

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Актуализировано:
на заседании кафедры математического анализа
протокол от «21» июня 2017 г. №9

Зав. кафедрой _____ / Х.К. Ишкин

Согласовано:
Председатель УМК факультета

_____ / А.М. Ефимов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

дисциплина Математический анализ

(наименование дисциплины)

Цикл Б1.Б Дисциплины (модули), базовая часть

(Цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору))

программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Направленность (профиль) подготовки

«Системное и интернет-программирование»

Квалификация

бакалавр

Разработчик (составитель)

Доцент, к.ф.-м.н., доцент

_____ / Кривошеева О.А.

Для приема: 2016 года

Уфа 2017 г.

Составитель / составители: О.А.Кривошеева

Рабочая программа дисциплины актуализирована на заседании кафедры математического анализа протокол от «21» июня 2017 г. № 9

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры математического анализа, протокол № 7 от «25» июня 2018 г.

Дополнен список литературы.

Заведующий кафедрой



/ Х.К. Ишкин

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	5
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	7
4.3. Рейтинг-план дисциплины	20
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	26
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	27
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	28

**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с
планируемыми результатами освоения образовательной программы**

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения ¹		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – основные понятия и методы математических дисциплин; – формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах профессионального цикла; – математические модели типовых профессиональных задач; – современные направления развития математики; – проблемы современной информатики, ее категории и связи с другими научными дисциплинами; – содержание основных этапов и тенденции развития программирования, математического обеспечения и информационных технологий. 	ОПК-2: способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	
Умения	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – решать типовые задачи в указанной предметной области; 	ОПК-2: способностью применять в профессиональной деятельности знания	

	<ul style="list-style-type: none"> – применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики; – использовать методы математического моделирования; – проводить исследования с использованием основных понятий и методов математики; – совершенствовать современный математический аппарат. 	математических основ информатики	
Владения (навыки / опыт деятельности)	<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками применения современного математического аппарата; – навыками формального построения моделей по предметной области и определения методов наиболее эффективной работы с ними; – навыками использования аппарата математики в решении профессиональных задач; – навыками построения вычислительных схем решения прикладных задач; – навыками применения принципов и математических концепций в области информационных технологий. 	ОПК-2: способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части.

Дисциплина изучается на 1,2 курсах в 1-3 семестрах.

Цель изучения дисциплины: изучение основ математического анализа, объединяющих теорию действительного числа, теорию пределов, теорию рядов, дифференциальное и интегральное исчисление и их непосредственные приложения; развитие способности понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат; развитие логического, эвристического и алгоритмического мышления.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения школьного курса математики.

Дисциплина тесно связана с такими дисциплинами как «Комплексный анализ», «Прикладной функциональный анализ», «Дифференциальная геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации», «Уравнения с частными производными».

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции

ОПК-2: способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)

<p>Первый этап (уровень)</p>	<p>Знать: – основные понятия и методы математических дисциплин; – формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах профессионального цикла; – математические модели типовых профессиональных задач; – современные направления развития математики; – проблемы современной информатики, ее категорий и связи с другими научными дисциплинами; – содержание основных этапов и тенденции развития программирования, математического обеспечения и информатик</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Неполные представления – об основных понятиях и методах математических дисциплин; – о формулировках и доказательствах утверждений, методах их доказательств, возможных сферах их связи и приложений в других областях математического знания и дисциплинах профессионального цикла; – о математических моделях типовых профессиональных задач; – о современных направлениях развития математики; – о проблемах современной информатики, ее категорий и связи с другими научными дисциплинами; – о содержании основных этапов и тенденций развития программирования, математического обеспечения и информационных технологий.</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы в представлениях и – об основных понятиях и методах математических дисциплин; – о формулировках и доказательствах утверждений, методах их доказательств, возможных сферах их связи и приложений в других областях математического знания и дисциплинах профессионального цикла; – о математических моделях типовых профессиональных задач; – о современных направлениях развития математики; – о проблемах современной информатики, ее категорий и связи с другими научными дисциплинами; – о содержании основных</p>	<p>Сформированные систематические представления – об основных понятиях и методах математических дисциплин; – о формулировках и доказательствах утверждений, методах их доказательств, возможных сферах их связи и приложений в других областях математического знания и дисциплинах профессионального цикла; – о математических моделях типовых профессиональных задач; – о современных направлениях развития математики; – о проблемах современной информатики, ее категорий и связи с другими</p>
------------------------------	---	--------------------------	--	---	---

	ных технологий.			этапов и тенденций развития программирования, математического обеспечения и информационных технологий.	научными дисциплинами; – о содержании основных этапов и тенденций развития программирования, математического обеспечения и информационных технологий.
Второй этап (уровень)	Уметь: – решать типовые задачи в указанной предметной области; – применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики; – использовать методы математического моделирования; – проводить исследования с использованием основных понятий и методов математики; – совершенствовать современный	Отсутствие умений	Фрагментарные умения – решать типовые задачи в указанной предметной области; – применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики; – использовать методы математического моделирования; – проводить исследования с использованием основных понятий и методов математики; – совершенствовать современный математический аппарат.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умения – решать типовые задачи в указанной предметной области; – применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики; – использовать методы математического моделирования; – проводить исследования с использованием основных понятий и методов	Сформированное умение – решать типовые задачи в указанной предметной области; – применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики; – использовать методы математического моделирования; – проводить исследования с использованием основных понятий и методов математики;

	математический аппарат.			математики; – совершенство современный математический аппарат.	– совершенствовать современный математический аппарат.
Третий этап (уровень)	Владеть: – навыками применения современного математического аппарата; – навыками формального построения моделей по предметной области и определения методов наиболее эффективной работы с ними; – навыками использования аппарата математики в решении профессиональных задач; – навыками построения вычислительных схем решения прикладных задач; – навыками применения принципов и математических концепций в области информационных технологий.	Отсутствие владений	В целом успешное, но не систематическое применение – навыков применения современного математического аппарата; – навыков формального построения моделей по предметной области и определения методов наиболее эффективной работы с ними; – навыков использования аппарата математики в решении профессиональных задач; – навыков построения вычислительных схем решения прикладных задач; – навыков применения принципов и математических концепций в области информационных технологий.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применения – навыков применения современного математического аппарата; – навыков формального построения моделей по предметной области и определения методов наиболее эффективной работы с ними; – навыков использования аппарата математики в решении профессиональных задач; – навыков построения вычислительных схем решения прикладных задач; – навыков применения принципов и математических концепций в области информационных технологий.	Успешное и систематическое применение – навыков применения современного математического аппарата; – навыков формального построения моделей по предметной области и определения методов наиболее эффективной работы с ними; – навыков использования аппарата математики в решении профессиональных задач; – навыков построения вычислительных схем решения прикладных задач; – навыков применения принципов и математических концепций в области информационных технологий.

