МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЕ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:	Согласовано:
на заседании кафедры	Председатель УМК факультета
протокол № 10 от 25.06.2018 _____	Ефимов А.М.
Зав. Кафедрой Болотнов А.М.	*(Ф.И.О)*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина *Математическая теория управления*

вариативная часть, дисциплина по выбору

программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)
01.03.02 Прикладная математика и информатика
(указывается код и наименование направления подготовки (специальности))

Направленность (профиль) подготовки
"Компьютерный инжиниринг и механика"
"Математическое моделирование и вычислительная математика"
"Системное программирование и компьютерные технологии"

Квалификация
Бакалавр

Разработчик (составитель) Доцент кафедры информационных технологий и компьютерной математики, к.ф.-м.н., доцент (должность, ученая степень, ученое звание)	/ Манапова А.Р. (подпись, Фамилия И.О.)

Для приема: 2018г.

Уфа 2018 г.

Составитель / составители: доцент кафедры информационных технологий и компьютерной математики Манапова А.Р.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики протокол от «25» ________06_______ 2018 г. № 10

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры ____,
протокол № ____ от «____» ____________ 20 _ г.

Заведующий кафедрой ___________________/ _____________Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры ____,
протокол № ____ от «____» ____________ 20 _ г.

Заведующий кафедрой ___________________/ _____________Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры ____,
протокол № ____ от «____» ____________ 20 _ г.

Заведующий кафедрой ___________________/ _____________Ф.И.О/

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	7
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	6
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	7
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах ихформирования, описание шкал оценивания	7
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	11
4.3. Рейтинг-план дисциплины	13
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	18
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	18
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	19
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	20
Приложение №1	21
Приложение №2	32

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

(с ориентацией на карты компетенций)

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	1.**Знать**современный математический аппарат, фундаментальные концепции и методологии.	ПК-2 - способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	
	2. **Знать**: базовые понятия и основные подходы к математическому моделированию задач дисциплины	ПК-3 - способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	
Умения	1.**Уметь** совершенствовать математический аппарат, фундаментальные и специальные знанияна основе информационных технологий.	ПК-2 - способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	
	2. **Уметь** использовать на практике классические и современные методы дисциплины	ПК-3 - способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	
	3. **Уметь** использовать на практике современные компьютерные технологии и вычислительные средства для решения прикладных задач теории управления	ПК-3 - способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	
Владения (навыки / опыт деятель-ности)	**1. Владеть** методологией применения современного математического аппарата к задачам прикладного характера.	ПК-2 - способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	
	2. **Владеть** навыками применения основных	ПК-3 - способностью критически переосмысливать накопленный	

	методов дисциплин при решении прикладных задач; -способностью разрабатывать прикладные программы применительно к задачам дисциплин.	опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «*Математическая теория управления*» относится к *вариативной части* Цикла *Б1.В.ДВ.9*Дисциплин.

Дисциплина изучается на четвертом курсе во втором семестре.

Основной ***целью*** изучения курса «Математическая теория управления» является ознакомление студентов с основными положениями современной теории управления; формирование у студентов представления о связи фундаментальных проблем теории управления с задачами получения, передачи и обработки информации, анализа и организации вычислений, принятия решений.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, сформированных в результате освоения студентами предшествующих дисциплин образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»: «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Алгебра» в тесной связи с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

Общие требования к входным знаниям, умениям и готовностям студентов:

1) студенты обладают навыками обучения, необходимыми для усвоения знаний, навыков и умений по дисциплине, а также для получения дальнейшего образования;

2) соответствие общекультурных и профессиональных знаний, умений и навыков предшествующего процесса освоения образовательной программы требованиям основной образовательной программы по направлению подготовки «Прикладная Математика и Информатика»;

3) студенты знают, понимают и способны использовать основные положения и сущность разделов предшествующих дисциплин, посвященных вопросам осуществления профессиональной деятельности.

Бакалавр по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»готовится к научно-исследовательской, проектной, производственно-технологической, организационно-управленческой видам деятельности, связанным с использованием математики, программирования, информационно-коммуникационных технологий и автоматизированных систем управления.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-2 - способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

Этап (уровень) освоения компетенции	**Планируемые результаты обучения** (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	**Критерии оценивания результатов обучения**			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	**Знать**: современный математический аппарат, фундаментальные концепции и методологии.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления о современном математическом аппарате, фундаментальных концепциях и методологии.	Неполные представления о современном математическом аппарате, фундаментальных концепциях и методологии.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о современном математическом аппарате, фундаментальных концепциях и методологии.	Сформированные систематические представления о современном математическом аппарате, фундаментальных концепциях и методологии.

Второй этап (уровень)	**Уметь:**совершенствовать математический аппарат, фундаментальные и специальные знания на основе информационных технологий.	Отсутствие умений или фрагментарные умения в применении и совершенствовании современного математического аппарата.	В целом успешное, но не систематическое использование на практике современного математического аппарата.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в использовании на практике современного математического аппарата.	Сформированное умение использовать на практике современный математический аппарат, фундаментальные и специальные знания на основе информационных технологий.
Третий этап (уровень)	**Владеть**: методологией применения современного математического аппарата к задачам прикладного характера.	Отсутствие владения или фрагментарное владение.	В целом успешное, но не систематическое владение методологией применения современного математического аппарата к задачам прикладного характера.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение методологией применения современного математического аппарата к задачам прикладного характера.	Владение методологией применения современного математического аппарата к задачам прикладного характера.

