

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Утверждено:

на заседании кафедры ИТиКМ
протокол № 10 от 25 июня 2018 г.

Зав. кафедрой *А.М. Болотнов*



Согласовано:

Председатель УМК
факультета математики и ИТ

А.М. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина

Численные методы

Цикл Б1.Б.22— Базовая часть

ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА

Направление подготовки (специальность):
02.03.03– Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

Направленность (профиль) подготовки:
Системное и интернет-программирование

Квалификация—бакалавр

Разработчик (составитель):

канд. физ.-мат. наук, доцент

 / Файрузов М.Э.

Для приема 2018 г.

Уфа — 2018

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информационных технологий и компьютерной математики Файрузов М.Э.

Рабочая программа дисциплины актуализирована на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол № 11 от 22.06.2017 г.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики, протокол № 10 от 25.06.2018 г.

Изменен список литературы

Заведующий кафедрой



Болотнов А.М.

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	6
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	6
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	8
4.3. Рейтинг-план дисциплины	11
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	12
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	20
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	21
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	22

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	1. Знать основные концепции дисциплин, основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	
	2. Знать современные языки программирования и языки баз данных, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	
	3. Знать основные методы численного анализа.	ПК-1: способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	
Умения	1. Уметь использовать на практике знания дисциплин, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	
	2. Уметь применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, системы автоматизированного проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	

	и пакеты прикладных программ.		
	3. Уметь собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований в своей области.	ПК-1: способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	
Владения (навыки / опыт деятельности)	1. Владеть базовыми математическими знаниями и их применением для решения задач теоретического и прикладного характера.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	
	2. Владеть методикой работы с электронными библиотеками, сетевыми технологиями, библиотеками и пакетами прикладных программ; навыками разработки прикладных программ.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	
	3. Владеть способностью формирования выводов по своим научным исследованиям.	ПК-1: способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Численные методы» входит в базовую часть цикла Б1.Б.22 дисциплины (модуля).

Дисциплина «Численные методы» изучается на 4 курсе в 7 и 8 семестрах. Изучение дисциплины «Численные методы» студентами очной формы обучения по направлению подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» (уровень бакалавриата) осуществляется в составе цикла дисциплин направления Б1.Б.22 Сроки, трудоемкость освоения дисциплины определены ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 марта 2015 г. № 222.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, сформированных в результате освоения студентами предшествующих дисциплин образовательной программы по направлению подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» (уровень бакалавриата): «Математический анализ», «Алгебра и

геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения с частными производными» и «Языки и методы программирования».

Теоретическая и практическая подготовка бакалавров должна обеспечить получение знаний и представлений в области современных численных методов, достаточных для эффективной профессиональной деятельности. При этом подразумевается приобретение бакалаврами такого уровня знаний, который бы позволил им самостоятельно анализировать возможности выбираемого программного средства для выполнения той или иной конкретной задачи и на основании проведенного анализа выбирать наиболее подходящую прикладную программу.

Знания и умения, приобретенные бакалаврами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при написании выпускной квалификационной работы бакалавра. Основные результаты изучения дисциплины могут быть использованы непосредственно в будущей профессиональной деятельности бакалавров (в том числе в научных исследованиях).

Бакалавр по направлению подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» готовится к научно-исследовательской, проектной и производственно-технологической, организационно-управленческой и социально-педагогической видам деятельности, связанным с использованием математики, программирования, информационно-коммуникационных технологий и автоматизированных систем управления..

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Не зачтено»	«Зачтено»		
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать: Знать основные концепции дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Неполные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные систематические представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.

Второй этап (уровень)	Уметь: использовать на практике знания дисциплины «Численные методы, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения..	Отсутствие умений или фрагментарные умения использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но не систематическое использование на практике знаний численных методов, не систематическое умение корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в использовании на практике знаний численных методов, в умении корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	Сформированное умение использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.
Третий этап (уровень)	Владеть: Владеть базовыми математическими знаниями и их применением для решения задач теоретического и прикладного характера.	Отсутствие владения или фрагментарное владение численными методами и их применением для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но не систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применения численных методов и их применений для решения задач прикладного характера.	Успешное и систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.

ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Не зачтено»	«Зачтено»		
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать современные языки программирования и языки баз данных, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий.	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Неполные представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	Сформированные систематические представления об основных концепциях дисциплины «Численные методы», основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.

Второй этап (уровень)	Уметь применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, системы автоматизированного проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты прикладных программ.	Отсутствие умений или фрагментарные умения использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но не систематическое использование на практике знаний численных методов, не систематическое умение корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в использовании на практике знаний численных методов, в умении корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	Сформированное умение использовать на практике знания численных методов, корректно формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.
Третий этап (уровень)	Владеть методикой работы с электронными библиотеками, сетевыми технологиями, библиотеками и пакетами прикладных программ; навыками разработки прикладных программ.	Отсутствие владения или фрагментарное владение численными методами и их применением для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но не систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применения численных методов и их применений для решения задач прикладного характера.	Успешное и систематическое применение численных методов и их применение для решения задач прикладного характера.