				технологий.	концепций в области информационных технологий.
--	--	--	--	-------------	--

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов), не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	Знать: – основные понятия и методы математических дисциплин; – формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах профессионального цикла; – математические модели типовых профессиональных задач; – современные направления развития математики; – проблемы современной информатики, ее категорий и связи с другими	ОПК-2: способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	Теоретический опрос, компьютерный тест

	<p>научными дисциплинами; – содержание основных этапов и тенденции развития программирования, математического обеспечения и информационных технологий.</p>		
<p>2-й этап Умения</p>	<p>Уметь: – решать типовые задачи в указанной предметной области; – применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики; – использовать методы математического моделирования; – проводить исследования с использованием основных понятий и методов математики; – совершенствовать современный математический аппарат.</p>	<p>ОПК-2: способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики</p>	<p>Лабораторная работа, контрольная работа, компьютерный тест</p>
<p>3-й этап Владеть навыками</p>	<p>Владеть: – навыками применения современного математического аппарата; – навыками формального построения моделей по предметной области и определения методов наиболее эффективной работы с ними; – навыками использования аппарата математики в решении профессиональных задач; – навыками построения вычислительных схем решения прикладных задач; – навыками применения принципов и математических концепций в области информационных</p>	<p>ОПК-2: способностью применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики</p>	<p>Лабораторная работа, контрольная работа, компьютерный тест</p>

	технологий.		
--	-------------	--	--

Экзаменационные билеты

Примерные вопросы для экзамена за первый семестр:

1. Числовые множества. Метод математической индукции. Действия над рациональными числами. Свойства. Иррациональность $\sqrt{2}$.
2. Схема построения множества вещественных чисел. Бесконечные десятичные дроби (бдд).
3. Сравнение бдд. Приближение вещественного числа рациональными числами.
4. Грани числовых множеств. Принципы верхней и нижней граней числового множества.
5. Арифметические операции над вещественными числами.
6. Предел последовательности. Бесконечно малые (б.м.) и бесконечно большие (б.б.) последовательности. Леммы о б.м. последовательностях и связь между б.м. и б.б. последовательностью.
7. Теоремы облегчающие нахождение предела последовательности.
8. Арифметические операции над последовательностями.
9. Предел монотонной последовательности.
10. Число e .
11. Лемма о вложенных отрезках.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса о предельной точке. Определения.
13. Понятие подпоследовательности. Частичные пределы. Критерий сходимости последовательности.
14. Лемма о выделении сходящейся подпоследовательности..
15. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши фундаментальной последовательности.
16. Два определения предела функций на языке « $\varepsilon - \delta$ » и на языке последовательностей (сведение к случаю последовательности).
17. Первый замечательный предел.
18. Второй замечательный предел.
19. Арифметические операции над пределами. Предельный переход в неравенстве.
20. Предел монотонной функции.
21. Сравнение функций. О-символика. Критерий эквивалентности функций.
22. Непрерывность функции. 3 определения. Классификация точек разрыва. Примеры. Арифметические свойства непрерывности.
23. Непрерывность целой и дробно-рациональной функции, показательной и логарифмической функции .
24. Непрерывность гиперболических функций, тригонометрических функций.
25. Свойства непрерывных функций (Теоремы: об постоянстве знака, Коши о прохождении через ноль, Коши о промежуточном значении)
26. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.

27. Обратимость непрерывной монотонной функции.
28. Непрерывность сложной функции.
29. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
30. Определение производной функции. Геометрический смысл производной. Примеры вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Представление для приращения функции. Односторонние производные.
31. Производная обратной функции..
32. Правила вычисления производных (производная суммы, произведения, частного двух функций).
33. Производная сложной функции.
34. Определение дифференцируемой функции. Связь между дифференцируемостью и существованием производной функции. Дифференциал функции.
35. Инвариантность формы первого дифференциала.
36. Основные теоремы дифференциального исчисления. (Лемма Ферма, Теорема Ролля, Теорема Лагранжа, Теорема Коши). Геометрическое истолкование этих теорем.
37. Производные и дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы дифференциалов высших порядков.
38. Формула Тейлора для многочлена. Вычисление коэффициентов.
39. Разложение произвольной функции по формуле Тейлора. Остаточный член в форме Пеано.
40. Правило Лопиталья. Неопределенность $\left(\frac{0}{0}\right), \left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.
41. Условие монотонности функции в заданном промежутке. Экстремумы функции. Необходимое и достаточные условия наличия экстремума.
42. Выпуклые функции. Геометрическое истолкование. Условия выпуклости функции.
43. Точки перегиба. Асимптоты. Схема построения графика функции по характерным точкам.
44. Понятие первообразной функции. Свойства неопределенного интеграла. Интегрирование путем замены переменной.
45. Неопределенный интеграл. Интегрирование по частям. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
46. Неопределенный интеграл. Простые дроби и их интегрирование.
47. Разложение правильных дробей на простые.
48. Интегрирование выражений вида $R\left(x, \sqrt[m]{\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}}\right)$.
49. Интегрирование биномиального дифференциала.

Структура экзаменационного билета:

1. Теоретический вопрос.
2. Теоретический вопрос

Образец экзаменационного билета:

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»
Физико-технический институт
Кафедра математического анализа
Направление подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем»
Экзаменационный билет № ____
по дисциплине «Математический анализ»
(20__ – 20__ уч. год)

1. Числовые множества. Метод математической индукции. Действия над рациональными числами. Свойства. Иррациональность $\sqrt{2}$. (15 баллов).
2. Основные теоремы дифференциального исчисления. (Лемма Ферма, Теорема Ролля, Теорема Лагранжа, Теорема Коши). Геометрическое истолкование этих теорем. (15 баллов).

