное решение

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt$  имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt$  имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt$  не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt$  имеет бесконечно много решений;

17. Уравнение  $y(x) = \lambda \int_0^x (x+2t)y(t)dt$  является уравнением

- A) Однородным Фредгольма 2-го рода
- B) Однородным Вольтерра 1-го рода
- C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода
- D) Однородным Вольтерра 2-го рода

18. Уравнение  $y(x) = \lambda \int_0^x (x+2t)y(t)dt$  является

- А) линейным уравнением Вольтерра;
- В) нелинейным уравнением Фредгольма;
- С) нелинейным уравнением Вольтерра;
- Д) линейным уравнением Фредгольма.
- Е)

ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ В2

1. Уравнение  $y(x) = \lambda \int_0^{\pi} \sin(x-t)y(t)dt + e^x$  является уравнением

- А) Фредгольма 2-го рода
- В) Вольтерра 1-го рода
- С) Фредгольма 1-го рода
- Д) Вольтерра 2-го рода

2. Интегральным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестную под знаком

- А) Дифференциала
- В) Интеграла
- С) Производной
- Д) Суммы

3. Характеристическими числами ядра  $K(x, t)$  называются значения параметра  $\lambda$  при которых

А) однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt$  имеет ненулевые решения

В) однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt$  имеет только нулевое решение

С) неоднородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt$  имеет только нулевое решение

Д) неоднородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt$  ненулевые решения

4. Интегральное уравнение  $y(x) = \int_0^x e^{x-t}y(t)dt + e^x$  имеет решение

А)  $y(x) = xe^{x^2/3}$

В)  $y(x) = e^{2x}$

С)  $y(x) = e^{-x}(x^2/2) + 1$

Д)  $y(x) = e^x + 1$

5. Уравнение  $y(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^x y(t)dt + \sin x$  является уравнением

- А) Фредгольма 2-го рода
- В) Вольтерра 1-го рода

С) Фредгольма 1-го рода

Д) Вольтерра 2-го рода

6. Формулы  $y_0 = f(x)$ ,  $y_n(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)y_{n-1}(t)dt, n = \square$ ,  $y(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} y_n(x)$  описывают метод

А) Последовательных приближений для уравнения Фредгольма 2-го рода

В) Последовательных приближений для уравнения Вольтерра 2-го рода

С) Итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2-го рода

Д) Итерированных ядер для уравнений Вольтерра 2-го рода

7. Собственная функция  $y(x) = (1 - x^2)$  является решением уравнения

А)  $y(x) - \lambda \int_0^x (1 - x^2)ty(t)dt = 0$  и

В)  $y(x) - \lambda \int_0^x (1 - x^2)ty(t)dt = \sin x$

С)  $y(x) - \lambda \int_0^1 (1 - x^2)ty(t)dt = 0$

Д)  $y(x) - \lambda \int_0^\pi (1 - x^2)ty(t)dt = \sin x$

8. Ядро  $K(x,t) = t^2x + x^5t^3$

А) Вырожденное,

В) Ортогональное,

С) Симметричное,

Д) Сингулярное.

9. Собственными функциями ядра  $K(x,t)$  называются

А) Нулевые решения  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt + f(x)$ .

В) Ненулевые решения  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt + f(x)$ .

С) Ненулевые решения  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$ .

Д) Нулевые решения  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$ .

10. Неоднородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt + f(x)$ , (где  $K(x,t)$  - непрерывное,

вырожденное, вещественное ядро) имеет бесконечно много решений или не имеет ни одного

- A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$  имеет ненулевое решение;
- B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$  имеет только нулевое решение;
- C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt$  не имеет решений;
- D) Тогда и только тогда, когда сопряженное однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(t,x)y(t)dt$  имеет только нулевое решение;

11. Ядро  $K(x,t) = \begin{cases} t(x-1), 0 \leq x \leq t \leq 1, \\ (t-1)x, 0 \leq t \leq x \leq 1. \end{cases}$

- A) Вырожденное,  
 B) Ортогональное,  
 C) Симметричное,  
 D) Сингулярное.

12. Уравнение  $\int_0^x e^{x-t} y(t)dt = e^x$  является интегральным уравнением

- A) Неоднородным Фредгольма 1-го рода  
 B) Однородным Вольтерра 1-го рода  
 C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода  
 D) Неоднородным Вольтерра 1-го рода

13. Характеристические числа интегрального оператора Фредгольма с непрерывным, симметричным, вырожденным, неравным тождественно нулю ядром могут образовывать последовательность

- A)  $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq \dots \leq |\lambda_n| \leq \dots$ , причем  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = \infty$ ;  
 B)  $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n|$ ;  
 C)  $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n| \geq \dots$ ;  
 D)  $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq \dots \leq |\lambda_n|$ .