ПК-1: способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		«Не зачтено»	«Зачтено»		
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать основные методы численного анализа..	Отсутствие знаний или фрагментарные представления об методах численного анализа.	Неполные представления об методах численного анализа.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об методах численного анализа.	Сформированные систематические представления об методах численного анализа.
Второй этап (уровень)	Уметь собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований в своей области.	Отсутствие умений или фрагментарные умения собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований в своей области.	В целом успешное, но не систематическое использование умения собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований в своей области.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использования умения собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований в	Сформированное умение собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований в своей области.

				своей области.	
Третий этап (уровень)	Владеть способностью формирования выводов по своим научным исследованиям..	Отсутствие владения или фрагментарное владение навыками применения основных методов и моделей к задачам формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	В целом успешное, но не систематическое применение навыков применения основных методов и моделей к задачам формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков применения основных методов и моделей к задачам формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	Успешное и систематическое применение навыков применения основных методов и моделей к задачам формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена*: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета*: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

Экзамены:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо – от 60 до 79 баллов,
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов,
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап: Знания	1. Знать основные концепции дисциплин, основные теоремы и следствия, методы решения и анализа типовых задач.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	2. Знать современные языки программирования и языки баз данных, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	3. Знать основные методы численного анализа.	ПК-1: способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
2-й этап:	1. Уметь использовать на практике знания дисциплин, корректно	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>

Умения	формулировать задачи и обоснованно выбирать методы их решения.	информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	
	2. Уметь применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, системы автоматизированного проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты прикладных программ.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	3. Уметь собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований в своей области.	ПК-1: способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
3-й этап: Владеть навыкам и	1. Владеть базовыми математическими знаниями и их применением для решения задач теоретического и прикладного характера.	ОПК-1: способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	2. Владеть методикой работы с электронными библиотеками, сетевыми технологиями, библиотеками и пакетами прикладных программ; навыками разработки прикладных программ.	ОПК-3: способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>
	3. Владеть способностью формирования выводов по своим научным исследованиям.	ПК-1: способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<i>Лабораторные работы. Экзамен.</i>

Экзаменационные билеты

Экзамен (зачет) является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Структура экзаменационного билета: 3 вопроса. Первый и второй вопросы — теоретические, третий вопрос – практический.

Примерный список экзаменационных вопросов.

1. Общая характеристика и классификация методов решения СЛАУ. Метод Гаусса и его алгебраическая основа: схема единственного деления и ее связь с разложением матрицы на множители; теорема об LU-разложении, условия применимости метода Гаусса. Вычисление определителя и обратной матрицы.
2. Метод Гаусса с выбором главного элемента, ошибки округления, понятие об устойчивости прямых методов. Компактная схема метода Гаусса (метод основанный на LU-разложении). Понятие о методах оптимального исключения, Жордана,

- отражений.
3. Метод квадратных корней (метод, основанный на S^*DS -разложении), схема Холецкого.
 4. Операторные уравнения первого рода. Корректно и некорректно поставленные задачи, устойчивость (на примере решения СЛАУ). Возмущения, мера обусловленности уравнения и число обусловленности невырожденного линейного оператора. Оценка относительной погрешности; влияние погрешности округления при решении СЛАУ прямыми методами. Оценки достоверности решений, получаемых прямыми методами (процедура итерационного уточнения решения, апостериорные оценки числа обусловленности). Понятие о методе регуляризации решения уравнения. Согласованная и подчиненная нормы операторов $A \in L(X_n \rightarrow X_n)$ с заданными векторными нормами в конечномерном пространстве X_n . Наиболее употребительные нормы векторов и матричные нормы оператора, индуцированные векторными нормами.
 5. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ как операторных уравнений первого рода. Основные понятия итерационных методов: сходимость, число итераций, качество итерационного процесса; классификация итерационных методов, принципы их построения. Теорема о «неподвижной точке» итерационных процессов.
 6. Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки погрешности.
 7. Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки погрешности.
 8. Основная теорема А. А. Самарского о сходимости итераций общего неявного стационарного процесса простой итерации. Частные случаи теоремы: достаточные условия сходимости явного метода простых итераций и модифицированного метода простых итераций (метода Якоби). Другие достаточные условия сходимости метода Якоби.
 9. Теорема А. А. Самарского о скорости сходимости общего неявного стационарного метода простой итерации.
 10. Оптимизация скорости сходимости общих неявных стационарных процессов простых итераций, основанная на использовании энергетически эквивалентных операторов; оценки погрешности. Оптимальный линейный итерационный процесс простых итераций, оценка погрешности. Оценки для числа итераций. Понятие о Чебышевском циклическом итерационном процессе (метод Ричардсона).
 11. Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок и скорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.
 12. Треугольные итерационные методы. Метод Гаусса-Зейделя; необходимый и достаточный признак сходимости; достаточные признаки сходимости. Метод последовательной релаксации (SOR); достаточные условия сходимости.
 13. Метод последовательных приближений (простых итераций) решения нелинейных уравнений. Принцип сжатых отображений. О качестве итераций и скорости сходимости (оценки). Метод простых итераций для нелинейных систем алгебраических и трансцендентных уравнений (следствия из общего случая); геометрическая интерпретация метода простой итерации для случая одного скалярного уравнения. Метод взятия в вилку (метод половинного деления).

