

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 11 от « 22 » июня 2017 г.  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / Болотнов А.М.

Согласовано:  
Председатель УМК факультета математики  
и информационных технологий  
\_\_\_\_\_ / Ефимов А.М.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Численные методы решения задач для ОДУ

*(наименование дисциплины)*

Дисциплина по выбору

*(Цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору))*

**программа бакалавриата**

Направление подготовки (специальность)

09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки

"Информационные и вычислительные технологии"

Квалификация

бакалавр

Разработчик (составитель) Доцент кафедры ИТиКМ, к.ф.-м.н.	_____ / Галеева Г.Я.
--	----------------------

Для приема: 2017


Уфа 2017 г.

Составитель: доцент кафедры ИТиКМ, к.ф.-м.н. Галеева Г.Я.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики протокол от « 22 » июня 2017 г. № 11

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры информационных технологий и компьютерной математики (рабочая программа приведена в соответствие с изменениями в законодательстве и др.), протокол № 10 от « 25 » июня 2018 г.

Заведующий кафедрой

  
\_\_\_\_\_ / Болотнов А.М. /

### Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	5
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	6
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	6
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	10
4.3. Рейтинг-план дисциплины	11
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	16
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	16
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	16
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	17

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)**

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	Знать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии.	ОПК-3 — способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	
	Знать основные принципы численных методов решения задач для ОДУ в формализации решения прикладных задач.	ПК-23: способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	
Умения	Уметь применять в профессиональной деятельности современные информационно-коммуникационные технологии.	ОПК-3 — способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	
	Уметь разрабатывать алгоритмы решения типовых задач на языках высокого уровня, с использованием системного подхода и математических методов	ПК-23: способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	
Владения (навыки / опыт деятельности)	Владеть методикой использования основных законов естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности.	ОПК-3 — способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	
	Владеть практическими навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач.	ПК-23: способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	

## **2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Численные методы решения задач для ОДУ» относится к дисциплинам по выбору.

Дисциплина изучается на 4 курсе в 7,8 семестрах.

Целью изучения дисциплины «Численные методы решения задач для ОДУ» является выработка у студентов глубоких знаний основ теории численных методов решения краевых задач и задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, умения применять эти знания при решении конкретных задач, встречающихся в разных областях естествознания посредством математического моделирования процессов.

Программа курса преследует задачу дать тот минимальный материал в области теории численных методов, достаточный для более глубокого изучения численных методов на спецкурсах и спец семинарах, для дальнейшей самостоятельной работы выпускников факультета как в области современных численных методов так, и в области разработки новых вычислительных методов.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения дисциплин согласно учебному плану: «Прикладная информатика»: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Информатика и программирование», «Вычислительные методы и программирование».

## **3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1.

#### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

##### 4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

ОПК-3 — способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения (экзамен, курсовая работа)			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии.	Отсутствие знаний	Частичные знания об основных законах естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий.	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания об основных законах естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий.	Полные и четкие знания об основных законах естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий.
Второй этап (уровень)	Уметь применять в профессиональной деятельности современные информационно-коммуникационные технологии.	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять в профессиональной деятельности современные информационно-коммуникационные технологии.	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения применять в профессиональной деятельности современные информационно-коммуникационные технологии.	Сформированное умение применять в профессиональной деятельности современные информационно-коммуникационные технологии.
Третий этап (уровень)	Владеть методикой использования основных законов естественнонаучных дисциплин и современных	Отсутствие владений	В целом успешные, но не систематические владения методикой использования основных законов естественнонаучных	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения методикой использования основных	Успешные владения методикой использования основных законов естественнонаучных дисциплин и современных

информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности.	ных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности.	законов естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности.	информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности.
--	--	---	--

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения (зачет)	
		Не зачтено	Зачтено
Первый этап (уровень)	Знать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии.	Не знает на удовлетворительном уровне об основных законах естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий.	Знает на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне об основных законах естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий.
Второй этап (уровень)	Уметь применять в профессиональной деятельности современные информационно-коммуникационные технологии.	Не умеет на удовлетворительном уровне применять в профессиональной деятельности современные информационно-коммуникационные технологии.	Умеет на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне применять в профессиональной деятельности современные информационно-коммуникационные технологии.
Третий этап (уровень)	Владеть методикой использования основных законов естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности.	Не владеет на удовлетворительном уровне методикой использования основных законов естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности.	Владеет на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне методикой использования основных законов естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности.