ПК-3 - способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности.

Этап (уровень) освоения компетенции	**Планируемые результаты обучения** (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	**Критерии оценивания результатов обучения**			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	**Знать:** базовые понятия и основные подходы к математическому моделированию задач дисциплины.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления о базовых понятиях и основных подходах к математическому моделированию задач дисциплины.	Неполные представления о базовых понятиях и основных подходах к математическому моделированию задач дисциплины.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о базовых понятиях и основных подходах к математическому моделированию задач дисциплины.	Сформированные систематические представления о базовых понятиях и основных подходах к математическому моделированию задач дисциплины.
Второй этап (уровень)	**Уметь**: использовать на практике классические и современные методы дисциплины; использовать на практике современные компьютерные технологии и вычислительные средства для решения прикладных задач теории управления.	Отсутствие умений или фрагментарные умения в использовании на практике классических и современных методов дисциплины; использования на практике современных компьютерных технологий и вычислительных средств для решения прикладных задач теории управления.	В целом успешное, но не систематическое использование на практике классических и современных методов дисциплины; использования на практике современных компьютерных технологий и вычислительных средств для решения прикладных задач теории управления.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умениеиспользовать на практике классические и современные методы дисциплины; использовать на практике современные компьютерные технологии и вычислительные средства для решения прикладных задач	Сформированное умение использовать на практике классические и современные методы дисциплины; использовать на практике современные компьютерные технологии и вычислительные средства для решения прикладных задач теории управления.

				теории управления.	
Третий этап (уровень)	**Владеть** навыками применения основных методов дисциплин при решении прикладных задач; -способностью разрабатывать прикладные программы применительно к задачам дисциплин.	Отсутствие владения или фрагментарное владение навыками применения основных методов дисциплины при решении прикладных задач; способностью разрабатывать прикладные программы применительно к задачам дисциплины.	В целом успешное, но не систематическое владение навыками применения основных методов дисциплины при решении прикладных задач; способностью разрабатывать прикладные программы применительно к задачам дисциплины.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками применения основных методов дисциплины при решении прикладных задач; способностью разрабатывать прикладные программы применительно к задачам дисциплины.	Успешное владение навыками применения основных методов дисциплины при решении прикладных задач; способностью разрабатывать прикладные программы применительно к задачам дисциплины.

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена:* текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10.

Шкалы оценивания:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,

- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	1.**Знать**современный математический аппарат, фундаментальные концепции и методологии.	ПК-2 - способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	*лабораторные работы;РГР; экзамен*
	2. **Знать**: базовые понятия и основные подходы к математическому моделированию задач дисциплины	ПК-3 - способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	*лабораторные работы;РГР; экзамен*
2-й этап Умения	1.**Уметь** совершенствовать математический аппарат, фундаментальные и специальные знания на основе информационных технологий.	ПК-2 - способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	*лабораторные работы; РГР; экзамен*
	2. **Уметь** использовать на практике классические и современные методы	ПК-3 - способностью критически переосмысливать	*лабораторные работы; РГР; экзамен*

	дисциплины. **Уметь** использовать на практике современные компьютерные технологии и вычислительные средства для решения прикладных задач теории управления.	накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	
3-й этап Владеть навыками	**1. Владеть** методологией применения современного математического аппарата к задачам прикладного характера.	ПК-2 - способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	*экзамен*
	2. **Владеть** навыками применения основных методов дисциплин при решении прикладных задач; способностью разрабатывать прикладные программы применительно к задачам дисциплин.	ПК-3 - способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	*лабораторные работы; РГР; экзамен*

4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

Экзаменационные билеты

Структура экзаменационного билета: состоит из одного вопроса теоретического характера.

Примерные вопросы для экзамена:

1. Непрерывные функционалы в банаховых пространствах. Обобщенная теорема Вейерштрасса 1.
2. Функционалы полунепрерывные снизу и сверху. Критерий полунепрерывности снизу функционала.
3. Обобщенная теорема Вейерштрасса 2.
4. Функционалы слабо непрерывные и слабо полунепрерывные снизу и сверху. Критерий слабой полунепрерывности функционала снизу.
5. Обобщенная теорема Вейерштрасса 3.
6. Теорема Банаха-Сакса и ее обобщение (Мазур).
7. Теоремы: а) о слабой замкнутости множества в гильбертовом пространстве; б) о слабой полунепрерывности снизу нормы в гильбертовом пространстве; в) о слабой полунепрерывности снизу выпуклого функционала в рефлексивном банаховом пространстве.
8. Обобщенная теорема Вейерштрасса 4.
9. Дифференцируемость функционалов в смысле Фреше. Градиент функционала. Классы функционалов $C^p(U)$, $p=1,2$, $C^{1,1}(U)$. Примеры.
10. Формулы конечных приращений для функционалов $J(u) \in C^p(U)$, $p=1,2$.
11. Лемма об оценке для функционалов $J(u) \in C^{1,1}(U)$, $p=1,2$
12. Выпуклые множества и выпуклые функционалы; примеры. Критерий выпуклости гладких функционалов
13. Критерий выпуклости гладких функционалов. Примеры.
14. Критерий выпуклости гладких функционалов $J(u) \in C^2(u)$. Примеры.
15. Экстремальные свойства выпуклых функционалов. Теорема о точках локального и абсолютного минимума выпуклого функционала.
16. Критерий оптимальности функционалов $J(u) \in C^1(u)$, $U \leq B$. Примеры.
17. Сильно выпуклые функционалы. Примеры. Критерии сильной выпуклости функционалов $J(u) \in C^1(u)$, $U \leq H$. Примеры.
18. Критерий сильной выпуклости функционалов $J(u) \in C^2(U)$. Примеры.
19. Экстремальные свойства сильно выпуклых функционалов. Теорема о достижении нижней грани и сходимости минимизирующей последовательности сильно выпуклого полунепрерывного снизу функционала. Корректность задачи.
20. Линейное нормированное пространство. Классы функций $C^n[a,b]$, $n=0,1,2$; расстояние $//y_1(x)-y_2(x)//_{C^n} n=0,1,2$ между функциями (кривыми) $y_1(x)$, $y_2(x)$ в пространстве $C^n[a,b]$. Понятие о ε- окрестности n-го порядка кривой $y(x) \in C^n[a,b]$, $n=0,1,2$. Геометрический смысл близости функций в смысле нормы пространства C и C^n, $n=0,1,2$. Функционалы, линейные функционалы, ограниченные функционалы. Локальные экстремумы функционалов. Сильные и слабые локальные экстремумы функционалов, примеры. Непрерывные функционалы. Непрерывные функционалы в пространстве C^n, *примеры*.