14. Для ядра  $K(x,t) = xe^t$  уравнения  $y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 xe^t y(t)dt$  повторными будут ядра

- A)  $K_1(x,t) = xe^t, K_2(x,t) = x^2 e^t, K_3(x,t) = x^3 e^t, \dots, K_n(x,t) = x^n e^t$ ;  
 B)  $K_1(x,t) = xe^t, K_2(x,t) = xe^t, K_3(x,t) = xe^t, \dots, K_n(x,t) = xe^t$ ;  
 C)  $K_1(x,t) = xe^t, K_2(x,t) = xe^{2t}, K_3(x,t) = xe^{3t}, \dots, K_n(x,t) = xe^{nt}$ ;

D)  $K_1(x, t) = te^x, K_2(x, t) = te^x, K_3(x, t) = te^x, \dots, K_n(x, t) = te^x$ .

15. Собственные функции оператора Фредгольма, соответствующие различным характеристическим числам

- A) Ортогональны;
- B) Линейно зависимы;
- C) Пропорциональны;
- D) Комплексно сопряженные.

16. Неоднородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt + f(x)$ , (где  $K(x, t)$  - непрерывное, вырожденное ядро) имеет единственное решение

- A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$  имеет ненулевое решение;
- B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$  имеет только нулевое решение;
- C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$  не имеет решений;
- D) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение  $y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt$  имеет бесконечно много решений;

17. Уравнение  $y(x) = \lambda \int_0^3 (x + 2t) y(t) dt$  является уравнением

- A) Линейным однородным Фредгольма 2-го рода
- B) Линейным однородным Вольтерра 1-го рода
- C) Линейным неоднородным Фредгольма 2-го рода
- D) Линейным однородным Вольтерра 2-го рода

18. Уравнение  $y(x) = \lambda \int_0^x x e^{(x-t)} y^2(t) dt$  является

- A) линейным уравнением Вольтерра;
- B) нелинейным уравнением Фредгольма;
- C) нелинейным уравнением Вольтерра;
- D) линейным уравнением Фредгольма.

*Критерии оценки*

*Каждое задание максимум 0,5 баллов*

**Задание на курсовую работу:**

Курсовые работы могут быть следующих разновидностей:  
аналитический обзор информационных ресурсов по заданной проблеме;  
описание решения конкретной профессиональной задачи (ситуации);  
анализ практики использования теоретических и методологических аспектов изучаемой дисциплины в реальных профессиональных ситуациях;  
решение конкретных математических задач;  
описание результатов исследования, проведенного студентом с использованием конкретных эмпирических и теоретических методов научного познания.

### **Примерный список курсовых работ.**

1. Линейные операторы в задачах математической физики.
2. Линейные интегральные уравнения.
3. Задача о колебаниях струны.
4. Уравнения Вольтерра 2-го рода.
5. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром.
6. Альтернативы Фредгольма.
7. Преобразования Лапласа и Фурье при решении интегральных уравнений.

### **Критерии оценивания курсовой работы:**

- 100 баллов получает студент, если им полностью выполнена и оформлена курсовая работа;
- 60-99 баллов выставляется студенту, если им выполнена курсовая работа, но имеются замечания по оформлению;
- 1-59 баллов выставляются студенту, если имеются замечания по содержанию и оформлению курсовой работы;
- 0 баллов ставится при невыполнении курсовой работы.

### **Критерии оценки итогового контроля**

Студент получает баллы за экзамен согласно бально-рейтинговой системе. Итоговый контроль оценивается максимально в 30 баллов, если студент отвечает правильно на 10 из 10 предложенных вопросов.

Устанавливается следующая градация перевода оценки из многобалльной в четырехбалльную:

#### Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

В случае, если студент сдает какое-либо из контрольных мероприятий позже установленного срока, преподаватель может снизить максимально возможное количество баллов за данный вид контроля на 5% за каждую неделю просрочки.

Посещение лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий оценивается в суммах до 6 и 10 баллов соответственно, однако эти баллы являются штрафными и вычитаются преподавателем из набранных студентами баллов в ходе текущего и рубежного контроля по следующей схеме:

- за пропуски лекционных занятий
  - за 25 % пропусков вычитается 1 балл
  - за 50 % пропусков вычитается 4 балла

за 75 % пропусков вычитается 6 баллов  
за 100 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний  
– за пропуски практических (семинарских, лабораторных) занятий  
за 20 % пропусков вычитается 2 балла  
за 40 % пропусков вычитается 5 баллов  
за 50 % пропусков вычитается 7 баллов  
за 75 % пропусков вычитается 10 баллов  
более 75 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний.