Зав. кафедрой

Х.К. Ишкин

Примерные вопросы для экзамена за второй семестр:

1. Задача о площади.
2. Определение определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости.
3. Определения сумм Дарбу. Их свойства.
4. Условие существования определенного интеграла.
5. Классы интегрируемых функций (непрерывные, монотонные и ограниченные).
6. Свойства интегрируемых функций.
7. Свойства определенного интеграла, выражаемые равенствами.
8. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами.
9. Теорема о среднем значении. Обобщенная теорема о среднем значении.
10. Определенный интеграл как функция верхнего предела.
11. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Понятие кривой. Длина дуги кривой. Спряжляемые кривые.
13. Определение понятия площади плоской фигуры. Свойство аддитивности. Площадь как предел.
14. Класс квадратуемых фигур. Выражение площади интегралом.
15. Площадь криволинейного сектора.
16. Определение понятия объема. Выражение объема интегралом.
17. Площадь поверхности вращения.
18. Пространство \mathbb{R}^n . Метрика. Доказать, что функция $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$ является метрикой в пространстве A^n , $\rho: A^n \times A^n \rightarrow [0; +\infty)$. Норма элемента.
19. Открытые и замкнутые множества в \mathbb{R}^n . Критерий замкнутости. Компакт в \mathbb{R}^n .
20. Предел функции многих переменных. Сведение к случаю последовательности. Теорема Больцано-Вейрштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности.
21. Повторные пределы. Связь между двойными и повторными пределами.

22. Определение непрерывности функции многих переменных. Основные свойства непрерывных функций.
23. Частные производные и частные дифференциалы. Полное приращение функции.
24. Полный дифференциал функции многих переменных.
25. Производные от сложной функции многих переменных.
26. Производная по заданному направлению. Градиент.
27. Инвариантность формы первого дифференциала функции многих переменных.
28. Производные высших порядков функции многих переменных. Теорема о смешанных производных.
29. Дифференциалы высших порядков функции многих переменных. Дифференциал сложной функции многих переменных (нарушение инвариантности формы второго дифференциала).
30. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие.
31. Экстремумы функций многих переменных. Достаточное условие.
32. Понятие неявной функции. Теорема о неявной функции.
33. Понятие числового ряда. Сумма бесконечной геометрической прогрессии. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши.
34. Знакоположительные ряды. Достаточные условия сходимости (ограниченность, признак сравнения, признак Даламбера). Доказательство одного признака на выбор.
35. Знакоположительные ряды. Достаточные условия сходимости (ограниченность, признак Коши, признак Раабе, интегральный признак). Доказательство одного признака на выбор.
36. Абсолютная и условная сходимость числового ряда. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
37. Произвольные числовые ряды. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле.
38. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку. Свойства. Интеграл от неотрицательной функции. Признак сравнения. Частный признак сравнения.
39. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки Абеля и Дирихле. Замена переменных в несобственном интеграле.
40. Определение несобственного интеграла. Формула интегрирования по частям. Главное значение в смысле Коши.

Структура экзаменационного билета:

1. Теоретический вопрос.
2. Теоретический вопрос.

Образец экзаменационного билета:

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»
Физико-технический институт
Кафедра математического анализа
Направление подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем»
Экзаменационный билет № ____
по дисциплине «Математический анализ»
(20__ – 20__ уч. год)

1. Определения сумм Дарбу. Их свойства. (15 баллов)
2. Пространство \mathbb{R}^n . Метрика. Доказать, что функция $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$ является метрикой в пространстве A^n , $\rho: A^n \times A^n \rightarrow [0; +\infty)$. Норма элемента. (15 баллов)

Зав. кафедрой

Х.К. Ишкин

Примерные вопросы для экзамена за третий семестр:

1. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функционального ряда в точке и на множестве. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости.
2. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Абеля и Дирихле. Доказательство одного на выбор.
3. Теорема о почленном переходе к пределу в функциональных рядах.
4. Почленное интегрирование функциональных рядов.
8. Почленное дифференцирование функциональных рядов.
5. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара. Определение коэффициентов степенного ряда (ряд Тейлора). Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
6. Гамма-функция. Формула приведения.
7. Бета-функция. Формула приведения.
8. Пространство кусочно-непрерывных функций со скалярным произведением, определенным через интеграл – бесконечномерное евклидово пространство. Вывод.
9. 2 свойства евклидова пространства (неравенство Коши-Буняковского, норма элемента).
10. Понятие об общем ряде Фурье. Тожество и неравенство Бесселя.
11. Замкнутые и полные ортонормированные пространства.
12. Замкнутость тригонометрической системы. Разложение в ряд Фурье только по синусам или только по косинусам.
13. Криволинейные интегралы первого рода. Сведение к обычному определенному интегралу.
14. Криволинейные интегралы второго рода. Его существование и вычисление.
15. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла.
16. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

17. Признак точного дифференциала и нахождение первообразной в случае прямоугольной области.
18. Определение двойного интеграла. Задача об объеме цилиндрического бруса. Сведение двойного интеграла к повторному.
19. Формула Грина.
20. Замена переменных в двойном интеграле.
21. Выражение площади в криволинейных координатах.
22. Понятие поверхности. Виды задания поверхности: явно, неявно, параметрически.
23. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
24. Сторона поверхности. Ориентация поверхности в пространстве.
25. Определение и вычисление площади поверхности.
26. Определение поверхностного интеграла. Сведение к двойному интегралу.
27. Выражение объема тела поверхностным интегралом.
28. Определение тройного интеграла и условия его существования.
29. Вычисление тройного интеграла, распространенного на параллелепипед.
30. Формула Остроградского.
31. Замена переменных в тройных интегралах. Преобразование пространств и криволинейные координаты.
32. Выражение объема в криволинейных координатах.

Структура экзаменационного билета:

1. Теоретический вопрос.
2. Теоретический вопрос.

Образец экзаменационного билета:

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»
Физико-технический институт
Кафедра математического анализа
Направление подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем»
Экзаменационный билет № ____
по дисциплине «Математический анализ»
(20__ – 20__ уч. год)

1. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функционального ряда в точке и на множестве. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости (15 баллов).
2. Криволинейные интегралы первого рода. Сведение к обычному определенному интегралу (15 баллов).