21. Вариация функционала (два определения) Простейшая задача вариационного исчисления с закрепленными концами, вариация функционала в этой задаче. Теорема о необходимом условии существования слабого экстремума функционала, уравнение Эйлера, экстремали задачи.
22. Понятие простейшей задачи вариационного исчисления: функционал зависящий от нескольких функций. Теорема о необходимом условии слабого экстремума функционала.
23. Понятие простейшей задачи вариационного исчисления: функционал зависящий от производных высших порядков. Теорема о необходимом условии слабого экстремума функционала.
24. Вариационная задача с подвижными границами (концами). Простейшая задача. Теорема о необходимом условии слабого экстремума функционала. Условие трансверсальности.
25. Частным случаем вариационной задачи с подвижными границами является задача, когда концы допустимых кривых лежат на прямых $x=x_0$ и $x=x_1$, но $y(x_0)$ *и* $y(x_1)$ не заданы, т.е. граничные условия при $x=x_0$ и $x=x_1$ отсутствуют, это означает, что граничные точки (x_0, $y(x_0)$) и (x_1, $y(x_1)$) кривой $y(x)$ могут перемещаться по вертикальным прямым $x=x_0$ и $x=x_1$ (возможен вариант, когда один из концов закреплен, а другой перемещается по прямой). В этом частном случае вместо условий трансверсальности записываются, так называемые, естественные граничные условия (какие, выписать эти условия). Такую задачу вариационного исчисления называют также задачей вариационного исчисления без ограничений в классе непрерывно-дифференцируемых функций $y(x)$, не удовлетворяющих каким либо граничным условиям при $x=x_0$ и $x=x_1$. Если же функция $y(x)$ должна удовлетворять лишь одному граничному условию, например $y(x_0)= x_0$, то такую задачу называют задачей со свободным концом ($x=x_1$), но допускающую слабый экстремум $J(y)$ в классе функций $y(x) \in C^2[a,b]$ удовлетворяющих также условию $y(x_0)= x_0$. Сформулируйте соответствующие теоремы о необходимых условиях слабого экстремума функционала в рассмотренных случаях.
26. Задача вариационного исчисления без ограничений с функционалом Больца. Теорема о необходимом условии слабого экстремума.
27. Вариационные задачи на условный экстремум. Задачи с конечными связями. Задача Лагранжа. Необходимые условия слабого экстремума. Метод множителей Лагранжа.
28. Вариационные задачи на условный экстремум. Задачи с дифференциальными связями. Задача Лагранжа. Необходимые условия слабого экстремума. Метод множителей Лагранжа.
29. Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрическая задача. Задача Лагранжа. Необходимые условия слабого экстремума. Метод множителей Лагранжа.
30. Задача вариационного исчисления с подвижными концами. Задача об отыскании минимума функционала при условии, что один конец кривой $y(x)$ фиксирован: $y(x)= y_0$, а второй лежит на заданной гладкой кривой $y=g(x)$. При этом верхний предел интегрирования в функционале $J(y)$ не фиксирован.
31. Постановка задачи оптимального управления с закрепленными концами. Необходимые условия экстремума - Принцип максимума Понтрягина. Иллюстрация принципа максимума.

Образец экзаменационного билета:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Экзаменационный билет №1
по курсу «Математическая теория управления»
(2018-2019 у.г.)

1. Градиентный метод решения задачи оптимального управления со свободным правым концом траектории. Варианты этого метода. Примеры.

Преподаватель Манапова А.Р. /________________/

И.о. зав. кафедрой Болотнов А.М. /________________/

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:
- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.
- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности.
- **10-16** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.
- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Образец лабораторной работы:

Лабораторная работа № …

Простейшая задача вариационного исчисления с закрепленными концами. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления: функционал, зависящий от производных высших порядков, функционал зависящий от нескольких функций. Вариационная задача с подвижными границами (концами).

1. Найти экстремаль функционала $J(y_1, y_2) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(y_1'^2 + y_2'^2 + 2y_1 y_2 \right) dx$; $y_1(0) = y_2(0) = 0$, $y_1(\pi/2) = 1$, $y_2(\pi/2) = -1$.
2. Найти экстремаль функционала $J(y)= \int_0^{x_1} \sqrt{1 + y`^2 dx}$; $y(0) = 0$; $y(x_1) =1$.
3. Найти экстремаль функционала $J(y)= \int_0^{\pi/2} \left(y`^2 - y^2\right) dx$; $y(0) = 0$.

