

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Утверждено:

на заседании кафедры ИТ и КМ
протокол № 11 от 22 июня 2017 г.

Зав. кафедрой

А.М. Болотнов

Согласовано:

Председатель УМК
факультета математики и ИТ

А.М. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина

Численные методы

Базовая часть

ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА

Направление подготовки (специальность):

01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:

Математическое моделирование и вычислительная математика

Компьютерный инжиниринг и механика

Системное программирование и компьютерные технологии

Квалификация — бакалавр

Разработчик (составитель):

канд. физ.-мат. наук, доцент

_____ / Файрузов М.Э.

Для приема 2018 г.

Уфа — 2018

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информационных технологий и компьютерной математики Файрузов М.Э.

Рабочая программа дисциплины актуализирована на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол № 11 от 25.06.2018 г.

Заведующий кафедрой

Болотнов А.М.

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	6
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	6
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	8
4.3. Рейтинг-план дисциплины	12
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	13
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	20
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	21
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	22
Приложение №1	23
Приложение №2	36

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	1. Знать основные концепции дисциплин, основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	
	2. Знать современные языки программирования и языки баз данных, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	
Умения	1. Уметь использовать на практике знания дисциплин, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	
	2. Уметь применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, системы автоматизированного проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты прикладных программ.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	
Владения (навыки)	1. Владеть базовыми математическими знаниями и их	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции,	

/ опыт деятельности)	применением для решения задач теоретического и прикладного характера.	принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	
	2. Владеть методикой работы с электронными библиотеками, сетевыми технологиями, библиотеками и пакетами прикладных программ; навыками разработки прикладных программ.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	

2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Численные методы» входит в базовую часть цикла Б1.Б.15 дисциплины (модуля).

Дисциплина «Численные методы» изучается на 4 курсе в 7 и 8 семестрах.

Изучение дисциплины «Численные методы» студентами очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (уровень бакалавриата) осуществляется в составе цикла дисциплин направления Б1.Б.15 Сроки, трудоемкость освоения дисциплины определены ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 марта 2015 г. № 228.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, сформированных в результате освоения студентами предшествующих дисциплин образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (уровень бакалавриата): «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения с частными производными» и «Языки и методы программирования».

Целью изучения дисциплины «Численные методы» является выработка у студентов глубоких знаний основ теории численных методов решения задач алгебры, анализа, дифференциальных уравнений (обыкновенных и с частными производными), умения применять эти знания при решении конкретных задач, встречающихся в разных областях естествознания посредством математического моделирования процессов.

Программа дисциплины преследует задачу дать тот минимальный материал в области теории численных методов, достаточный для более глубокого изучения численных методов на курсах профессионального цикла, для дальнейшей самостоятельной работы выпускников факультета как в области современных численных методов так, и в области разработки новых вычислительных методов.

Знания и умения, приобретенные бакалаврами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при написании выпускной квалификационной работы бакалавра. Основные результаты изучения дисциплины могут быть использованы непосредственно в будущей профессиональной деятельности бакалавров (в том числе в научных исследованиях).

Бакалавр по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» готовится к научно-исследовательской, проектной и производственно-технологической видам деятельности, связанным с использованием математики, программирования, информационно-коммуникационных технологий и автоматизированных систем управления.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Не зачтено»	«Зачтено»		
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать: Знать основные концепции дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Неполные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные систематические представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.

Второй этап (уровень)	Уметь: использовать на практике знания дисциплины «Численные методы, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения..	Отсутствие умений или фрагментарные умения использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но не систематическое использование на практике знаний численных методов, не систематическое умение корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в использовании на практике знаний численных методов, в умении корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	Сформированное умение использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.
Третий этап (уровень)	Владеть: Владеть базовыми математическими знаниями и их применением для решения задач теоретического и прикладного характера.	Отсутствие владения или фрагментарное владение численными методами и их применением для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но не систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применения численных методов и их применений для решения задач прикладного характера.	Успешное и систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.

ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Не зачтено»	«Зачтено»		
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать современные языки программирования и языки баз данных, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Неполные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные систематические представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.