14. Метод Ньютона и Ньютона-Канторовича решения нелинейных операторных уравнений. Метод Ньютона применительно к нелинейным системам алгебраических и трансцендентных уравнений; геометрическая интерпретация метода на случай одного скалярного уравнения. Метод хорд, комбинированный метод, метод секущих
15. Понятие о методах, основанных на минимизации функционалов и методе продолжения решения по параметру.
16. Постановка задачи о наилучшем приближении в линейном нормированном пространстве и возникающие проблемы. Общие теоремы о наилучшем приближении: теоремы существования и единственности. Некоторые свойства наилучших приближений и элементов наилучшего приближения.
17. Наилучшее приближение в Гильбертовом пространстве и вопросы, возникающие при его практическом построении: теоремы о существовании и единственности; критерии существования наилучшего приближения; ортогонализация, определитель Грамма и его свойства; теорема Теплера.
18. Наилучшие среднеквадратичные приближения (непрерывный и дискретный случаи) функций по весу и их необходимость. Среднеквадратичные приближения по весу функций алгебраическими многочленами; ортогональные многочлены (свойства, и их применение к нахождению среднеквадратичного приближения функций по весу) классические ортогональные многочлены.
19. Наилучшее равномерное приближение непрерывных на компакте функций обобщенными и алгебраическими многочленами заданной степени: теоремы Хаара, Бореля, Вале-Пуссена, Чебышева (об альтернансе, доказательство достаточности); теорема единственности.
20. Интерполирование функций. Постановка задачи. Интерполирование обобщенными и алгебраическими многочленами заданной степени, теоремы существования и единственности. Многочлены Лагранжа на неравномерной и равномерной сетке узлов. Процесс Эйткена.
21. Конечные и разделённые разности, их свойства. Интерполяционная формула Ньютона на неравномерной сетке и на равномерных сетках узлов. Оценки погрешностей интерполяционных формул; сходимость интерполяционного процесса.
22. Постановка задачи численного дифференцирования и её некорректность. Простейшие формулы численного дифференцирования. Погрешность формул, метод Рунге-Ромберга. Понятие о квазиравномерных сетках и регуляризации дифференцирования.
23. Постановка задачи численного интегрирования, подходы к построению квадратурных формул. Интерполяционные квадратурные формулы с наперед заданными узлами, теорема об их точности. Оценки погрешности интерполяционных квадратурных формул.
24. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Численная устойчивость квадратурных формул. Простейшие из формул Ньютона-Котеса; трапеций, Симпсона (парабол), прямоугольников; составные квадратурные формулы, основанные на них; оценки погрешности формул.
25. Апостериорная оценка погрешности методом Рунге; автоматический выбор шага интегрирования. Уточнение приближенного решения по Ричардсону.
26. Вариационные методы. Общие положения. Минимизирующие последовательности функционала, сходимость к не пустому множеству; корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов. Примеры.
27. Приближенное решение операторных уравнений энергетическим методом. Теорема о единственности решения операторных уравнений в Гильбертовом пространстве и о