Зав. кафедрой

Х.К. Ишкин

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим

образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене:

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Примерные вопросы для устного опроса (1 семестр)

Модуль 1.

1. Иррациональность $\sqrt{2}$.
2. Бесконечные десятичные дроби.
3. Метод математической индукции.
4. Свойства натуральных чисел.
5. Свойства целых чисел.
6. Свойства рациональных чисел.
7. Принцип Архимеда.
8. Лемма о вложенных отрезках.
9. Принцип верхней (нижней) грани числового множества.
10. Предел последовательности.

Модуль 2.

1. Предел функции.
2. Первый замечательный предел.
3. Второй замечательный предел.
4. Число e .
5. Предельный переход в равенстве и неравенстве.
6. Непрерывность функции в точке.

7. Непрерывность элементарных функций.
8. Свойства непрерывных функций.
9. Первая и вторая теорема Вейрштрасса.
10. Равномерная непрерывность.

Модуль 3.

1. Производная функции одной переменной. Геометрический смысл.
2. Производные элементарных функций.
3. Производная суммы, произведения, частного двух функций.
4. Производная сложной функции.
5. Инвариантность формы первого дифференциала.
6. Основные теоремы дифференциального исчисления.
7. Формула Тейлора.
8. Правило Лопиталя.
9. Экстремумы функций одной переменной.
10. Выпуклые функции. Геометрическое истолкование. Условия выпуклости функции.

Модуль 4.

1. Определение первообразной.
2. Первообразная функции $y = \sin x$.
3. Свойства неопределенного интеграла.
4. Замена переменной в неопределенном интеграле.
5. Интегрирование по частям.
6. Правильная рациональная дробь.
7. Биномиальный дифференциал.
8. Подстановки Эйлера.
9. Первообразная функции $y = \frac{1}{1+x^2}$.
10. Первообразная функции $y = a^x$.

Примерные вопросы для устного опроса (2 семестр)

Модуль 1.

1. Определенный интеграл.
2. Необходимое условие интегрируемости.
3. Верхняя и нижняя суммы Дарбу.
4. Условие существования определенного интеграла.
5. Теорема о среднем значении.
6. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Вычисление длины дуги.
8. Площадь криволинейного сектора.

Модуль 2.

1. Открытые и замкнутые множества в \mathbb{R}^n .
2. Критерий замкнутости. Компакт в \mathbb{R}^n .
3. Предел функции многих переменных.
4. Связь между двойными и повторными пределами.
5. Непрерывность функции многих переменных.

6. Полный дифференциал функции многих переменных.
7. Производная по заданному направлению. Градиент.
8. Теорема о смешанных производных.
9. Теорема о неявной функции.

Модуль 3.

1. Необходимое условие сходимости числового ряда.
2. Критерий Коши.
3. Признак Даламбера.
4. Признак Коши.
5. Признак сравнения.
6. Признак Раабе.
7. Признак Лейбница.
8. Абсолютная и условная сходимость числового ряда.
9. Признаки Абеля и Дирихле.

Примерные вопросы для устного опроса (3 семестр)

Модуль 1. (Функциональные последовательности и ряды)

1. Понятие функциональной последовательности (ряда).
2. Сходимость функционального ряда в точке и на множестве.
3. Равномерная сходимость функциональной последовательности (ряда).
4. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности (ряда).
5. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
6. Признаки Абеля.
7. Признак Дирихле.
8. Теорема о почленном переходе к пределу в функциональных рядах.
9. Почленное интегрирование функциональных рядов.
10. Почленное дифференцирование функциональных рядов.

Модуль 2. (Степенные ряды)

1. Определение степенного ряда.
2. Теорема Абеля.
3. Теорема Коши-Адамара.
4. Радиус сходимости степенного ряда.
5. Разложение в степенной ряд в точке $x = 0$ функции $f(x) = e^x$.

Модуль 3. (Криволинейные интегралы)

1. Криволинейные интегралы первого рода.
2. Сведение криволинейного интеграла первого рода к обычному определенному интегралу.
3. Криволинейные интегралы второго рода.
4. Его существование и вычисление.

5. Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла.
6. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
7. Признак точного дифференциала и нахождение первообразной в случае прямоугольной области.
8. Замкнутая кривая.
9. Кривая без самопересечений.
10. Гладкая кривая.

Модуль 4. (Кратные интегралы)

1. Определение двойного интеграла.
2. Задача об объеме цилиндрического бруса.
3. Сведение двойного интеграла к повторному.
4. Формула Грина.
5. Замена переменных в двойном интеграле.
6. Выражение площади в криволинейных координатах.
7. Понятие поверхности.
8. Виды задания поверхности: явно, неявно, параметрически.
9. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
10. Сторона поверхности. Ориентация поверхности в пространстве.

Каждому студенту дается один вопрос из каждого модуля в течение семестра. Каждый вопрос оценивается в 2 балла. Эти баллы учитываются при подсчете рейтинга только на экзамене.

Критерии оценки (в баллах):

- 15 баллов выставляется студенту, если им дан четкий, развернутый и верный ответ на вопрос;
- 10-14 баллов выставляется студенту, если им дан верный ответ, но возможно неполный или студент не ответил на 1-2 дополнительных вопроса;
- 1-9 баллов выставляется студенту, если им дан неверный ответ на вопрос, но ответил на дополнительные вопросы или дан фрагментарный, но верный ответ на основной вопрос, но не были получены ответы на дополнительные вопросы;
- 0 баллов выставляется студенту, если им не был дан ответ на основной вопрос и он не ответил ни на один дополнительный вопрос.

Задания для лабораторных работ

Описание лабораторной работы:

Каждая лабораторная работа состоит из нескольких задач по проверяемой теме. Каждому студенту дается отдельный вариант. Все лабораторные работы выполняются каждым студентом самостоятельно. Задача считается решенной верно, если подробно и четко написано ее правильное решение. По окончании выполнения лабораторной работы студент сдает отчет, в котором содержатся решения задач по данной лабораторной работе.