Описание методики оценивания:

Критерии оценки (в баллах):

- 24 балла выставляется студенту, если практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- 18 баллов выставляется студенту, если при выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки; или выполнено только основное задание, но без ошибок и неточностей;

- 10 баллов выставляется студенту, если при решении задания допущены существенные ошибки, и обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий.

Темы эссе
(рефератов, докладов, сообщений)
по дисциплине ***Математическая теория управления***
<u>для аудиторной работы</u>

<u>Темы рефератов:</u>

1. Простейшая задача вариационного исчисления с закрепленными концами, вариация функционала в этой задаче. Теорема о необходимом условии существования слабого экстремума функционала, уравнение Эйлера, экстремали задачи.
2. Понятие простейшей задачи вариационного исчисления: функционал зависящий от нескольких функций. Теорема о необходимом условии слабого экстремума функционала.
3. Понятие простейшей задачи вариационного исчисления: функционал зависящий от производных высших порядков. Теорема о необходимом условии слабого экстремума функционала.
4. Вариационная задача с подвижными границами (концами). Простейшая задача. Теорема о необходимом условии слабого экстремума функционала. Условие трансверсальности.
5. Задача вариационного исчисления без ограничений с функционалом Больца. Теорема о необходимом условии слабого экстремума.
6. Вариационные задачи на условный экстремум. Задачи с конечными связями. Задача

Лагранжа. Необходимые условия слабого экстремума. Метод множителей Лагранжа.

7. Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрическая задача. Задача Лагранжа. Необходимые условия слабого экстремума. Метод множителей Лагранжа.

8. Задача вариационного исчисления с подвижными концами. Задача об отыскании минимума функционала при условии, что один конец кривой $y(x)$ фиксирован: $y(x)= y_0$, а второй лежит на заданной гладкой кривой $y=g(x)$. При этом верхний предел интегрирования в функционале $J(y)$ не фиксирован.

9. Постановка задачи оптимального управления с закрепленными концами. Необходимые условия экстремума - Принцип максимума Понтрягина. Иллюстрация принципа максимума.

Описание методики оценивания аудиторной работы:

Критерии оценки (в баллах):

- 16 баллов выставляется студенту, если раскрыта суть рассматриваемого аспекта и причина его рассмотрения; описание существующих для данного аспекта проблем и предлагаемые пути их решения; доклад имеет презентацию; соблюден регламент при представлении доклада; представление, а не чтение материала; использованы нормативные, монографические и периодические источники литературы; четкость дикции; правильность и своевременность ответов на вопросы; оформление доклада в соответствии с требованиями сдача его преподавателю;

-*10 баллов* выставляется студенту, если не выполнены любые два из вышеуказанных условий;

- *5 баллов* выставляется студенту, если не выполнены любые четыре из вышеуказанных условий;

Задания для РГР

РГР состоит из 10 заданий. Задания 1-3 по простейшей задаче вариационного исчисления, и ее обобщениям. Задания 4-5 по вариационной задаче с подвижными границами. Задание 6 - задача вариационного исчисления без ограничений с функционалом Больца. Задания 7- 8 по вариационным задачам на условный экстремумс конечными и дифференциальными связями. Задания 9-10 – изопериметрическая задача и задача вариационного исчисления с подвижными концами и нефиксированным верхним пределом интегрирования.

Пример варианта РГР №1:

Найти экстремаль функционала в следующих задачах:

1. $J(y_1, y_2) = \int_0^1 (y_1' y_2' + y_1 y_2)dx$; $y_1(0) = y_2(0) = 0$, $y_1(1) = e$, $y_2(1) = 1/e$.
2. $J(y_1, y_2) = \int_0^\pi (y_1'^2 - y_2'^2 + 2y_1' y_2' + 2y_1 \cos x + 2y_2^2)dx$; $y_1(0) = -1$, $y_2(0) = y_2(\pi)=0$, $y_1(\pi) =1+\pi$.

3. J(y)= $\int_0^{x_1}\left(y^{`2}+y^2\right)dx$; y(0) = 0, y($x_1$) = 1.

4. J(y)= $\int_0^{\pi/2}\left(y^{`2}-y^2\right)dx$; y(0) = 0.

5. J(y)= $\int_0^{\frac{\pi}{4}}(y^{`2}-y^2+4y\cos x)dx$; y(0) = 0.

6. J(y)= $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(y^{`2}-y^2\right)dx+y^2(0)-y^2(\frac{\pi}{2})+4y(\frac{\pi}{2})$

7. J (y_1, y_2) = $\int_0^1(y_1^{`2}+y_2^{`2}+1)dx$;

   $y_1(0)=y_2(0)=y_2(1)=0, y_1(1)=2; y_1+y_2-2x^2=0$

8. J (y_1, y_2) = $\int_0^{\pi}\left(y_1^{`2}-y_2^{`2}\right)dx$;

   $y_1(0)=y_2(0)=y_1(\pi)=0, y_2(\pi)=\frac{\pi}{2}; y_1^{`}-y_2+\cos x=0$

9. J(y_1, y_2)= $\int_0^1(y_1+y_2)dx$;

   $y_1(0)=y_2(0)=0, y_1(1)=1, y_2(1)=-3; \int_0^1 y_1^{`}y_2^{`}dx=0$;

10. J(y)= $\int_0^{x_1}\sqrt{1+y^{`2}dx}$; $y(x_0)=x_0^2, y(x_1)=x_1-5$.

Описание методики оценивания:

Критерии оценки:

За первую часть РГР (задания 1-6)

- 18 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 6 заданий;
- 15 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 4-5 заданий;
- 10 баллов выставляется студенту, если верно выполнено 3 задания;
- 5 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 2 задания.