- функционале энергии. Теорема о сходимости минимизирующей последовательности функционала энергии.
28. Классический метод Рунге; теорема о минимуме функционала энергии в конечномерном подпространстве. Теорема о минимизирующей последовательности классического метода Рунге, ее сходимости и оценке приближения.
 29. Общие вопросы метода сеток: сетки и сеточные функции, пространство сеточных функций, сеточные нормы, локальная аппроксимация и аппроксимация на сетке, погрешность аппроксимации дифференциальных операторов разностными, постановка разностной схемы, погрешность разностной схемы, порядок точности разностной схемы; корректность разностных схем, порядок аппроксимации разностных схем, связь корректности и аппроксимации разностных схем со сходимостью.
 30. Метод прогонки решения трехточечных разностных уравнений и его устойчивость. Принцип максимума.
 31. Разностные схемы краевых задач для уравнения эллиптического типа с переменными коэффициентами: постановка задач, корректность, сходимость разностных схем, методы решения сеточных задач.
 32. Однородные разностные схемы начально-краевых задач для параболического уравнения с переменными коэффициентами: постановка задач, построение разностных схем с весами, погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимость, решение сеточных задач.
 33. Понятие о вариационно-разностном методе (методе конечных элементов) и других методах построения разностных схем для уравнений математической физики.
 34. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка исходной задачи. Вопросы корректности постановки. Различные методы приближенного и численного решения задачи Коши. Простейшие разностные схемы решения задачи Коши: разностная схема Эйлера (явная схема), симметричная схема (неявная схема). Понятие о сходимости метода и порядке точности метода. Понятие о невязке или погрешности аппроксимации схемы; аппроксимации и порядке аппроксимации разностного метода. Порядок аппроксимации метода Эйлера и симметричной схемы. Порядок точности схемы Эйлера.
 35. Одношаговые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка методов. Семейство методов второго порядка аппроксимации и частные случаи семейства: схемы (двухэтапные) предиктор-корректор. Сходимость методов Рунге-Кутты (теорема о сходимости). Связь порядков аппроксимации и точности. Метод Рунге повышения точности решения задачи Коши на последовательности сеток.
 36. Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. Формулировка методов: явные и неявные методы, явные и неявные методы Адамса. Погрешность аппроксимации многошаговых методов на решениях или невязка разностного метода; наивысший порядок аппроксимации. Понятие об устойчивости и сходимости многошаговых методов. Примеры многошаговых методов Адамса (явных и неявных)

Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет математики и информационных технологий
бакалавры 4 год, 8 семестр, 2018/2019 учебный год

Дисциплина Численные методы

Направление 02.03.03 – Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Фундаментальная теорема Самарского о сходимости неявных итерационных процессов и ее приложение к доказательству сходимости метода Ричардсона с итерационным параметром.
2. Разностная схема Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Погрешность аппроксимации и сходимость.
3. Рассмотрите СЛАУ, приведенную к виду, удобному для итераций по методу последовательных приближений:

$$\begin{cases} x_1 = 0.3x_1 - 0.1x_2 + 1, \\ x_2 = 0.2x_1 - 0.4x_2 + 0.01x_3 - 2, \\ x_3 = 0.2x_2 + 0.1x_3 + 5. \end{cases}$$

Зав. Кафедрой ИТ и КМ



А.М. Болотнов

Перевод оценки из 100-балльной шкалы в четырехбалльную производится следующим образом:

«отлично» — от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);

«хорошо» — от 60 до 79 баллов;

«удовлетворительно» — от 45 до 59 баллов;

«неудовлетворительно» — менее 45 баллов.

Критерии оценки (в баллах)

25 – 30 баллов выставляется студенту, если он дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.

17 – 24 баллов выставляется студенту, если он раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности.

10 – 16 баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы им допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.

1 – 10 баллов выставляется студенту, если его ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

**Примеры контрольных заданий по курсу
«Численные методы»:**

- 1) Рассмотрите СЛАУ, приведенную к виду, удобному для итераций по методу последовательных приближений:

$$\begin{cases} x_1 = 0.3x_1 - 0.1x_2 + 1, \\ x_2 = 0.2x_1 - 0.4x_2 + 0.01x_3 - 2, \\ x_3 = 0.2x_2 + 0.1x_3 + 5. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы. Найдите норму матрицы системы и проверьте условие сходимости метода последовательных приближений для данной СЛАУ.

- 2) Рассмотрите вопрос о применении метода Якоби к решению СЛАУ вида

$$\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 7x_2 + x_3 = -6, \\ x_1 + x_2 + 9x_3 = -3. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы.

- 3) Рассмотрите вопрос о применении метода Гаусса-Зейделя к решению СЛАУ вида

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 5, \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -6, \\ -2x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

Запишите расчетные формулы метода Гаусса-Зейделя к решению СЛАУ.

- 4) Обоснуйте возможность решения СЛАУ вида

$$Ax = f, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}$$

методом Рундсона с итерационным параметром $\tau > 0$.

Запишите расчетные формулы метода. Найдите число обусловленности матрицы A .

- 5) Найдите конечные разности функции $y = f(x) = x^3$ с шагом $h=1$:

$$\Delta y, \quad \Delta^2 y, \quad \Delta^3 y.$$

- 6) Функция $y = f(x)$ задана таблицей значений $y_i = f(x_i)$:

i	0	1	2	3	4
x_i	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y_i	4	5	5.5	5.7	5.8

Вычислите значения функции в точке $x = 2.3$ с помощью интерполяционной формулы Лагранжа.