Примеры варианта лабораторной работы:

1-й семестр

Лабораторная работа № 1:

- 1 Доказать равенства (по определению): $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)^n} = 0$. (2 балла)
2. Пользуясь теоремой о существовании предела монотонной и ограниченной последовательности, доказать сходимость последовательности:

$$x_n = \frac{4}{2} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{6}{26} \cdot \dots \cdot \frac{n+3}{3n^2-1}. \quad (2 \text{ балла})$$

3. Пользуясь критерием Коши, доказать сходимость последовательности:

$$x_n = \frac{\sin 1}{1 \cdot 2} + \frac{\sin 2}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{\sin n}{n(n+1)}. \quad (2 \text{ балла}).$$

4. Для последовательности x_n ($n = 1, 2, \dots$) найти $\inf x_n$, $\sup x_n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$, если $x_n = 1 + (n-1) \sin \frac{(n-1)\pi}{2}$. (2 балла).

5. Найти пределы а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+n)^3 - (2n-1)^2}{(n+3)^2 - 5n^3}$, б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{71n} - \sqrt[3]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n})\sqrt{11+n^2}}$,

- в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4-2n}{1-2n} \right)^{n+1}$. (6 баллов).

Лабораторная работа № 2:

1. Сформулировать с помощью неравенств утверждение $\lim_{x \rightarrow a-0} g(x) = c$. (2 балла).

2. Вычислить пределы а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3+x)^3 - (2-x)^2}{(2+x)^3 - (3+x)^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$;

- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x^3 - 1}{\sin^6 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 3x - 1} \right)^{\frac{1}{x}}$. (8 баллов).

3. Исследовать функцию на непрерывность. В случае, если существуют точки разрыва, определить их род. Нарисовать график функции. $y = \begin{cases} (x+1), & x > 0, \\ x^2, & x \leq 0. \end{cases}$ (4 балла).

Лабораторная работа № 3:

1. Найти производные y'_x а) $y = x^3 \ln \sqrt{1+x^2}$;

- б) $x(t) = e^{-t} \cos t$, $y(t) = \ln t \sin t$; в) $x^2 - 2xy + y^3 = 0$. (6 баллов).

2. Заменяя приращение функции дифференциалом, найти приближенно значение $\sqrt[4]{1,01}$; (2 балла).

3. Пусть $u = u(x)$, $v = v(x)$ - дважды дифференцируемые функции. Найти d^2y , если $y = u^2 v^3$; (2 балла).

4. Вычислить предел с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3tg4x - 12tgx}{3\sin4x - 12\sin x}$ (3 балла).

5. Вычислить предел, используя формулу Тейлора $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{1+\sin x} + \ln(1-x)}{tgx - \sin x}$. (3 балла).

Лабораторная работа № 4:

Найти интегралы

1. $\int \frac{2-3x}{x^2+2} dx$

2. $\int x \arctg 2x dx$,

3. $\int \frac{3x+13}{(x-1)(x^2+2x+5)} dx$,

$$4. \int \frac{1-\sqrt{x}}{(1+\sqrt[3]{x})\sqrt{x}} dx,$$

$$5. \int \frac{dx}{5+2\sin x+3\cos x}. \text{ (15 баллов)}$$

2-й семестр

Лабораторная работа № 1:

1. Найти определенный интеграл $\int_0^{\pi/9} \frac{x}{\cos^2 3x} dx$ (3 балла)
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = x^3$ (3 балла)
3. Вычислить длину дуги линии $r = \cos^3(\varphi/3)$ (3 балла)
4. Вычислить площадь поверхности тела, полученного вращением кривой вокруг оси Ox $y = 1/x$, $x \in [1,3]$. (3 балла)

Лабораторная работа № 2:

1. Найти

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^3 - y}{x^3 + y}. \text{ (3 балла)}$$

2. Найти дифференциалы первого и второго порядков от функции $f(x, y) = 2^{-x^2y}(x + y)$. (4 балла).
3. Найти полный дифференциал первого порядка от сложной функции $z = f(u, v)$, $u = \frac{x}{y}$, $v = xy$ (3 балла).
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции f на заданном множестве $f = x^2 - xy + y$, $|x| \leq 2$, $|y| \leq 3$. (4 балла).

Лабораторная работа №3:

1. Найти сумму числового ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9n^2 - 3n - 2}. \text{ (2 балла)}$$

2. Пользуясь признаком сравнения, исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 4n + 7}{\sqrt[3]{n^9 + 5n - 7}}. \text{ (2 балла)}$$

3. Пользуясь признаком Даламбера, исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{2^{n(n+1)!}} \text{ (2 балла)}$$

4. Пользуясь признаком Коши, исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{n}{n+1} \right)^{3n^2} \text{ (2 балла)}$$

5. Используя различные признаки сходимости, исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[5]{n}} \text{ (2 балла)}$$

Лабораторная работа №4:

1. Применяя признак Лейбница, исследовать сходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n \sin \frac{1}{n}} - \cos \frac{1}{n} \right) \quad (2 \text{ балла})$$

2. Применяя признак Абеля, исследовать сходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n \sqrt[n]{n}}{n^{2/3} + 100} \quad (2 \text{ балла})$$

3. Применяя признак Дирихле, исследовать сходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^3 n}{\sqrt{n}} \quad (3 \text{ балла})$$

4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующие ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \operatorname{arctg} \frac{n+1}{n^3} \quad (3 \text{ балла})$$

3-й семестр

Лабораторная работа №1:

1. Найти предельную функцию $f(x)$ последовательности $\{f_n(x)\}$ на множестве X

$$f_n(x) = n^3 x^2 e^{-nx}, \quad X = [0, +\infty);$$

(2 балла)

2. Исследовать равномерную сходимость последовательности $\{f_n(x)\}$ на множестве X

$$f_n(x) = \frac{2nx}{1 + n^2 x^2}, \quad X = [1, +\infty);$$

(2 балла)

3. Применяя признак Вейерштрасса, исследовать равномерную сходимость ряда на указанном множестве

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(3n+1)3^n}, \quad -1 \leq x \leq 3;$$

(2 балла)

4. Исследовать равномерную сходимость ряда на указанном множестве, применяя различные методы

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{n(1 + 2nx^2)}, \quad -\infty < x < +\infty;$$

(3 балла)

Лабораторная работа №2:

1. Определить радиус и интервал сходимости, исследовать поведение в граничных точках интервала сходимости следующих степенных рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 3}{n^2 + 5} \right)^{n^3} (x-1)^n$$

(3 балла)