Второй этап (уровень)	Уметь применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, системы автоматизированного проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты прикладных программ.	Отсутствие умений или фрагментарные умения использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но не систематическое использование на практике знаний численных методов, не систематическое умение корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в использовании на практике знаний численных методов, в умении корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	Сформированное умение использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.
Третий этап (уровень)	Владеть методикой работы с электронными библиотеками, сетевыми технологиями, библиотеками и пакетами прикладных программ; навыками разработки прикладных программ.	Отсутствие владения или фрагментарное владение численными методами и их применением для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но не систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применения численных методов и их применений для решения задач прикладного характера.	Успешное и систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап: Знания	1. Знать основные концепции дисциплин, основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	2. Знать современные языки программирования и языки баз данных, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	3. Знать основные методы численного анализа.		<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
2-й этап: Умения	1. Уметь использовать на практике знания дисциплин, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	2. Уметь применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, системы	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей,	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>

	автоматизированного проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты прикладных программ.	созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	
	3. Уметь собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований в своей области.		
<i>3-й этап:</i> Владеть навыками	1. Владеть базовыми математическими знаниями и их применением для решения задач теоретического и прикладного характера.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	2. Владеть методикой работы с электронными библиотеками, сетевыми технологиями, библиотеками и пакетами прикладных программ; навыками разработки прикладных программ.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	3. Владеть способностью формирования выводов по своим научным исследованиям.		<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>

4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг-план дисциплины представлен в Приложении № 2

Текущий контроль по лабораторным занятиям проводится в виде отметки за аудиторную работу.

Рубежный контроль – проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Он проводится в форме контроля выполнения и проверки отчетности по зачетным лабораторным работам.

Итоговый контроль – форма контроля, проводимая по завершении изучения дисциплины в семестре.

Зачет и экзамен являются оценочными средствами для всех этапов освоения компетенций.

Экзаменационные билеты

Экзамен (зачет) является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: 3 вопроса. Первый и второй вопросы — теоретические, третий вопрос – практический.

Примерный список экзаменационных вопросов.

1. Общая характеристика и классификация методов решения СЛАУ. Метод Гаусса и его алгебраическая основа: схема единственного деления и ее связь с разложением матрицы на множители; теорема об LU-разложении, условия применимости метода Гаусса. Вычисление определителя и обратной матрицы.
2. Метод Гаусса с выбором главного элемента, ошибки округления, понятие об устойчивости прямых методов. Компактная схема метода Гаусса (метод основанный на LU-разложении). Понятие о методах оптимального исключения, Жордана,

- отражений.
3. Метод квадратных корней (метод, основанный на S^*DS -разложении), схема Холецкого.
 4. Операторные уравнения первого рода. Корректно и некорректно поставленные задачи, устойчивость (на примере решения СЛАУ). Возмущения, мера обусловленности уравнения и число обусловленности невырожденного линейного оператора. Оценка относительной погрешности; влияние погрешности округления при решении СЛАУ прямыми методами. Оценки достоверности решений, получаемых прямыми методами (процедура итерационного уточнения решения, апостериорные оценки числа обусловленности). Понятие о методе регуляризации решения уравнения. Согласованная и подчиненная нормы операторов $A \in L(X_n \rightarrow X_n)$ с заданными векторными нормами в конечномерном пространстве X_n . Наиболее употребительные нормы векторов и матричные нормы оператора, индуцированные векторными нормами.
 5. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ как операторных уравнений первого рода. Основные понятия итерационных методов: сходимость, число итераций, качество итерационного процесса; классификация итерационных методов, принципы их построения. Теорема о «неподвижной точке» итерационных процессов.
 6. Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки погрешности.
 7. Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки погрешности.
 8. Основная теорема А. А. Самарского о сходимости итераций общего неявного стационарного процесса простой итерации. Частные случаи теоремы: достаточные условия сходимости явного метода простых итераций и модифицированного метода простых итераций (метода Якоби). Другие достаточные условия сходимости метода Якоби.
 9. Теорема А. А. Самарского о скорости сходимости общего неявного стационарного метода простой итерации.
 10. Оптимизация скорости сходимости общих неявных стационарных процессов простых итераций, основанная на использовании энергетически эквивалентных операторов; оценки погрешности. Оптимальный линейный итерационный процесс простых итераций, оценка погрешности. Оценки для числа итераций. Понятие о Чебышевском циклическом итерационном процессе (метод Ричардсона).
 11. Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок и скорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.
 12. Треугольные итерационные методы. Метод Гаусса-Зейделя; необходимый и достаточный признак сходимости; достаточные признаки сходимости. Метод последовательной релаксации (SOR); достаточные условия сходимости.
 13. Метод последовательных приближений (простых итераций) решения нелинейных уравнений. Принцип сжатых отображений. О качестве итераций и скорости сходимости (оценки). Метод простых итераций для нелинейных систем алгебраических и трансцендентных уравнений (следствия из общего случая); геометрическая интерпретация метода простой итерации для случая одного скалярного уравнения. Метод взятия в вилку (метод половинного деления).