- 7) Для функции $f(x) = \sin \pi x$ на отрезке $[0, 2]$ постройте наилучший интерполяционный многочлен 3-го порядка. Постройте графики многочлена и данной функции в одной системе координат.

- 8) Постройте кубический сплайн для функции $f(x) = \sin \pi x$ на отрезке $[0, 2]$, используя разбиение отрезка на $n = 10$ частей. Найдите значение в точке $x = 0.48$.
- 9) Найдите параметры показательной функции $f(x) = ae^{bx}$ по заданной таблице значений $(x_k, f(x_k))$, $k = 1, 2, \dots, n$.

x_k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x_k)$	1	1.2	1.4	1.5	1.7	1.8	2	2.1	2.5	3

Приведите график функции. Покажите, что результатом является аппроксимирующая функция

$$y = 0,951393e^{0.108926x}.$$

- 10) Вычислите приближенно производную второго порядка с помощью формулы

$$y_{\bar{x}x}(x) = \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} = f''(x) + O(h^2)$$

и сравните с точными значениями второй производной функции $y = f(x) = \sin \pi x$ в точках отрезка $[0, 1]$ с шагами $h = 0.2$ и $h = 0.1$. Проанализируйте результаты в результате уменьшения шага в два раза (во сколько раз уменьшилась ошибка?)

- 11) Вычислить интеграл

$$J = \int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

по формулам трапеций, Симпсона, Ньютона-Котеса:

$$\int_c^b f(x) dx \cong \sum_{i=0}^{N-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} h = h \left[\frac{f(x_0) + f(x_N)}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) \right], \quad h = \frac{b-a}{N}, \quad N = 10;$$

$$\int_c^b f(x) dx \cong \frac{h}{3} \sum_{i=0}^{2m-2} (f(x_i) + 4f(x_{i+1}) + f(x_{i+2})), \quad N = 2m;$$

$$\int_c^b f(x) dx \cong \frac{5h}{288} [19f(x_0) + 75f(x_1) + 50f(x_2) + 50f(x_3) + 75f(x_4) + 19f(x_5)].$$

Найдите точное значение интеграла J и относительные погрешности $\delta_{\text{тр.}}$, $\delta_{\text{Симп.}}$ и $\delta_{\text{Н.Котеса}}$.

- 12) Найдите приближенное методом Эйлера на отрезке $[1, 2]$ задачи Коши

$$\frac{du}{dt} = \frac{1+u^2}{2t}, \quad u(1) = 0$$

(точное решение задачи $u(t) = \text{tg}(\ln \sqrt{t})$).

Расчеты проводить с шагом $\tau = 0.1$.

- 13) Для начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left((\cos^2 x + 0,1) \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T = 1,$$

$$u(x,0) = 1 - x, \quad u(0,t) = \cos t, \quad u(1,t) = 0,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации по h и τ (где h и τ – шаги пространственной и временной сеток).

- 14). Для краевой задачи

$$\frac{\partial}{\partial x} \left((1+x^2y) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((1+xy^2) \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (x, y) \in (0,1) \times (0,1),$$

$$u(x, y) = \mu(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma,$$

постройте устойчивую разностную схему второго порядка аппроксимации.

Пример задания по лабораторной работе

Лабораторная работа №99

**Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
Прямые методы решения СЛАУ. Итерационные методы**

1) Требуется решить систему линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня (а), схемой Холецкого (б), методом вращения (в) или методом отражения (г):

$$Ax = b,$$

где

а) $19x_1 - 4x_2 + 6x_3 - x_4 = 100,$ $-4x_1 + 20x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -5,$ $6x_1 - 2x_2 + 25x_3 - 4x_4 = 34,$ $-x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 15x_4 = 69.$	д) $15x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -24,$ $x_1 + 10x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -47,$ $-5x_1 + 2x_2 + 14x_3 - 6x_4 = 28,$ $3x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 16x_4 = -50.$
б) $24x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 9x_4 = -9,$ $2x_1 + 27x_2 - 6x_3 + 2x_4 = -76,$ $4x_1 - 6x_2 + 22x_3 - 8x_4 = -79,$ $-9x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 23x_4 = -70.$	е) $22x_1 - 3x_2 - 8x_3 + 7x_4 = -24,$ $-3x_1 + 19x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 40,$ $-8x_1 - 6x_2 + 23x_3 - 7x_4 = -84,$ $7x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 18x_4 = -56.$
в) $24x_1 - 7x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 20,$ $-7x_1 + 21x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -16,$ $-4x_1 + 3x_2 + 19x_3 + 7x_4 = 14,$ $4x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 20x_4 = -81.$	ж) $10x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 95,$ $-x_1 + 12x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -41,$ $-2x_1 + 3x_2 + 15x_3 + 8x_4 = 69,$ $5x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 18x_4 = 27.$
г) $12x_1 - 3x_2 - x_3 + 3x_4 = -26,$ $-3x_1 + 15x_2 + 5x_3 - 5x_4 = -55,$ $-x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 2x_4 = -58,$ $3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 11x_4 = -24.$	

2) Вычислить невязку $(A\tilde{x} - b)$, где \tilde{x} – полученное решение.