За вторую часть РГР (задания 7-10)

- 12 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 4 задания;
- 9 баллов выставляется студенту, если верно выполнены 3 задания;
- 7 баллов выставляется студенту, если верно выполнено 2 задания;
- 5 баллов выставляется студенту, если верно выполнено 1 задание.

Зачет за РГР выставляется, если студент набрал 24 балла и выше (15 баллов и выше - за первую часть, 9 баллов и выше - за вторую часть РГР).

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации: учебник / Ф.П. Васильев. - Изд. нов., перераб. и доп. - Москва: МЦНМО, 2011. - Ч. 1. Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. - 620 с. - ISBN 978-5-94057-707-2.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Университетская библиотека online".— ISBN: 978-5-9963-0802-6 — http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313

2. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учебное пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. - 3-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2011. - 408 с. - ISBN 978-5-9221-0992-5.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Университетская библиотека online".— ISBN: 978-5-9963-0333-5 — http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67227.

Дополнительная литература:

3. Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва: Логос, 2011. - 424 с.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Университетская библиотека online".— ISBN: 978-5-9963-0333-5 — http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84995

в) перечень учебно-методических указаний для самостоятельной работы студентов

1. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. Учебное пособие [Электронный ресурс] / Бахвалов Н. С. — 2-е изд., перераб. и доп. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. - 241 с.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Университетская библиотека online".— ISBN: 978-5-9963-0333-5 — <http://www.biblioclub.ru/book/115599/>.

2. Самарский А.А.Вабищевич П.Н.Самарская Е.А. Задачи и упражнения по численным методам: Учебное пособие. М.: Эдиториал УРСС. 2000.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Университетская библиотека online".— ISBN: 978-5-9963-0333-5 — <http://www.biblioclub.ru/book/115599/>.

Рекомендуемые периодические издания (журналы):

1. Журнал «Дифференциальные уравнения» / гл. ред. академик РАН В.А. Ильин – М.: ООО Международная академическая издательская компания "Наука/Интерпериодика", выпускается с 1965г.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Научную-электронную библиотеку eLibrary.ru. — ISSN: 0374-0641— http://elibrary.ru/title_about.asp?id=9677.

2. Журнал «Вычислительной математики и математической физики» / гл. ред. Ю.С. Осипов – М.: ООО Международная академическая издательская компания "Наука/Интерпериодика", выпускается с 1961г.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Научную-электронную библиотеку eLibrary.ru. — ISBN: 0044-4669— http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7791.

3. Журнал «Прикладная информатика»/ гл. ред. Емельянов А.А., — М.: «Синергия ПРЕСС», выпускается с 2006г.

Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему "Издательство «Лань»". — ISBN: 1993-8314 — <http://e.lanbook.com/journal/element.php?pl10_cid=227&pl10_id=2067>.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. Универсальная Базы данных EastView (доступ к электронным научным журналам) - https://dlib.eastview.com/browse

2. Научная электронная библиотека - elibrary.ru (доступ к электронным научным журналам) - https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp

3. Электронная библиотека диссертаций РГБ - http://diss.rsl.ru/

4. Учебный центр компьютерных технологий - www.microinform.ru/

5. SCOPUS - https://www.scopus.com

6. Web of Science - http://apps.webofknowledge.com

6.Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	*2*	*3*
1. ***учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:*** аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное) **2.** ***учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:*** аудитория № 523 (физико-математический корпус - учебное) **3.** ***учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:*** аудитория № 531 (физико-математический корпус - учебное), аудитория № 523 (физико-математический корпус - учебное) **4.** ***помещения для самостоятельной работы:*** аудитория № 426 (физико-математический корпус - учебное), читальный зал №2 (физико-математический корпус - учебное)	**Аудитория №426** Учебная мебель, доска, персональные компьютеры LenovoThinkCentreA70zIntelPentiumE 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., шкаф TLKTWP-065442-G-GY **Аудитория №531** Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32. **Аудитория № 523** Учебная мебель, доска **Читальный зал №2** Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

Приложение № 1

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Вид работы	**Объем дисциплины**
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	6/216
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	55.7
лекций	10
практических/ семинарских	
лабораторных	44
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	1.7
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	125.5
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34.8

Формы контроля:
РГР 8-й семестр
экзамен8-йсеместр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	8-й семестр	10		44	125.5			
1	Введение. Общие понятия теории экстремальных задач в функциональных пространствах. Постановки задач на экстремум, корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов на множествах U из банаховых пространств B. Примеры.	1			10	1-2	1-2	
2	Дифференциальное исчисление в нормированных пространствах. Дифференцируемость отображений (функционалов) в смысле Фреше. Производные Фреше отображения. Градиент функционала. Вариация отображения (функционала) по Лагранжу. Дифференцируемость отображения (функционала) по Гато, производная Гато. Примеры. Формулы конечных приращений для функционалов. Одна лемма об оценке для функционалов из класса $C^{1,1}(U)$.	1			5	1-2	1-2	
3	Гладкие задачи оптимизации функционалов без ограничений и с ограничениями. Необходимые а	1			10	1-2	1-2	