Студент, набравший по итогам текущего и рубежного контроля менее 35 возможных баллов или пропустивший более 75 % практических (семинарских, лабораторных) занятий, до экзамена по данной дисциплине не допускается. В этом случае, он изучает неосвоенные им темы, выполняет соответствующие задания на платной основе в сроки, установленные деканатом для ликвидации задолженностей. Баллы, полученные таким образом, прибавляются к количеству баллов, набранных студентом в семестре.

Оценка за итоговый контроль в семестре устанавливается согласно «Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов БашГУ», принятого Ученым советом университета 24.09.2014 г.

#### **4.3. Рейтинг–план дисциплины.**

Рейтинг–план дисциплины представлен в *Приложение № 2*.

#### **5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

##### **5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

В библиотеке Башкирского государственного университета имеются в наличии следующие издания:

##### **Основная литература:**

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения : учебное пособие / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2003. - 78 с. - ISBN 5-9221-0275-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68122>
2. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123>
3. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений / И.Г. Петровский. - 3-е изд., испр. - Москва : Изд-во "Наука", 1965. - 126 с. - ISBN 978-5-4458-5092-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222214>
4. Жибер, А. В. Дифференциальные уравнения математической физики и методы их решения [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. В. Жибер, Г. З. Мухаметова, Н. А. Сидельникова; БашГУ. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2010. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:<https://elib.bashedu.ru/dl/read/ZhiberDifUravnMetemFiziki.pdf>>.

##### **Дополнительная литература:**

5. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / В.С. Владимиров, А.А. Вашарин, Х.Х. Каримова и др. - 3-е изд., исправл. - Москва : Физматлит, 2001. - 287 с. - ISBN 5-9221-0072-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68127>

6. Интегральные уравнения и вариационное исчисление [Электронный ресурс]: учеб. пособие / БашГУ; сост.: Э. А. Назирова, А. Н. Кучкарова. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:<https://elib.bashedu.ru/dl/read/NazirovaIntegr.Uravn. i variant.Ischesl.UchPos.2012.pdf>>.
7. Эльсгольд, Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольд. - б.м. : б.и., б.г.. - 425 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455165>

## 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения лекционных и практических занятий используется аудиторный фонд .

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
<p><b>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 503 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 517 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное)</p>	<p>Лекции</p>	<p style="text-align: center;"><b>Аудитория № 501</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABA YTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304</p> <p style="text-align: center;"><b>Аудитория № 503</b> Учебная мебель, доска</p> <p style="text-align: center;"><b>Аудитория №517</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, экран настенный ProjectaSlimScreen 200*200 cm MatteWhite, потолочное крепление для проектора, доска аудитор. ДА32.</p> <p style="text-align: center;"><b>Аудитория №531</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора ,доска аудитор. ДА32.</p>
<p><b>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> аудитория № 501 (физико-</p>	<p>Практические занятия</p>	<p style="text-align: center;"><b>Аудитория № 501</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABA YTEGV-N710D3-</p>

<p>математический корпус - учебное), аудитория № 503 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 517 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>3. учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 503 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 517 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p><b>4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 503 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 517 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное)</p>		<p>1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (21013400003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304</p> <p><b>Аудитория № 503</b> Учебная мебель, доска</p> <p><b>Аудитория №517</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, экран настенный ProjectaSlimScreen 200*200 cm MatteWhite, потолочное крепление для проектора, доска аудитор. ДА32.</p> <p><b>Аудитория №531</b> Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора ,доска аудитор. ДА32.</p> <p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</p>
<p><b>5. помещения для самостоятельной работы:</b> читальный зал №2 (физико-математический корпус - учебное)</p>	<p>Самостоятельная работа</p>	<p><b>Читальный зал №2</b> Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
 ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
 ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Теория линейных операторов и ее применение в математической физике на 6 семестр

Очная

форма обучения

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	5/180
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	67,2
лекций	32
практических/ семинарских лабораторных	32
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)(ФКР)	3,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	78
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34,8

Форма контроля:

экзамен 6 семестр

В том числе: курсовая работа/ курсовой проект 6 семестр, контактных часов – 2, часов на самостоятельную работу – 4.