14. Метод Ньютона и Ньютона-Канторовича решения нелинейных операторных уравнений. Метод Ньютона применительно к нелинейным системам алгебраических и трансцендентных уравнений; геометрическая интерпретация метода на случай одного скалярного уравнения. Метод хорд, комбинированный метод, метод секущих
15. Понятие о методах, основанных на минимизации функционалов и методе продолжения решения по параметру.
16. Постановка задачи о наилучшем приближении в линейном нормированном пространстве и возникающие проблемы. Общие теоремы о наилучшем приближении: теоремы существования и единственности. Некоторые свойства наилучших приближений и элементов наилучшего приближения.
17. Наилучшее приближение в Гильбертовом пространстве и вопросы, возникающие при его практическом построении: теоремы о существовании и единственности; критерии существования наилучшего приближения; ортогонализация, определитель Грамма и его свойства; теорема Теплера.
18. Наилучшие среднеквадратичные приближения (непрерывный и дискретный случаи) функций по весу и их необходимость. Среднеквадратичные приближения по весу функций алгебраическими многочленами; ортогональные многочлены (свойства, и их применение к нахождению среднеквадратичного приближения функций по весу) классические ортогональные многочлены.
19. Наилучшее равномерное приближение непрерывных на компакте функций обобщенными и алгебраическими многочленами заданной степени: теоремы Хаара, Бореля, Вале-Пуссена, Чебышева (об альтернансе, доказательство достаточности); теорема единственности.
20. Интерполирование функций. Постановка задачи. Интерполирование обобщенными и алгебраическими многочленами заданной степени, теоремы существования и единственности. Многочлены Лагранжа на неравномерной и равномерной сетке узлов. Процесс Эйткена.
21. Конечные и разделённые разности, их свойства. Интерполяционная формула Ньютона на неравномерной сетке и на равномерных сетках узлов. Оценки погрешностей интерполяционных формул; сходимость интерполяционного процесса.
22. Постановка задачи численного дифференцирования и её некорректность. Простейшие формулы численного дифференцирования. Погрешность формул, метод Рунге-Ромберга. Понятие о квазиравномерных сетках и регуляризации дифференцирования.
23. Постановка задачи численного интегрирования, подходы к построению квадратурных формул. Интерполяционные квадратурные формулы с наперед заданными узлами, теорема об их точности. Оценки погрешности интерполяционных квадратурных формул.
24. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Численная устойчивость квадратурных формул. Простейшие из формул Ньютона-Котеса; трапеций, Симпсона (парабол), прямоугольников; составные квадратурные формулы, основанные на них; оценки погрешности формул.
25. Апостериорная оценка погрешности методом Рунге; автоматический выбор шага интегрирования. Уточнение приближенного решения по Ричардсону.
26. Вариационные методы. Общие положения. Минимизирующие последовательности функционала, сходимость к не пустому множеству; корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов. Примеры.
27. Приближенное решение операторных уравнений энергетическим методом. Теорема о единственности решения операторных уравнений в Гильбертовом пространстве и о

- функционале энергии. Теорема о сходимости минимизирующей последовательности функционала энергии.
28. Классический метод Рунге; теорема о минимуме функционала энергии в конечномерном подпространстве. Теорема о минимизирующей последовательности классического метода Рунге, ее сходимости и оценке приближения.
 29. Общие вопросы метода сеток: сетки и сеточные функции, пространство сеточных функций, сеточные нормы, локальная аппроксимация и аппроксимация на сетке, погрешность аппроксимации дифференциальных операторов разностными, постановка разностной схемы, погрешность разностной схемы, порядок точности разностной схемы; корректность разностных схем, порядок аппроксимации разностных схем, связь корректности и аппроксимации разностных схем со сходимостью.
 30. Метод прогонки решения трехточечных разностных уравнений и его устойчивость. Принцип максимума.
 31. Разностные схемы краевых задач для уравнения эллиптического типа с переменными коэффициентами: постановка задач, корректность, сходимость разностных схем, методы решения сеточных задач.
 32. Однородные разностные схемы начально-краевых задач для параболического уравнения с переменными коэффициентами: постановка задач, построение разностных схем с весами, погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимость, решение сеточных задач.
 33. Понятие о вариационно-разностном методе (методе конечных элементов) и других методах построения разностных схем для уравнений математической физики.
 34. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка исходной задачи. Вопросы корректности постановки. Различные методы приближенного и численного решения задачи Коши. Простейшие разностные схемы решения задачи Коши: разностная схема Эйлера (явная схема), симметричная схема (неявная схема). Понятие о сходимости метода и порядке точности метода. Понятие о невязке или погрешности аппроксимации схемы; аппроксимации и порядке аппроксимации разностного метода. Порядок аппроксимации метода Эйлера и симметричной схемы. Порядок точности схемы Эйлера.
 35. Одношаговые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка методов. Семейство методов второго порядка аппроксимации и частные случаи семейства: схемы (двухэтапные) предиктор-корректор. Сходимость методов Рунге-Кутты (теорема о сходимости). Связь порядков аппроксимации и точности. Метод Рунге повышения точности решения задачи Коши на последовательности сеток.
 36. Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. Формулировка методов: явные и неявные методы, явные и неявные методы Адамса. Погрешность аппроксимации многошаговых методов на решениях или невязка разностного метода; наивысший порядок аппроксимации. Понятие об устойчивости и сходимости многошаговых методов. Примеры многошаговых методов Адамса (явных и неявных)

Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет математики и информационных технологий
бакалавры 4 год, 8 семестр, 2018/2019 учебный год

Дисциплина Численные методы

Направление 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Фундаментальная теорема Самарского о сходимости неявных итерационных процессов и ее приложение к доказательству сходимости метода Ричардсона с итерационным параметром.
2. Разностная схема Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Погрешность аппроксимации и сходимость.
3. Рассмотрите СЛАУ, приведенную к виду, удобному для итераций по методу последовательных приближений:

$$\begin{cases} x_1 = 0.3x_1 - 0.1x_2 + 1, \\ x_2 = 0.2x_1 - 0.4x_2 + 0.01x_3 - 2, \\ x_3 = 0.2x_2 + 0.1x_3 + 5. \end{cases}$$

Зав. Кафедрой ИТ и КМ



А.М. Болотнов

Перевод оценки из 100-балльной шкалы в четырехбалльную производится следующим образом:

«отлично» — от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);

«хорошо» — от 60 до 79 баллов;

«удовлетворительно» — от 45 до 59 баллов;

«неудовлетворительно» — менее 45 баллов.

Критерии оценки (в баллах)

25 – 30 баллов выставляется студенту, если он дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.

17 – 24 баллов выставляется студенту, если он раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности.

10 – 16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы им допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.

1 – 10 баллов выставляется студенту, если его ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

**Примеры контрольных заданий по курсу
«Численные методы»:**

- 1) Рассмотрите СЛАУ, приведенную к виду, удобному для итераций по методу последовательных приближений:

$$\begin{cases} x_1 = 0.3x_1 - 0.1x_2 + 1, \\ x_2 = 0.2x_1 - 0.4x_2 + 0.01x_3 - 2, \\ x_3 = 0.2x_2 + 0.1x_3 + 5. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы. Найдите норму матрицы системы и проверьте условие сходимости метода последовательных приближений для данной СЛАУ.

- 2) Рассмотрите вопрос о применении метода Якоби к решению СЛАУ вида

$$\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 7x_2 + x_3 = -6, \\ x_1 + x_2 + 9x_3 = -3. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы.

- 3) Рассмотрите вопрос о применении метода Гаусса-Зейделя к решению СЛАУ вида

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 5, \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -6, \\ -2x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы метода Гаусса-Зейделя к решению СЛАУ.

- 4) Обоснуйте возможность решения СЛАУ вида

$$Ax = f, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}$$

методом Рундсона с итерационным параметром $\tau > 0$.

Запишите расчетные формулы метода. Найдите число обусловленности матрицы A .

- 5) Найдите конечные разности функции $y = f(x) = x^3$ с шагом $h=1$:

$$\Delta y, \quad \Delta^2 y, \quad \Delta^3 y.$$

- 6) Функция $y = f(x)$ задана таблицей значений $y_i = f(x_i)$:

i	0	1	2	3	4
x_i	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y_i	4	5	5.5	5.7	5.8

Вычислите значения функции в точке $x = 2.3$ с помощью интерполяционной формулы Лагранжа.

- 7) Для функции $f(x) = \sin \pi x$ на отрезке $[0, 2]$ постройте наилучший интерполяционный многочлен 3-го порядка. Постройте графики многочлена и данной функции в одной системе координат.