2. Разложить в степенной ряд с центром в точке x_0 функцию $f(x)$, указать радиус сходимости полученного ряда

$$f(x) = \frac{1}{2^{3x-2}}, \quad x_0 = -1.$$

(3 балла)

Контрольная работа №1:

1. Вычислить криволинейные интегралы первого типа

а) $\int_{\Gamma} (2x + y) ds$, Γ – ломанная $ABOA$, где $A(1,0)$, $B(0,2)$, $O(0,0)$. (2 балла)

б) $\int_{\Gamma} xy ds$, Γ – четверть эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, лежащая в первой четверти. (2 балла)

2. Вычислить криволинейный интеграл второго типа

$$\int_{\Gamma} x^2 dx + \frac{dy}{y^2}, \quad \Gamma - \text{дуга кривой } x = \frac{1}{y} \text{ от } A(1,1) \text{ до } B\left(4, \frac{1}{4}\right). \quad (2 \text{ балла})$$

3. Убедившись в том, что подынтегральное выражение является полным дифференциалом некоторой функции, вычислить криволинейный интеграл по кривой Γ с началом в точке A и концом в точке B .

$$\int_{\Gamma} (x + y)dx + (x - y)dy, \quad A(2, -1), \quad B(1,0). \quad (2 \text{ балла})$$

4. Найти функцию $u(x, y)$ по ее полному дифференциалу

$$du = \frac{y}{x^2} dx + \left(y - \frac{1}{x}\right) dy. \quad (3 \text{ балла})$$

Контрольная работа №2:

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_1^{2x} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_1^{2/x} f(x, y) dy$. (2 балла)
2. Вычислить $\iint_D (2x - y) dx dy$ по области D , ограниченной линиями $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ (2 балла)
3. Вычислить $\iint_D y dx dy$ по области D , ограниченной линиями $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$, $y = \sqrt{3}x$, перейдя к полярным координатам. (3 балла)
4. Найти площадь области, ограниченной кривыми $y^2 = 2x$, $y^2 = 4x - x^2$, $2x < y^2$. (2 балла)
5. Вычислить поверхностный интеграл $\iint_S (x^2 + y^2) dS$, где S – сфера $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$. (3 балла)
6. Вычислить $\iiint_G (z - x + y) dx dy dz$, где G ограничена поверхностями $ay = z^2 + x^2$, $y^2 = z^2 + x^2$, $a > 0$. (3 балла)

Описание методики оценивания контрольных работ:

Критерии оценки (в баллах): Напротив каждой задачи прописано максимальное количество баллов, которое студент может заработать за правильно решенную задачу. За решение задачи может быть снято 0,5, 1, 1,5, 2 или 3 балла балла в зависимости от правильности приведенного решения (могут быть неточности в решении, неполное решение, не полностью корректное решение).

Примерные темы курсовых работ

1. Применение определенного интеграла для вычисления механических и физических величин.

2. Доказать неравенство Йенсена

$$f(q_1x_1 + \dots + q_nx_n) \leq q_1f(x_1) + \dots + q_nf(x_n),$$

f – выпуклая функция, $q_1, \dots, q_n > 0$, $q_1 + \dots + q_n = 1$.

3. Вычислить интеграл Пуассона

$$I(r) = \int_0^\pi \ln(1 - 2r\cos x + r^2) dx.$$

4. Доказать, что многочлены Лежандра

$$X_n(x) = c_n \frac{d^n(x^2 - 1)^n}{dx^n} \quad (c_n = \text{const})$$

удовлетворяют соотношению

$$(x^2 - 1)X_n'' + 2xX_n' - n(n + 1)X_n = 0.$$

5. Эллиптические интегралы.

6. Формулы прямоугольников и трапеций для вычисления интеграла

$$\int_a^b f(x) dx,$$

где $f(x)$ – некоторая заданная в промежутке $[a, b]$ непрерывная функция.

Дополнительные члены формул прямоугольников и трапеций.

7. Применение дифференциальных уравнений в физике и химии.

8. Приближенное решение уравнений. Метод хорд.

9. Особые точки плоских кривых.

10. Функциональная характеристика показательной, логарифмической и степенной функций.

4.3. Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х т. М.: Физматлит, 2001. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=83037
2. А.Н. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2001. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=83198
3. Ишкин Х.К. Математический анализ. Курс лекций. В 4-х частях. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2013. https://elib.bashedu.ru/dl/read/Ishkin_Lekcii%20po%20matem_ch1_Uch.pos_2012.pdf/info
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов – М.: ЧеРо, 1997. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=459722
5. Кривошеева О.А., Латыпов Д.Г. Числовые и функциональные ряды. Несобственные интегралы. Уфа: РИЦ БашГУ. 2016. (учебные пособия в необходимом количестве имеются на кафедре математического анализа).

Дополнительная литература:

6. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т.1, М.: Физматлит, 2001. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=69500
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа в 2-х частях. М.: Физматлит, 2009. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=83225
8. Амангильдин Т.Г., Ахмерова Э.Ф. Производная и ее приложения к решению задач: метод. указания и задания с решениями типовых задач по математическому анализу– Уфа: РИЦ БашГУ, 2013. <https://elib.bashedu.ru/dl/corp/AmangildinProizvodPrilozhRashZadach.pdf/info>
9. Рудин У. Основы математического анализа. – М.: Мир, 1976. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=447958
10. Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. – М.: Мир, 1967. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=459728
11. Г. Поля, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Ч.1, - М.: Наука. 1978. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=447989
12. Мараховский А.С., Белаш А.Н. Математический анализ: интегральное исчисление: практикум. Ставрополь: СКФУ, 2015. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=458071
13. Туганбаев А.А. Математический анализ: производные и графики функций. Учебное пособие. М.: Изд-во «Флинта», 2017. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=103836
14. Туганбаев А.А. Математический анализ: ряды. Учебное пособие. М.: Изд-во «Флинта», 2017. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=103837
15. Туганбаев А.А. Математический анализ: интегралы. Учебное пособие. М.: Изд-во «Флинта», 2017. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=103835
16. Протасов Ю.М. Математический анализ. Учебное пособие. М.: Изд-во «Флинта», 2012. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=115118
17. Кутузов А.С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной. Учебное пособие. Москва, Берлин: Директ-Медиа, 2017. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=462166