	также необходимые и достаточные условия экстремума первого и второго порядков. Необходимые и достаточные условия минимума гладких выпуклых функционалов на выпуклом множестве U из банахова пространства B. Критерий оптимальности для гладких выпуклых функционалов. Примеры.							
4	Элементы выпуклого анализа. Теорема о точках локального и глобального минимумов выпуклых функционалов и строго выпуклых функционалов. Критерии выпуклости и сильной выпуклости гладких и дважды гладких функционалов. Примеры.	1		4	1	1-2	1-2	
5	Сильная и слабая сходимость последовательности в банаховых пространствах. Множества в банаховых пространствах: замкнутые, слабо замкнутые, бикомпактные, слабо бикомпактные. Теоремы Банаха – Сакса и Мазура о слабой и сильной сходимости последовательностей в банаховых пространствах и следствия из теорем. Функционалы в банаховых пространствах: непрерывные, полунепрерывные, слабо непрерывные, слабо полунепрерывные, связь. между ними (возможно при некоторых условиях). Критерии полунепрерывности и слабой полунепрерывности. Общие теоремы об ограниченности снизу (сверху) и достижении функционалами экстремумов на множествах U из банаховых пространств B – обобщенные теоремы Вейерштрасса (для функционалов и множеств, наделенных некоторыми свойствами). Корректность постановок задач минимизации.	1		2		1-2		
6	Теорема о достижении нижней грани и сходимости минимизирующей последовательности сильно выпуклого	1				1-2		

	полунепрерывного снизу функционала на выпуклом замкнутом множестве U гильбертова пространства H.							
7	Методы минимизации (оптимизации) функционалов, заданных на множествах U из гильбертовых пространств H: градиентные методы; метод проекции градиента; сопряженных градиентов; условного градиента; штрафных функционалов. Теоремы о сходимости методов.	1		2		1-2		
8	Основные понятия, основные определения классического вариационного исчисления. Функционалы, ограничения, граничные условия. Основные леммы вариационного исчисления. Постановка простейшей задачи вариационного исчисления по отысканию слабого экстремума функционала. Формула для первой и второй вариации функционала. Необходимое условие экстремума функционала – уравнение Эйлера. Экстремали функционала; допустимые экстремали функционала (вывод уравнения Эйлера с помощью основной леммы вариационного исчисления а также с помощью леммы Дюбуа – Реймона). Примеры.	1				1-2		
9	Обобщение простейшей задачи вариационного исчисления по отысканию слабого экстремума функционала $J(y(x))$, зависящего от производных высших порядков $y(x)$. Уравнение Эйлера – Пуассона. Примеры.	1		2		1-2		
10	Обобщение простейшей задачи вариационного исчисления по отысканию слабого экстремума функционала $J(y(x))$, зависящего от нескольких функций. Система дифференциальных уравнений Эйлера. Пример.	1		2		1-2		
11	Обобщение простейшей задачи вариационного исчисления по отысканию слабого экстремума			2		1-2		РГР

	функционала $J(y(x))$ в задаче с фиксированным левым концом $x = a$ и свободным правым концом $x = b$. Необходимые условия оптимальности. Пример.							
12	Обобщение простейшей задачи вариационного исчисления по отысканию слабого экстремума функционала $J(y(x))$ в задаче без ограничений. Необходимые условия оптимальности. Пример.			2		1-2		
13	Простейшая задача вариационного исчисления с подвижными границами по отысканию слабого экстремума функционала $J(y(x))$. Необходимые условия оптимальности (в форме уравнения Эйлера и условий трансверсальности) при условиях: $y(a) = \varphi_0(a), y(b) = \varphi_1(b)$, $где\ \varphi_0(x), \varphi_1(x) \in C^1[a,b]$ Пример.			2		1-2		
14	Задача вариационного исчисления со свободными границами и функционалом Больца $J(y(x)) = \int_a^b F(x,y,y')dx + f(y(a),y(b))$ Необходимые условия слабого экстремума функционала $J(y(x))$. Пример.			2		1-2		
15	Задачи вариационного исчисления на условный экстремум функционала $J(y(x))$, в которых на искомые функции накладываются, помимо граничных условий, дополнительные ограничения в форме конечных связей (голономных связей). Функция Лагранжа, задача Лагранжа. Необходимые условия оптимальности. Пример.			2		1-2		РГР
16	Задачи вариационного исчисления на условный экстремум функционала $J(y(x))$, в которых на искомые функции накладываются, помимо граничных условий, дополнительные ограничения в форме дифференциальных связей			2		1-2		

	(неголономных связей). Метод множителей Лагранжа, задача Лагранжа. Необходимые условия оптимальности. Пример.							
17	Изопериметрическая вариационная задача на отыскание слабого экстремума функционала $J(y(x))$. Множители Лагранжа, функция Лагранжа. Необходимые условия оптимальности. Пример.			8		1-2		лабораторная работа
18	Вторая вариация функционала в простейшей задаче вариационного исчисления. Необходимые и достаточные условия слабого экстремума второго порядка в простейшей задаче вариационного исчисления. Условие Лежандра. Уравнение Якоби, условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Необходимые и достаточные условия сильного экстремума. Примеры.			2		1-2		
19	Основные понятия систем (объектов) управления. Управляемый процесс и его описание. Постановка задачи оптимального управления в общем кратком виде. Классификация задач оптимального управления по различным признакам (критериям). Функционалы, ограничения, граничные условия.			2	10	1-2	1-2	
20	Принцип максимума Понтрягина. Формулировка принципа максимума для задачи оптимального управления с закрепленными концами траектории и с закрепленным временем (моменты времени t_0 и T фиксированы): $J(u(\cdot)) = \int_{t_0}^{T} f^0(x(t), u(t), t)dt \rightarrow min,$ Обсуждение принципа максимума Понтрягина. Краевая задача принципа максимума. Схема использования принципа максимума и соображения, дающие возможность решить в			2	10	1-2	1-2	РГР