3) Уточнить полученное решение методом простых итераций с параметром (в качестве параметра взять $\tau = \frac{2}{\|A\|_*}$, обосновать выбор параметра) (а), методом Якоби (б),

методом Гаусса-Зейделя (в), методом верхней релаксации (г), методом минимальных невязок (д) или методом сопряженных градиентов (ж), взяв в качестве начального приближения целую часть полученного прямым методом решения \tilde{x} с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

4) Вычислить число обусловленности матрицы системы $M_A = \|A\|_* \cdot \|A^{-1}\|_*$.

Указания и требования. Выбрать прямой метод решения СЛАУ по следующему принципу: все те у кого номер варианта N – число нечетное используют для пункта 1) метод квадратного корня, все остальные (номер варианта число N – число четное) для решения СЛАУ используют схему Халецкого. Итерационный метод выбирается следующим образом: первый вариант выбирает (а), второй вариант выбирает (б), третий вариант, соответственно, (в), четвертый – (г), пятый – (д), шестой – (ж), седьмой – (а) и т.д. Взять следующий критерий останова итераций – $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_* < \varepsilon$. В качестве векторной нормы $\|\cdot\|_*$ взять следующие наиболее употребительные нормы – $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$. При вычислении параметра в методе простых итераций и числа обусловленности M_A взять в качестве матричной нормы – $\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$ или $\|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$, где n – размерность матрицы A . Выдать также на печать матрицы, получаемые при разложении в методе квадратного корня и схемы Халецкого. Оформить отчет.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа студентов заключается в подготовке к занятиям и выполнении зачетных заданий с использованием рекомендованной учебно-методической литературы. В качестве дополнительных заданий предлагаются темы докладов.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Самарский, А.А. Математическое моделирование / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - Москва : Физматлит, 2005. - 160 с. - ISBN 978-5-9221-0120-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68976>.
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941>.
3. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук ; ред. Е.В. Шишкина. - Москва : Наука, 1977. - 458 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457019>.

Дополнительная литература:

4. Лебедев, В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учебное пособие / В.И. Лебедев. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2005. - 294 с. - ISBN 5-9221-0092-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68363> (05.11.2018).
5. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебник / Ф.П. Васильев. - Изд. нов., перераб. и доп. - Москва : МЦНМО, 2011. - Ч. 1. Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. - 620 с. - ISBN 978-5-94057-707-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313>

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. www.gpntb.ru/— Государственная публичная научно-техническая библиотека.
2. www.nlr.ru/ — Российская национальная библиотека.
3. www.nns.ru/ — Национальная электронная библиотека.
4. www.rsl.ru/— Российская государственная библиотека.
5. www.microinform.ru/ — Учебный центр компьютерных технологий

Официальный интернет сайт Российской государственной библиотеки, содержащий обширный электронный каталог печатных изданий и предоставляющий доступ к оцифрованным изданиям www.rsl.ru

Официальный интернет сайт библиотеки Башкирского государственного университета, содержащий электронный каталог печатных изданий и предоставляющий доступ к оцифрованным изданиям www.bashlib.ru

Электронная библиотечная система, специализирующаяся на образовательной и научной литературе, а также электронных их изданиях www.biblioclub.ru.

Электронная библиотечная система издательства «Юрайт», специализирующаяся на образовательной и научной литературе, а также электронных их изданиях www.biblio-online.ru.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	2	3
Аудитория 530	Лекции	Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска и т.д.
Аудитория 521, 522, 525	Лабораторные работы	Компьютеры с установленным программным обеспечением, мультимедийный проектор, экран.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины – «Численные методы» на 7-8 семестры

очная форма обучения

Рабочую программу осуществляют:

Лекции: доцент каф. ИТиКМ, к.ф.-м.н. Файрузов М.Э.

Лабораторные работы: доцент каф. ИТиКМ, к.ф.-м.н. Файрузов М.Э.