- 8) Постройте кубический сплайн для функции $f(x) = \sin \pi x$ на отрезке $[0, 2]$, используя разбиение отрезка на $n = 10$ частей. Найдите значение в точке $x = 0.48$.
- 9) Найдите параметры показательной функции $f(x) = ae^{bx}$ по заданной таблице значений $(x_k, f(x_k))$, $k = 1, 2, \dots, n$.

x_k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x_k)$	1	1.2	1.4	1.5	1.7	1.8	2	2.1	2.5	3

Приведите график функции. Покажите, что результатом является аппроксимирующая функция

$$y = 0,951393e^{0.108926x}.$$

- 10) Вычислите приближенно производную второго порядка с помощью формулы

$$y_{\bar{x}\bar{x}}(x) = \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} = f''(x) + O(h^2)$$

и сравните с точными значениями второй производной функции $y = f(x) = \sin \pi x$ в точках отрезка $[0,1]$ с шагами $h = 0.2$ и $h = 0.1$. Проанализируйте результаты в результате уменьшения шага в два раза (во сколько раз уменьшилась ошибка?)

- 11) Вычислить интеграл

$$J = \int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

по формулам трапеций, Симпсона, Ньютона-Котеса:

$$\int_c^b f(x) dx \cong \sum_{i=0}^{N-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} h = h \left[\frac{f(x_0) + f(x_N)}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) \right], \quad h = \frac{b-a}{N}, \quad N = 10;$$

$$\int_c^b f(x) dx \cong \frac{h}{3} \sum_{i=0}^{2m-2} (f(x_i) + 4f(x_{i+1}) + f(x_{i+2})), \quad N = 2m;$$

$$\int_c^b f(x) dx \cong \frac{5h}{288} [19f(x_0) + 75f(x_1) + 50f(x_2) + 50f(x_3) + 75f(x_4) + 19f(x_5)].$$

Найдите точное значение интеграла J и относительные погрешности $\delta_{\text{тр.}}$, $\delta_{\text{Симп.}}$ и $\delta_{\text{Н.Котеса}}$.

- 12) Найдите приближенное методом Эйлера на отрезке $[1,2]$ задачи Коши

$$\frac{du}{dt} = \frac{1+u^2}{2t}, \quad u(1) = 0$$

(точное решение задачи $u(t) = \text{tg}(\ln \sqrt{t})$).

Расчеты проводить с шагом $\tau = 0.1$.

- 13) Для начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left((\cos^2 x + 0,1) \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T = 1,$$

$$u(x,0) = 1 - x, \quad u(0,t) = \cos t, \quad u(1,t) = 0,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации по h и τ (где h и τ – шаги пространственной и временной сеток).

- 14). Для краевой задачи

$$\frac{\partial}{\partial x} \left((1+x^2y) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((1+xy^2) \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (x, y) \in (0,1) \times (0,1),$$

$$u(x, y) = \mu(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации.

Пример задания по лабораторной работе

Лабораторная работа №99

**Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
Прямые методы решения СЛАУ. Итерационные методы**

1) Требуется решить систему линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня (а), схемой Холецкого (б), методом вращения (в) или методом отражения (г):

$$Ax = b,$$

где

а) $19x_1 - 4x_2 + 6x_3 - x_4 = 100,$ $-4x_1 + 20x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -5,$ $6x_1 - 2x_2 + 25x_3 - 4x_4 = 34,$ $-x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 15x_4 = 69.$	д) $15x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -24,$ $x_1 + 10x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -47,$ $-5x_1 + 2x_2 + 14x_3 - 6x_4 = 28,$ $3x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 16x_4 = -50.$
б) $24x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 9x_4 = -9,$ $2x_1 + 27x_2 - 6x_3 + 2x_4 = -76,$ $4x_1 - 6x_2 + 22x_3 - 8x_4 = -79,$ $-9x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 23x_4 = -70.$	е) $22x_1 - 3x_2 - 8x_3 + 7x_4 = -24,$ $-3x_1 + 19x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 40,$ $-8x_1 - 6x_2 + 23x_3 - 7x_4 = -84,$ $7x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 18x_4 = -56.$
в) $24x_1 - 7x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 20,$ $-7x_1 + 21x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -16,$ $-4x_1 + 3x_2 + 19x_3 + 7x_4 = 14,$ $4x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 20x_4 = -81.$	ж) $10x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 95,$ $-x_1 + 12x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -41,$ $-2x_1 + 3x_2 + 15x_3 + 8x_4 = 69,$ $5x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 18x_4 = 27.$
г) $12x_1 - 3x_2 - x_3 + 3x_4 = -26,$ $-3x_1 + 15x_2 + 5x_3 - 5x_4 = -55,$ $-x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 2x_4 = -58,$ $3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 11x_4 = -24.$	

2) Вычислить невязку $(A\tilde{x} - b)$, где \tilde{x} – полученное решение.