	некоторых случаях задачу оптимального управления в явном виде (правило решения). Примеры.							
21	Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального управления: $\int_{t_0}^{T} f^0(x(t),u(t),t)dt \quad +\Phi(x(T)) \to inf,$ $\dot{x}(t) = f(x(t),u(t),t), t_0 \le t \le T,$ $x(t_0) \in S_0, \quad x(T) \in S_1,$ $u(t) \in V \subset R^n, \quad t_0 \le t \le T$ с закрепленными начальным и конечным моментами времени (моменты t_0, T фиксированы), причем движение управляемого объекта подчинено начальным условиям $x(t_0) \in S_0(t_0)$ и конечным условием $x(T) \in S_1(T)$, при этом предполагается также, что правый конец траектории либо свободен, т.е. многообразие $S_1 \subseteq R^n$ имеет вид $S_1 = R^n$, либо многообразие S_1 имеет вид $S_1 = \{x \in R^n: g_j(x) = 0, \ j = \overline{1,p_1}\}$,либо многообразие $S_1 \subseteq R^n$ задается с помощью уравнений $S_1 = \{x \in R^n: g_j(x) \le 0, j = \overline{1,m_1};$ $g_j(x) = 0, \ j = \overline{m_1+1,p_1}\}$ (в частности, если $g_j(x) = x^j - x_1^j, \ j = \overline{1,n}, \ p_1$=n, то из $(*)$ получаем случай закрепленного правого конца: $x(T) = x_1$). Аналогично, на левом конце траектории предполагается, что либо многообразие $S_0 \subseteq R^n$ имеет вид $S_0 = R^n$, либо $S_0 = \{x \in R^n: h_j(x) = 0, \ j = \overline{1,p_0}\}$, либо $S_0 = \{x \in R^n: h_j(x) \le 0, j = \overline{1,m_0};$ $h_j(x) = 0, \ j = \overline{m_0+1,p_0}\}$ Обсуждение			2	10	1-2	1-2	

	принципа максимума. Правило решения. Примеры.							
22	Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального управления: $\int_{t_0}^{T} f^0(x(t),u(t),t)dt$ + $\Phi(x(T),T) \to inf$, $\dot{x}(t) = f(x(t),u(t),t), t_0 \le t \le T$, $x(t_0) \in S_0(t_0), x(T) \in S_1(T)$, $u(t) \in V, t_0 \le t \le T$, когда начальный и конечный моменты времени t_0 u T, вообще говоря, не известны и также подлежат определению, причем предполагается, что правый конец траектории либо свободен, т.е.$S_1(t) = R^n$, $t \in R$, либо множество $S_1(T) \subseteq R^n$ имеет вид $S_1(T) = \{x \in R^n:,$ $g_j(x,T) \le 0,\ j = \overline{1,m_1};$ $g_j(x,T) = 0,\ j = \overline{m_1+1,p_1}\}$ $(*)T \in R$. Аналогично, на левом конце траектории, либо $S_0(t_0) \equiv R^n$, $t_0 \in R$, либо множество $S_0(t_0) \subseteq R^n$ имеет вид $S_0(t_0) = \{x \in R^n:,$ $h_j(x,t_0) \le 0, j = \overline{1,m_0};$ $h_j(x,t_0) = 0, j = \overline{m_0+1,p_0}\}(**)t_0 \in R$. Случаи $m_1 = 0$, или $p_1 = m_1$, или, $m_0 = 0$, или $p_0 = m_0$ в $(*)$, $(**)$ не исключаются. Обсуждение принципа максимума. Правило решения. Примеры.			2	10	1-2	1-2	
23	Принцип максимума Понтрягина в задаче о быстродействии. Обсуждение принципа максимума. Правило решения. Примеры					1-2	1-2	
24	Используя общий прием Лагранжа (принцип Лагранжа) сформулируйте теорему (принцип Лагранжа в задаче			2	10	1-2	1-2	

	Лагранжа в понтрягинской форме) о необходимых условиях оптимальности для задачи Лагранжа в следующей потановке задачи оптимального управления: $J(x(\cdot),u(\cdot)) = \int_{t_0}^{t_1} f^0(t,x(t),u(t))dt + \Phi(x(t_0),x(t_1)) \to inf,$ $\dot{x}(t) = f(t,x(t),u(t)),$ $\varphi_j(x(t_0),x(t_1)) = 0, j = \overline{1,s},$ $u(t) \in V \subset R^r,$ где $f^0, f, \varphi_j, j = \overline{1,s}$ – непрерывно дифференцируемые функции. Обсудите формулировку принципа максимума, сформулируйте правило решения. Приведите модельные примеры.							
25	Задача Лагранжа в понтрягинской форме в общей постановке. Общий прием – принцип Лагранжа в задачах классического вариационного исчисления и оптимального управления. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа в общем случае (в общей постановке). Постановка задачи (задачи Лагранжа в понтрягинской форме) и формулировка теоремы Эйлера – Лагранжа (принцип Лагранжа) в задаче Лагранжа в понтрягинской форме). Обсуждение теоремы. Правило решения. Примеры.			2	10	1-2	1-2	
26	Формулировка и обсуждение принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления (в понтрягинской форме) в общей постановке в соответствии с общим принципом Лагранжа: $\mathcal{J}_0(\xi) \to min,$ $\mathcal{J}_i(\xi) = 0, i = m' + 1, \dots m,$			2		1-2	1-2	