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	146.6
лекций	72
практических/ семинарских	
лабораторных	72
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	2.6
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС) включая подготовку к экзамену/зачету	70.6

Формы контроля:

 зачет 7 семестр

 зачет, экзамен 8 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)					Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Всего	ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	7-й семестр								
1.	Общая характеристика и классификация методов решения СЛАУ. Метод Гаусса и его алгебраическая основа: схема единственного деления и ее связь с разложением матрицы на множители; теорема об LU-разложении, условия применимости метода Гаусса. Вычисление определителя и обратной матрицы.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
2.	Метод Гаусса с выбором главного элемента, ошибки округления, понятие об устойчивости прямых методов. Компактная схема метода Гаусса (метод основанный на LU-		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	разложении). Понятие о методах оптимального исключения, Жордана, отражений. Метод квадратных корней (метод, основанный на $S \cdot DS$ -разложении), схема Холецкого.								
3.	Операторные уравнения первого рода. Корректно и некорректно поставленные задачи, устойчивость (на примере решения СЛАУ). Возмущения, мера обусловленности уравнения и число обусловленности невырожденного линейного оператора. Оценка относительной погрешности; влияние погрешности округления при решении СЛАУ прямыми методами. Оценки достоверности решений, получаемых прямыми методами (процедура итерационного уточнения решения, апостериорные оценки числа обусловленности). Понятие о методе регуляризации решения уравнения. Согласованная и		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	подчиненная нормы операторов $A \in L(X_n \rightarrow X_n)$ с заданными векторными нормами в конечномерном пространстве X_n . Наиболее употребительные нормы векторов и матричные нормы оператора, индуцированные векторными нормами.								
4.	Введение. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ как операторных уравнений первого рода. Основные понятия итерационных методов: сходимость, число итераций, качество итерационного процесса; классификация итерационных методов, принципы их построения. Теорема о «неподвижной точке» итерационных процессов.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
5.	Метод последовательных приближений для линейных уравнений второго рода. Необходимый и достаточный признак сходимости; достаточное условие сходимости, оценки		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	погрешности. Основная теорема А. А. Самарского о сходимости итераций общего неявного стационарного процесса простой итерации. Частные случаи теоремы: достаточные условия сходимости явного метода простых итераций и модифицированного метода простых итераций (метода Якоби). Другие достаточные условия сходимости метода Якоби.								
6.	Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок и скорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
7.	Треугольные итерационные методы. Метод Гаусса-Зейделя; необходимый и достаточный признак сходимости; достаточные признаки сходимости. Метод последовательной релаксации (SOR); достаточные условия сходимости.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
8.	Метод последовательных								

<p>приближений (простых итераций) решения нелинейных уравнений. Принцип сжатых отображений. О качестве итераций и скорости сходимости (оценки). Метод простых итераций для нелинейных систем алгебраических и трансцендентных уравнений (следствия из общего случая); геометрическая интерпретация метода простой итерации для случая одного скалярного уравнения. Метод взятия вилку (метод половинного деления). Метод Ньютона и Ньютона-Канторовича решения нелинейных операторных уравнений. Метод Ньютона применительно к нелинейным системам алгебраических и трансцендентных уравнений; геометрическая интерпретация метода на случай одного скалярного уравнения. Метод хорд, комбинированный метод,</p>															
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	метод секущих.								
9.	<p>Постановка задачи о наилучшем приближении в линейном нормированном пространстве и возникающие проблемы. Общие теоремы о наилучшем приближении: теоремы существования и единственности. Некоторые свойства наилучших приближений и элементов наилучшего приближения. Наилучшие среднеквадратичные приближения (непрерывный и дискретный случаи) функций по весу и их необходимость. Среднеквадратичные приближения по весу функций алгебраическими многочленами; ортогональные многочлены (свойства, и их применение к нахождению среднеквадратичного приближения функций по весу) классические ортогональные многочлены.</p>		4		4	3.3	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
	Итого за семестр:		36		36	35.3			
	8-й семестр								
10.	Постановка задачи		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабо-

	<p>численного интегрирования, подходы к построению квадратурных формул. Интерполяционные квадратурные формулы с наперед заданными узлами, теорема об их точности. Оценки погрешности интерполяционных квадратурных формул. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Численная устойчивость квадратурных формул. Простейшие из формул Ньютона-Котеса; трапеций, Симпсона (парабол), прямоугольников; составные квадратурные формулы, основанные на них; оценки погрешности формул.</p>								<p>рапорной работе</p>
11.	<p>Апостериорная оценка погрешности методом Рунге; автоматический выбор шага интегрирования. Уточнение приближенного решения по Ричардсону.</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	<p>отчет по лабораторной работе</p>
12.	<p>Вариационные методы. Общие положения. Минимизирующие последовательности функционала, сходимость к</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	<p>отчет по лабораторной работе</p>

	не пустому множеству; корректно и некорректно поставленные задачи минимизации функционалов. Примеры.								
13.	Приближенное решение операторных уравнений энергетическим методом. Теорема о единственности решения операторных уравнений в Гильбертовом пространстве и о функционале энергии. Теорема о сходимости минимизирующей последовательности функционала энергии. Классический метод Ритца; теорема о минимуме функционала энергии в конечномерном подпространстве. Теорема о минимизирующей последовательности классического метода Ритца, ее сходимости и оценке приближения.		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабо- раторной работе
14.	. Общие вопросы метода сеток: сетки и сеточные функции, пространство сеточных функций, сеточные нормы, локальная		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабо- раторной работе