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. «Электронная библиотека БашГУ» <https://elib.bashedu.ru>
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.bashlib.ru/echitzal/>
3. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>
4. Электронно-библиотечная система «Электронный читальный зал»
5. Электронные тесты на платформе Moodle <http://sdo.bashedu.ru/course/view.php?id=61>

Специального программного обеспечения не требуется.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>Аудитория 531</i>	<i>Лекции</i>	<i>Компьютер, мультимедийный проектор, экран, доска.</i>
<i>Аудитория 515</i>	<i>Лабораторные работы</i>	<i>Доска.</i>
<i>Читальный зал №2 (физико-математический корпус)</i>	<i>Самостоятельная работа</i>	<i>Научный и учебный фонд, научная периодика, Wi-Fi доступ для мобильных устройств, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 50.</i>

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Математический анализ на 1 семестр
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	54
лабораторных	72
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем), ФКР	1,4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	80,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	43,8

Формы контроля:

экзамен 1 семестр

зачет 1 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции.	2		2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 22-29, 151-154	Теоретический опрос
2.	Действительные числа: алгебраические свойства множества \mathbb{R} действительных чисел. Геометрическая интерпретация вещественных чисел, бесконечные десятичные дроби. Действия над действительными числами, принцип Архимеда.	3		4	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 3, 4, 6, 10,	Теоретический опрос
3.	Аксиома полноты множества \mathbb{R} . Основные принципы полноты множества \mathbb{R} : существование точной верхней (нижней) грани числового множества, принцип вложенных отрезков, лемма о конечном покрытии.	3		2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 16, 17, 20, 21	Лабораторная работа №1
4.	Теория пределов: предел числовой	2		6	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 48, 52, 57, 60, 63	Лабораторная работа №1

	последовательности; основные свойства и признаки существования предела.							
5.	Пределные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности.	3		2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 69,79, 101, 104- 109	Лабораторная работа №1
6.	Число «e», верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела.	2		2	3	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 84, 85, 74, 72, 111-114	Теоретический опрос
7.	Предел функции в точке. Различные определения и их эквивалентности. Критерий Коши существования предела.	2		6	5	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 406, 407	Лабораторная работа №2
8.	Свойства пределов. Арифметические операции над пределами. 1-й и 2-й замечательный пределы.	2		4	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]:70,72,74,76,145- 147	Лабораторная работа №2
9.	Классификация бесконечно малых и бесконечно больших. Символы «O», «o».	2		2	3	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 647-651	Лабораторная работа №2
10.	Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции; точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке.	3		6	5	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 674-728	Лабораторная работа №2, Теоретический опрос
11.	Существование наибольшего и наименьшего значений; равномерная	2		4	5	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 794-801	Лабораторная работа №2

	непрерывность функции, непрерывной на отрезке.							
12.	Монотонные функции, существование и непрерывность обратной функции, непрерывность элементарных функций.	4		2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 767-772	Теоретический опрос
13.	Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница.	4		6	5	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 828, 845-859, 888-892, 920-932, 961-966, 1039-1042, 1055-1063, 1085-1090, 1099, 1134-1141	Лабораторная работа №3
14.	Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: локальная формула Тейлора; асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом.	4		6	5	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1251, 1377-1387	Теоретический опрос
15.	Применение дифференциального исчисления к	4		6	5	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1479-1498	Лабораторная работа №3

	исследованию функций. Признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба.							
16.	Правило Лопиталья.	3		2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1345-1364	Лабораторная работа №3
17.	Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица формул интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям.	3		4	4,8	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1628-1632, 1643-1660	Лабораторная работа №4, теоретический опрос
18.	Интегрирование рациональных функций.	3		4	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1870-1887	Лабораторная работа №4, теоретический опрос
19.	Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций.	3		2	4	1-4, 6-11, 13, 16, 17	[4]: 1929-1935, 1939-1947, 1955, 1957	Лабораторная работа №4
	Всего часов:	54		72	80,8			

Рейтинг – план дисциплины

Математический анализ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных системкурс 1, семестр 1

Рейтинг-план №1 (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Предел последовательности.				
Текущий контроль			0	16
1. Теоретический опрос	2	8	0	16
Модуль 2. Предел функции. Непрерывность.				
Текущий контроль				18
1. Теоретический опрос	2	9	0	18
Модуль 3. Дифференцируемость функции.				
Текущий контроль				18
1. Теоретический опрос	2	9	0	18
Модуль 4. Первообразная.				
Текущий контроль				
1. Теоретический опрос	2	9	0	18
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
Экзамен			0	30
Итого			45	100

Рейтинг-план №2 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Предел последовательности.				
Текущий контроль				25
Аудиторная работа	1	11	0	11
Лабораторная работа №1	2	7	0	14

Модуль 2. Предел функции. Непрерывность.				
Текущий контроль				23
Аудиторная работа	1	11	0	11
Лабораторная работа №2	2	6	0	12
Модуль 3. Дифференцируемость функции.				
Текущий контроль				25
Аудиторная работа	1	9		9
Лабораторная работа №3	2	8		16
Модуль 4. Первообразная.				
Текущий контроль				27
Аудиторная работа	1	12		12
Лабораторная работа №4	3	5		15
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
3. Посещение лекционных занятий			0	-6
4. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
Зачет			60	110

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Математический анализ на 2 семестр
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	48
лабораторных	64
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем), ФКР	3,4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	83,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	52,8

Формы контроля:

экзамен 2 семестр

зачет 2 семестр

В том числе:

курсовая работа 2 семестр, контактных часов – 2, часов на самостоятельную работу – 15.