3) Уточнить полученное решение методом простых итераций с параметром (в качестве параметра взять $\tau = \frac{2}{\|A\|_*}$, обосновать выбор параметра) (а), методом Якоби (б),

методом Гаусса-Зейделя (в), методом верхней релаксации (г), методом минимальных невязок (д) или методом сопряженных градиентов (ж), взяв в качестве начального приближения целую часть полученного прямым методом решения \tilde{x} с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

4) Вычислить число обусловленности матрицы системы $M_A = \|A\|_* \cdot \|A^{-1}\|_*$.

Указания и требования. Выбрать прямой метод решения СЛАУ по следующему принципу: все те у кого номер варианта N – число нечетное используют для пункта 1) метод квадратного корня, все остальные (номер варианта число N – число четное) для решения СЛАУ используют схему Халецкого. Итерационный метод выбирается следующим образом: первый вариант выбирает (а), второй вариант выбирает (б), третий вариант, соответственно, (в), четвертый – (г), пятый – (д), шестой – (ж), седьмой – (а) и т.д. Взять следующий критерий останова итераций – $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_* < \varepsilon$. В качестве векторной нормы $\|\cdot\|_*$ взять следующие наиболее употребительные нормы – $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$. При вычислении параметра в методе простых итераций и числа обусловленности M_A взять в качестве матричной нормы – $\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$ или $\|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$, где n – размерность матрицы A . Выдать также на печать матрицы, получаемые при разложении в методе квадратного корня и схемы Халецкого. Оформить отчет.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа студентов заключается в подготовке к занятиям и выполнении зачетных заданий с использованием рекомендованной учебно-методической литературы. В качестве дополнительных заданий предлагаются темы докладов.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Самарский, А.А. Математическое моделирование / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - Москва : Физматлит, 2005. - 160 с. - ISBN 978-5-9221-0120-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68976>.
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941>.
3. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук ; ред. Е.В. Шишкина. - Москва : Наука, 1977. - 458 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457019>.

Дополнительная литература:

4. Лебедев, В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учебное пособие / В.И. Лебедев. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 294 с. - ISBN 5-9221-0092-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68363> (05.11.2018).
5. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебник / Ф.П. Васильев. - Изд. нов., перераб. и доп. - Москва : МЦНМО, 2011. - Ч. 1. Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума.

Динамическое программирование. - 620 с. - ISBN 978-5-94057-707-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313>

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. www.gpntb.ru/— Государственная публичная научно-техническая библиотека.
2. www.nlr.ru/ — Российская национальная библиотека.
3. www.nns.ru/ — Национальная электронная библиотека.
4. www.rsl.ru/— Российская государственная библиотека.
5. www.microinform.ru/ — Учебный центр компьютерных технологий

Официальный интернет сайт Российской государственной библиотеки, содержащий обширный электронный каталог печатных изданий и предоставляющий доступ к оцифрованным изданиям www.rsl.ru

Официальный интернет сайт библиотеки Башкирского государственного университета, содержащий электронный каталог печатных изданий и предоставляющий доступ к оцифрованным изданиям www.bashlib.ru

Электронная библиотечная система, специализирующаяся на образовательной и научной литературе, а также электронных их изданиях www.biblioclub.ru.

Электронная библиотечная система издательства «Юрайт», специализирующаяся на образовательной и научной литературе, а также электронных их изданиях www.biblio-online.ru.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	2	3
<p>1. учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p>2. учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитория № 524 (физико-математический корпус - учебное)</p> <p>3. учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций: аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 524 (физико-математический</p>	<p>Аудитория №426 Учебная мебель, доска, персональные компьютеры LenovoThinkCentreA70zIntelPentiumE 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., шкаф TLKTWP-065442-G-GY</p> <p>Аудитория № 501 Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304</p> <p>Аудитория № 524 Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>3. Среда разработки Microsoft Visual Studio Community 2017 (Условия лицензии на программное обеспечение Microsoft Visual Studio Community 2017, свободное программное обеспечение).</p> <p>4. AcademicEdition Networked Volume Licenses RAD Studio XE3 Professional Concurrent AppWaveEnglish; договор №263 от 07.12.2012 г.</p> <p>5. Python 3.7 (лицензия Python SoftwareFoundationLicense, свободное программное обеспечение)</p> <p>6. Lazarus (лицензия GNU GPL, свободное программное обеспечение).</p>

<p>корпус - учебное) 4. учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации: аудитория № 501 аудитория № 501 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 524 (физико-математический корпус - учебное) 5. помещения для самостоятельной работы: аудитория № 426 (физико-математический корпус - учебное), читальный зал №2 (физико-математический корпус - учебное)</p>	<p>Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты , шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32. Читальный зал №2 Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	
---	--	--

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины – «Численные методы» на 7-8 семестры

очная форма обучения

Рабочую программу осуществляют:

Лекции: доцент каф. ИТиКМ, к.ф.-м.н. Файрузов М.Э.