	$\dot{x}(t) = \varphi(t, x(t), u(t)), \forall\ t \in T$, $(*)$ $u(t) \in V, \forall\ t \in \Delta = [t_0, t_1]$(, где $\xi = (x(\cdot), u(\cdot), t_0, t_1), x \in KC^1(\Delta, R^n), u \in KC(\Delta, R^r)$, $\Delta = [t_0, t_1]$, $t_0 < t_1$, $V \subset R^r$ – произвольное множество, $T \in \Delta = [t_0, t_1]$ – множество точек непрерывности функции $u = u(t)$, $J(\xi) = \int_{t_0}^{t_1} f_i(t, x(t), u(t))dt$ + $l_i(t_0, x(t_0), t_1, x(t_1))$, В данной задаче отрезок $\Delta = [t_0, t_1]$ не фиксирован, а подлежит определению, – так же, как и заданные на нем функции $x(\cdot)$ и $u(\cdot)$. Дифференциальная связь $(*)$ должна выполняться во всех точках непрерывности управления u. В отличие от задачи Лагранжа здесь имеется ограничение типа включения $(**)$, которое должно выполняться во всех точках $t \in \Delta = [t_0, t_1]$. Частным случаем данной задачи оптимального управления является задача, в которой концы (полностью или частично) закреплены. Обсуждение принципа максимума. Правило решения. Примеры.							
27	Доказательство принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления с закрепленными начальным и конечным моментами времени t_0, T, закрепленным левым концом траектории и свободным правым концом траектории.			2	10	1-2	1-2	
28	Связь между принципом максимума Понтрягина и классическим вариационным исчислением.					1-2	1-2	
29	Градиент функционала в задаче оптимального управления со свободным правым концом траектории, состояние процесса управления в которой описывается задачей Коши для					1-2	1-2	

	обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ).							
30	Градиентный метод решения задачи оптимального управления со свободным правым концом траектории, состояние процесса управления в которой описывается задачей Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Варианты этого метода. Примеры.				10	1-2	1-2	
31	Метод проекции градиента решения задачи оптимального управления со свободным правым концом траектории, состояние процесса управления в которой описывается задачей Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Варианты этого метода. Примеры.					1-2	1-2	
32	Метод условного градиента решения задачи оптимального управления со свободным правым концом траектории, состояние процесса управления в которой описывается задачей Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Варианты этого метода. Примеры.				5	1-2	1-2	
33	Метод сопряженных градиентов решения задачи оптимального управления со свободным правым концом траектории, состояние процесса управления в которой описывается задачей Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Примеры.				5	1-2	1-2	
34	Применение метода штрафных функционалов при решении задач оптимального управления.				5	1-2	1-2	
35	Описание некоторых численных методов решения задач оптимального управления системами, описываемыми задачей Коши для ОДУ. Аппроксимации задач оптимального управления. Конечномерные разностные аппроксимации для одной квадратичной задачи				5	1-2	1-2	

	оптимального управления.							
36	Задачи оптимального управления системами, описываемыми уравнениями в частных производных (оптимальное управление системами с распределенными в пространстве параметрами). Основные понятия распределенных систем (объектов) управления. Описания распределенных управляемых процессов. Уравнения состояния, функционалы, ограничения, граничные условия.					1-2	1-2	
37	Математические постановки некоторых задач оптимального управления системами, описываемыми уравнениями эллиптического, параболического и гиперболического типов. Корректность постановок задач оптимального управления. Некоторые постановки задач оптимального управления: «управление» физическими характеристиками объектов управления (субстанциями, свойствами среды), определяющими его состояние; управление процессами нагрева теплопроводящего стержня; управление колебательными процессами, описываемыми уравнением колебания струны и уравнением поперечных колебаний упругого стержня. Некоторые другие постановки задач оптимального управления для распределенных систем управления.					1-2	1-2	
38	Градиентные методы решения задач оптимального управления системами, описываемыми уравнениями в частных производных. Конечномерные разностные аппроксимации задач оптимального управления для распределенных систем управления (некоторые результаты и их обсуждение).					1-2	1-2	
	Итого							

	Всего часов:	10		44	126			

Приложение № 2

Рейтинг-план дисциплины

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ
(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки *01.03.02 Прикладная математика и информатика*
курс **4**, семестр **VIII**

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Вводная часть. Экстремальные задачи классического вариационного исчисления.				
Текущий контроль			**0**	**24**
1. Лабораторная работа №1	8	3	0	24
Рубежный контроль			**0**	**18**
1. РГР, задания 1-6	3	6	0	18
Модуль 2. Задачи оптимального управления и их классификация. Градиентные методы решения задач оптимального управления системами, описываемыми уравнениями в частных производных. Конечномерные разностные аппроксимации задач.				
Текущий контроль			**0**	**16**
1. Аудиторная работа (доклад)	16	1	0	16
Рубежный контроль			**0**	**12**
1. РГР, задания 7-10	3	4	0	12
Посещаемость				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
Поощрительные баллы			0	10
Итоговый контроль				
1. Экзамен				30