№ п.п.	Тема и содержание	Форма изучения материалов:				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов (СРС)	Форма текущего контроля успеваемости
		лекции,	занятия,	занятия,	работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)			
1	2	ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР	7	8	9
<b>Модуль 1.</b>								
1	<p>Линейные операторы и их приложения в математической физике. Понятие интегрального уравнения. Линейные интегральные уравнения. Классификация. Задача Абеля.</p> <p>Уравнение Фредгольма как пример некорректно поставленной задачи. Метод регуляризации А.Н. Тихонова</p>	4	4		8	(1) гл.1 пар.1- 8, гл. 2 пар.1- 4, гл.3 пар.1- 5, гл.4 пар.1- 3.	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 1.
2	<p>Уравнения Вольтера 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями.</p> <p>Метод последовательных приближений, метод итерированных ядер для уравнений Вольтерра 2 го рода.</p>	6	6		13	(1) гл.3 пар.1- 8, гл. 4 пар.1- 5, (2) гл.3 пар.1- 8, гл. 4 пар.1- 5,	(3) Решение индивидуальных заданий № 4,5	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной

								й работе задания 2.
3	Метод последовательных приближений для уравнений Фредгольма 2-го рода с малыми ядрами. Метод итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2 го рода.	6	6		8	(1) Гл.6,5 (2) 5,6	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 1,2 Контрольная работа 1,
<b>Модуль 2.</b>								
4	Интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром. Оператор Фредгольма. Характеристические числа и собственные функции оператора Фредгольма. Альтернатива Фредгольма.	4	4		8	(1) 7,8 (6) № 5.15, 5.17, 5.18	(2) Решение индивидуальных заданий № 7 (п.1-4)	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 3.
5	Вполне непрерывные операторы. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричными ядрами. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Альтернатива Фредгольма. Теорема Гильберта-Шмидта. Функция Грина. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению.	4	4		8	(1) гл.9,10 (6) 5.20,5.21	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной

	Теорема о конечном спектре.							й работе задания 3.
6	Применение преобразований Лапласа и Фурье для решения уравнений.	4	4		13	(1) гл.11 (2) Гл 11	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 3. Контрольная работа 2
7	Некоторые нелинейные интегральные уравнения нелинейные уравнения Вольтера. Уравнения типа Гаммерштейна. Бифуркация решений. Сингулярные интегральные уравнения.	4	4		13	(1) гл.11 (2) гл11,12	(3) Решение индивидуальных заданий	Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 3. Тест.
	Курсовая работа.		2		4	1) гл.1 пар.1- 8, гл. 2 пар.1- 4, гл.3 пар.1- 5, гл.4 пар.1- 3.	(5) 5.12, 5.15, 5.18, 5.25, 5.36	Решение индивидуальных заданий.
	<b>Всего часов:</b>	<b>32</b>	<b>34</b>		<b>116, 8</b>			

**Примечание 1.** Часы на самостоятельную работу включают время на подготовку к экзамену (контроль).

**Примечание 2.** В таблицу не включено 3.2 часа ФКР (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности во время семестра, подразумевающие контактную работу обучающихся с преподавателем).

**Рейтинг-план дисциплины**

Теория линейных операторов и ее приложения в математической физике

Направление подготовки [01.03.01] Математика

Направленность (профиль) программы - "Дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление "

курс 3, семестр 6

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1</b>				
Интегральные уравнения, классификация. Задача Абея. Решение уравнений Вольтерра 2-го рода свед к задаче Коши. Метод последовательных приближений для уравнений Вольтерра и Фредгольма 2-го р Метод итеррированных ядер для уравнений Вольтерра и Фредгольма 2-го рода. Уравнения Вольтерра свертки.				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе задания 1,2.	0-5	2	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>21</b>
1. Контрольная работа 1	0-5,25	4	0	21
<b>Модуль 2</b>				
Вполне непрерывные операторы. Уравнения Фредгольма с вырожденными ядрами. Альтернатива Фредгольма. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричными ядрами. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Теорема Гильберта-Шмидта. Функция Грина. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению. Применение преобразований Лаплласа и Фурье для решения уравнений.				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>10</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней расчетной работе задание 3.	0-10	1	0	10
2. Контрольная работа 2	0-5	4	0	20
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>9</b>
2. Тест	0-0,5	18	0	9
<b>Посещаемость</b>				
1. Посещение лекционных занятий			-6	0
2. Посещение практических занятий			-10	0
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Своевременное выполнение заданий и активная работа у доски.			0	<b>10</b>
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Экзамен	1	30	0	<b>30</b>
Всего			35	<b>110</b>