Лабораторные работы: доцент каф. ИТиКМ, к.ф.-м.н. Файрузов М.Э.

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	146.6
лекций	72
практических/ семинарских	
лабораторных	72
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	2.6
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	70.6

Формы контроля:

зачет 7 семестр

экзамен 8 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)					Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Всего	ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	7-й семестр								
1.	Общая характеристика и классификация методов решения СЛАУ. Метод Гаусса и его алгебраическая основа: схема единственного деления и ее связь с разложением матрицы на множители; теорема об LU-разложении, условия применимости метода Гаусса. Вычисление определителя и обратной матрицы.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
2.	Метод Гаусса с выбором главного элемента, ошибки округления, понятие об устойчивости прямых методов. Компактная схема метода Гаусса (метод основанный на LU-		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	разложении). Понятие о методах оптимального исключения, Жордана, отражений. Метод квадратных корней (метод, основанный на $S \cdot DS$ -разложении), схема Холецкого.								
3.	Операторные уравнения первого рода. Корректно и некорректно поставленные задачи, устойчивость (на примере решения СЛАУ). Возмущения, мера обусловленности уравнения и число обусловленности невырожденного линейного оператора. Оценка относительной погрешности; влияние погрешности округления при решении СЛАУ прямыми методами. Оценки достоверности решений, получаемых прямыми методами (процедура итерационного уточнения решения, апостериорные оценки числа обусловленности). Понятие о методе регуляризации решения уравнения. Согласованная и		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	подчиненная нормы операторов $A \in L(X_n \rightarrow X_n)$ с заданными векторными нормами в конечномерном пространстве X_n . Наиболее употребительные нормы векторов и матричные нормы оператора, индуцированные векторными нормами.								
4.	Введение. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ как операторных уравнений первого рода. Основные понятия итерационных методов: сходимость, число итераций, качество итерационного процесса; классификация итерационных методов, принципы их построения. Теорема о «неподвижной точке» итерационных процессов.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
5.	Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	погрешности. Основная теорема А. А. Самарского о сходимости итераций общего неявного стационарного процесса простой итерации. Частные случаи теоремы: достаточные условия сходимости явного метода простых итераций и модифицированного метода простых итераций (метода Якоби). Другие достаточные условия сходимости метода Якоби.								
6.	Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок и скорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
7.	Треугольные итерационные методы. Метод Гаусса-Зейделя; необходимый и достаточный признак сходимости; достаточные признаки сходимости. Метод последовательной релаксации (SOR); достаточные условия сходимости.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
8.	Метод последовательных								

<p>приближений (простых итераций) решения нелинейных уравнений. Принцип сжатых отображений. О качестве итераций и скорости сходимости (оценки). Метод простых итераций для нелинейных систем алгебраических и трансцендентных уравнений (следствия из общего случая); геометрическая интерпретация метода простой итерации для случая одного скалярного уравнения. Метод взятия вилку (метод половинного деления). Метод Ньютона и Ньютона-Канторовича решения нелинейных операторных уравнений. Метод Ньютона применительно к нелинейным системам алгебраических и трансцендентных уравнений; геометрическая интерпретация метода на случай одного скалярного уравнения. Метод хорд, комбинированный метод,</p>															
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	метод секущих.								
9.	<p>Постановка задачи о наилучшем приближении в линейном нормированном пространстве и возникающие проблемы. Общие теоремы о наилучшем приближении: теоремы существования и единственности. Некоторые свойства наилучших приближений и элементов наилучшего приближения. Наилучшие среднеквадратичные приближения (непрерывный и дискретный случаи) функций по весу и их необходимость. Среднеквадратичные приближения по весу функций алгебраическими многочленами; ортогональные многочлены (свойства, и их применение к нахождению среднеквадратичного приближения функций по весу) классические ортогональные многочлены.</p>		4		4	3.3	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
	Итого за семестр:		36		36	35.3			
	8-й семестр								
10.	Постановка задачи		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабо-