	<p>аппроксимация и аппроксимация на сетке, погрешность аппроксимации дифференциальных операторов разностными, постановка разностной схемы, погрешность разностной схемы, порядок точности разностной схемы; корректность разностных схем, порядок аппроксимации разностных схем, связь корректности и аппроксимации разностных схем со сходимостью.</p>								
15.	<p>Разностные схемы краевых задач для уравнения эллиптического типа с переменными коэффициентами: постановка задач, корректность, сходимость разностных схем, методы решения сеточных задач.</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе
16.	<p>Однородные разностные схемы начально-краевых задач для параболического уравнения с переменными коэффициентами: постановка задач, построение разностных схем с весами, погрешность</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	<p>аппроксимации, устойчивость, сходимость, решение сеточных задач. Однородные разностные схемы для гиперболических уравнений: постановка задачи, погрешность аппроксимации, устойчивость (без доказательства), решение сеточных уравнений.</p>								
17.	<p>Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка исходной задачи. Вопросы корректности постановки. Различные методы приближенного и численного решения задачи Коши. Простейшие разностные схемы решения задачи Коши: разностная схема Эйлера (явная схема), симметричная схема (неявная схема). Понятие о сходимости метода и порядке точности метода. Понятие о невязке или погрешности аппроксимации схемы; аппроксимации и</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	<p>порядке аппроксимации разностного метода. Порядок аппроксимации метода Эйлера и симметричной схемы. Порядок точности схемы Эйлера. Одношаговые методы Рунге-Кутты. Общая формулировка методов. Семейство методов второго порядка аппроксимации и частные случаи семейства: схемы (двухэтапные) предиктор-корректор. Сходимость методов Рунге-Кутты (теорема о сходимости). Связь порядков аппроксимации и точности. Метод Рунге повышения точности решения задачи Коши на последовательности сеток.</p>								
18.	<p>Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. Формулировка методов: явные и неявные методы, явные и неявные методы Адамса. Погрешность аппроксимации многошаговых методов на решениях или невязка разностного метода; наивысший порядок</p>		4		4	4	1-3, 4-5	4-5	отчет по лабораторной работе

	аппроксимации. Понятие об устойчивости и сходимости многошаговых методов. Примеры многошаговых методов Адамса (явных и неявных).								
	Итого за семестр:		36		36	35.3			
	Всего часов:		72		72	70.6			

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки **Прикладная математика и информатика**

Курс **4**, семестр **7**, **2018/2019** учебный год.

Количество часов по учебному плану **143**, в т.ч. аудиторная работа **72**, самостоятельная работа **71**

Преподаватель **Файрузов М.Э. (к.ф.-м.н., доцент)**

Кафедра **Информационных технологий и компьютерной математики**

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1.				
Численные методы решения задач линейной алгебры.				
Решение систем нелинейных уравнений.				
Текущий контроль			0	30
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2	0	30
Рубежный контроль			0	20
1. Письменная контрольная работа	5	4	0	20
Модуль 2.				
Приближение функций. Численное интегрирование.				
Текущий контроль			0	30
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2	0	30
Рубежный контроль			0	20
1. Письменная контрольная работа	5	4	0	20
Посещаемость				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
Поощрительные баллы			0	10
Итоговый контроль				
1. Зачет				110

Утверждено на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики

Протокол № 10 от 27 июня 2018 г.

Зав. кафедрой _____ /А.М. Болотнов/

Преподаватель _____ /М.Э. Файрузов/

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки **Прикладная математика и информатика**

Курс **4**, семестр **7**, **2018/2019** учебный год.

Количество часов по учебному плану **116**, в т.ч. аудиторная работа **66**, самостоятельная работа **50**

Преподаватель **Файрузов М.Э. (к.ф.-м.н., доцент)**

Кафедра **Информационных технологий и компьютерной математики**

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1.				
Численное интегрирование. Численные методы решения задач УМФ.				
Текущий контроль			0	15
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	10	2	0	15
Рубежный контроль			0	10
1. Письменная контрольная работа	5	3	0	10
Модуль 2.				
Численные методы решения для ОДУ.				
Текущий контроль			0	15
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	10	2	0	15
Рубежный контроль			0	10
1. Письменная контрольная работа	5	3	0	10
Посещаемость				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
Поощрительные баллы			0	10
Итоговый контроль				
1. Зачет				20
2. Экзамен				30
Поощрительные баллы				10
				110

Утверждено на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики

Протокол № 10 от 27 июня 2018 г.

Зав. кафедрой _____ /А.М. Болотнов/

Преподаватель _____ /М.Э. Файрузов/