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл Римана; критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва	6		8	9	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2210-2213, 2220-2223, 2242-2248	Лабораторная работа №1, устный опрос
2.	Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении. Дифференцирование по переменному верхнему пределу. Существование первообразной от непрерывной функции. Связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной; интегрирование по	6		8	10	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2398-2406, 2413-2415, 2418-2421, 2436, 2440, 2447, 2474-2476, 2493-2498	Лабораторная работа №1, устный опрос

	частям; длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения.							
3.	Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости.	4		6	8	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2334-2344.	Лабораторная работа №5
4.	Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью бета- и гамма-функции Эйлера.	5		6	11	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 3791, 3795, 3799, 3847-3857	устный опрос
5.	Функции многих переменных: Евклидово пространство. Обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства. Пределы, непрерывность функции многих переменных.	6		8	10	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 3184-3192	Лабораторная работа №3, устный опрос
6.	Дифференциал и частные производные функции многих переменных. Производные по направлению, градиент. Достаточное условие дифференцируемости;	6		8	9	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 3214-3228, 3245, 3269-3271, 3283, 3284, 3293-3297	Лабораторная работа №3

	касательная и нормаль к поверхности. Дифференцирование сложной функции. Частные производные высших порядков, свойства смешанных производных; дифференциалы высших порядков.							
7.	Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Теоремы о неявных функциях. Замена переменных. Экстремум, условный экстремум.	5		6	9	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 3440-3444, 3593-3597, 3638-3642, 3654-3661	Лабораторная работа №3
8.	Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости.	5		8	9	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2548-2551, 2580-2582, 2626-2635	Лабораторная работа №4
9.	Признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорем Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.	5		6	8,8	1-4, 6, 7, 9-12, 14-17	[4]: 2667-2670, 2675-2689	Лабораторная работа №5, устный опрос
	Курсовая работа		-			1-17	Оформленная надлежащим	

							образом учебная работа с элементами самостоятельного исследования материала по предложенной теме, сопровождаемая соответствующими примерами и графиками, иллюстрирующими изученный теоретический материал.	
	Всего часов:	48		64	80,8			

Рейтинг – план дисциплины

Математический анализ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных системкурс 1, семестр 2

Рейтинг-план №1 (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Определенный интеграл. Геометрический смысл.				
Текущий контроль				16
1. Теоретический опрос	2	8	0	16
Модуль 2. Функции многих переменных.				
Текущий контроль				27
1. Теоретический опрос	3	9	0	27
Модуль 3. Числовые ряды. Несобственные интегралы				
Текущий контроль				27
1. Теоретический опрос	3	9		27
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
5. Посещение лекционных занятий			0	-6
6. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
Экзамен			0	30
Итого			45	110

Рейтинг-план №2 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Определенный интеграл. Геометрический смысл.				
Текущий контроль				25
Аудиторная работа	1	10	0	10
Лабораторная работа №1	3	5	0	15
Модуль 2. Функции многих переменных.				
Текущий контроль				25

Аудиторная работа	1	13	0	13
Лабораторная работа №2	3	4	0	12
Модуль 3. Числовые ряды. Несобственные интегралы.				
Текущий контроль				50
Аудиторная работа	2	7		14
Лабораторная работа №3	2	7		14
Лабораторная работа №4	2	5		10
Лабораторная работа №5	3	4		12
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
7. Посещение лекционных занятий			0	-6
8. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
Зачет			60	110

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины Математический анализ на 3 семестр
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	7/252
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	54
практические занятия	18
лабораторных	54
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем), ФКР	1,4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	80,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	43,8

Формы контроля:

экзамен 3 семестр

зачет 3 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СРС			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Теорема о предельном переходе. Теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании.	8	3	7	10	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 2746-2754, 2770-2778	Лабораторная работа №2, устный опрос
2.	Степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши –Адамара. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда.	6	3	7	10	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 2813-2826, 2869-2873	Лабораторная работа №2
3.	Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая функция; равномерная сходимость ряда Фурье; признаки сходимости ряда Фурье в точке.	8	4	7	10	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 2947-2950, 2953-2955	Контрольная работа №1, устный опрос
4.	Достаточное условие разложимости функции в	6		6	10	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 2977-2985	Контрольная работа №1, устный

	тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля; неравенство Бесселя; интеграл Фурье и преобразование Фурье.							опрос
5.	Двойной интеграл и интеграл высшей кратности. Критерий интегрируемости Лебега и Дарбу. Двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному;	6	4	7	10	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 3924-3929, 3948, 3951-3954	Контрольная работа №2, устный опрос
6.	Замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; механические и физические приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; несобственные и кратные интегралы.	8		7	10	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 4008,4013, 4022, 40374052, 4062, 4076, 4081, 4102, 4107,4116	Контрольная работа №2
7.	Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности; формула Грина; формула Остроградского; формула Стокса; условия независимости криволинейного	6	4	7	10,8	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 4221, 4224-4227,4241, 4250-4253, 4259, 4296, 4308-4311	Контрольная работа №1

	интеграла от пути интегрирования.							
8.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля: скалярное поле; поток; расходимость, циркуляция, вихрь. Векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса.	6		6	10	1-7, 9-12, 14-16	[4]: 4370, 4376, 4401-4403, 4452	Контрольная работа №2
	Всего часов:	54	18	54	80,8			

Рейтинг – план дисциплины

Математический анализ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных системкурс 1, семестр 3

Рейтинг-план №2 (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Криволинейные интегралы.				
Текущий контроль				20
Теоретический опрос	2	10	0	20
Модуль 2. Степенные ряды.				
Текущий контроль				
Теоретический опрос	2	5	0	10
Модуль 3. Кратные и поверхностные интегралы				
Текущий контроль				20
Теоретический опрос	2	10	0	20
Модуль 4. Ряды Фурье.				
Текущий контроль				20
Теоретический опрос	2	10	0	20
Поощрительные баллы			0	10
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
9. Посещение лекционных занятий			0	-6
10. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	0
Итоговый контроль				
1. Экзамен			0	30
Итого			45	110

Рейтинг-план №2 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды				
Текущий контроль				22
1. Аудиторная работа	1	13	0	13
2. Лабораторная работа №1	3	3	0	9
Модуль 2. Степенные ряды.				
Текущий контроль				26
1. Аудиторная работа	2	10		20

2. Лабораторная работа №2	3	2		6
Модуль 3. Криволинейные интегралы				
Текущий контроль				24
1. Аудиторная работа	1	13	0	13
2. Контрольная работа №1	2	4	0	8
	3	1	0	3
Модуль 4. Кратные и поверхностные интегралы				
Текущий контроль				28
1. Аудиторная работа	1	13	0	13
2. Контрольная работа №2	2	3	0	6
	3	3	0	9
Поощрительные баллы				
1. Студенческая олимпиада или конкурс рефератов			0	5
2. Волонтерская работа при проведении олимпиад и конференций			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
11. Посещение лекционных занятий			0	0
12. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль				
1. Зачет			60	110