	<p>численного интегрирования, подходы к построению квадратурных формул. Интерполяционные квадратурные формулы с наперед заданными узлами, теорема об их точности. Оценки погрешности интерполяционных квадратурных формул. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Численная устойчивость квадратурных формул. Простейшие из формул Ньютона-Котеса; трапеций, Симпсона (парабол), прямоугольников; составные квадратурные формулы, основанные на них; оценки погрешности формул.</p>								<p>рапорной работе</p>
11.	<p>Апостериорная оценка погрешности методом Рунге; автоматический выбор шага интегрирования. Уточнение приближенного решения по Ричардсону.</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	<p>отчет по лабораторной работе</p>
12.	<p>Вариационные методы. Общие положения. Минимизирующие последовательности функционала, сходимость к</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	<p>отчет по лабораторной работе</p>

	не пустому множеству; корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов. Примеры.								
13.	Приближенное решение операторных уравнений энергетическим методом. Теорема о единственности решения операторных уравнений в Гильбертовом пространстве и о функционале энергии. Теорема о сходимости минимизирующей последовательности функционала энергии. Классический метод Ритца; теорема о минимуме функционала энергии в конечномерном подпространстве. Теорема о минимизирующей последовательности классического метода Ритца, ее сходимости и оценке приближения.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабо- раторной работе
14.	. Общие вопросы метода сеток: сетки и сеточные функции, пространство сеточных функций, сеточные нормы, локальная		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабо- раторной работе

	<p>аппроксимация и аппроксимация на сетке, погрешность аппроксимации дифференциальных операторов разностными, постановка разностной схемы, погрешность разностной схемы, порядок точности разностной схемы; корректность разностных схем, порядок аппроксимации разностных схем, связь корректности и аппроксимации разностных схем со сходимостью.</p>								
15.	<p>Разностные схемы краевых задач для уравнения эллиптического типа с переменными коэффициентами: постановка задач, корректность, сходимость разностных схем, методы решения сеточных задач.</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
16.	<p>Однородные разностные схемы начально-краевых задач для параболического уравнения с переменными коэффициентами: постановка задач, построение разностных схем с весами, погрешность</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	<p>аппроксимации, устойчивость, сходимость, решение сеточных задач. Однородные разностные схемы для гиперболических уравнений: постановка задачи, погрешность аппроксимации, устойчивость (без доказательства), решение сеточных уравнений.</p>								
17.	<p>Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка исходной задачи. Вопросы корректности постановки. Различные методы приближенного и численного решения задачи Коши. Простейшие разностные схемы решения задачи Коши: разностная схема Эйлера (явная схема), симметричная схема (неявная схема). Понятие о сходимости метода и порядке точности метода. Понятие о невязке или погрешности аппроксимации схемы; аппроксимации и</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	<p>порядке аппроксимации разностного метода. Порядок аппроксимации метода Эйлера и симметричной схемы. Порядок точности схемы Эйлера. Одношаговые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка методов. Семейство методов второго порядка аппроксимации и частные случаи семейства: схемы (двухэтапные) предиктор-корректор. Сходимость методов Рунге-Кутты (теорема о сходимости). Связь порядков аппроксимации и точности. Метод Рунге повышения точности решения задачи Коши на последовательности сеток.</p>								
18.	<p>Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. Формулировка методов: явные и неявные методы, явные и неявные методы Адамса. Погрешность аппроксимации многошаговых методов на решениях или невязка разностного метода; наивысший порядок</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	аппроксимации. Понятие об устойчивости и сходимости многошаговых методов. Примеры многошаговых методов Адамса (явных и неявных).								
	Итого за семестр:		36		36	35.3			
	Всего часов:		72		72	70.6			

**Рейтинг-план дисциплины
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 4, семестр 7

Рейтинг-план №1 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Численные методы решения задач линейной алгебры. Решение систем нелинейных уравнений			0	50
Текущий контроль				
1. Лабораторные работы	5	2	0	10
Рубежный контроль				
1. Письменная контрольная работа	5	5	0	25
Модуль 2. Приближение функций. Численное интегрирование			0	50
Текущий контроль				
1. Лабораторные работы	8	5	0	40
Рубежный контроль				
1. Письменная контрольная работа	2	5	0	10
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	10
2. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)			0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
1. Зачет				

**Рейтинг-план дисциплины
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

курс 4, семестр 8

Рейтинг-план №2 (Экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 3. Численное интегрирование. Численные методы решения задач УМФ.			0	35
Текущий контроль				
1. Лабораторные работы	4	5	0	20
Рубежный контроль				
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
Модуль 4. Численные методы решения для ОДУ			0	35
Текущий контроль				
1. Лабораторные работы	4	5	0	20
Рубежный контроль				
1. Письменная контрольная работа	3	5	0	15
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	10
3. Работа со школьниками (кружок, конкурсы, олимпиады)			0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
3. Посещение лекционных занятий			0	-6
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
1. Экзамен				30