ПК-23 — способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач.

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения (экзамен, курсовая работа)			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать основные принципы численных методов решения задач для ОДУ в формализации решения прикладных задач.	Отсутствие знаний	Частичные знания о основных принципах численных методов решения задач для ОДУ в формализации решения прикладных задач.	Полные и четкие, но содержащие отдельные пробелы знания о основных принципах численных методов решения задач для ОДУ в формализации решения прикладных задач.	Полные и четкие знания о основных принципах численных методов решения задач для ОДУ в формализации решения прикладных задач.
Второй этап (уровень)	Уметь разрабатывать алгоритмы решения типовых задач на языках высокого уровня, с использованием системного подхода и математических методов.	Отсутствие умений	Фрагментарные умения разрабатывать алгоритмы решения типовых задач на языках высокого уровня, с использованием системного подхода и математических методов.	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения разрабатывать алгоритмы решения типовых задач на языках высокого уровня, с использованием системного подхода и математических методов.	Сформированное умение разрабатывать алгоритмы решения типовых задач на языках высокого уровня, с использованием системного подхода и математических методов.
Третий этап (уровень)	Владеть практическим и навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач.	Отсутствие владений	В целом успешные, но не систематические владения практическими навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач.	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы владения навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач.	Успешные владения навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач.



Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения (зачет)	
		Не зачтено	Зачтено
Первый этап (уровень)	Знать основные принципы численных методов решения задач для ОДУ в формализации решения прикладных задач.	Не знает на удовлетворительном уровне о основных принципах численных методов решения задач для ОДУ в формализации решения прикладных задач.	Знает на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне о основных принципах численных методов решения задач для ОДУ в формализации решения прикладных задач.
Второй этап (уровень)	Уметь разрабатывать алгоритмы решения типовых задач на языках высокого уровня, с использованием системного подхода и математических методов.	Не умеет на удовлетворительном уровне разрабатывать алгоритмы решения типовых задач на языках высокого уровня, с использованием системного подхода и математических методов.	Умеет на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне разрабатывать алгоритмы решения типовых задач на языках высокого уровня, с использованием системного подхода и математических методов.
Третий этап (уровень)	Владеть практическими навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач.	Не владеет на удовлетворительном уровне практическими навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач.	Владеет на удовлетворительном, хорошем или отличном уровне навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач.

Показатели сформированности компетенции:

Для дисциплины, формой итогового контроля которой является экзамен:

оценка «отлично» выставляется, если студент полностью усвоил материал по программе дисциплины, способен преобразовывать глубокие теоретические знания в профессиональные умения и навыки;

оценка «хорошо» выставляется, если студент усвоил материал по программе дисциплины, способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки, но допускает несущественные ошибки;

оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом усвоил материал по программе дисциплины, способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки, но допускает отдельные существенные ошибки;

оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент не усвоил материал по программе дисциплины, не способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки.

Для дисциплины, формой итогового контроля которой является зачет:

«зачтено» выставляется, если студент усвоил материал по программе дисциплины, способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки;

«не зачтено» выставляется, если студент не усвоил материал по программе дисциплины, не способен преобразовывать теоретические знания в профессиональные умения и навыки.

При очной форме обучения в результате оценивания выставляются баллы за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины. Итоговый рейтинг успеваемости студентов складывается из суммы баллов, набранных студентом за всю работу в течение семестра (включая итоговый контроль).

Шкалы оценивания для очной формы обучения:

для экзамена:

«отлично» - от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);

«хорошо» - от 60 до 79 баллов;

«удовлетворительно» - от 45 до 59 баллов;

«неудовлетворительно» - менее 45 баллов;

для зачета:

«зачтено» - от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);

«не зачтено» - менее 60 баллов.

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	Знать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии.	ОПК-3	Лабораторная работа, письменные задания
	Знать основные принципы численных методов для решения задач для ОДУ в формализации решения прикладных задач.	ПК-23	Лабораторная работа, письменные задания
2-й этап Умения	Уметь применять в профессиональной деятельности современные информационно-коммуникационные технологии.	ОПК-3	Лабораторная работа, письменные задания
	Уметь разрабатывать алгоритмы решения типовых задач на языках высокого уровня, с использованием системного подхода и математических методов.	ПК-23	Лабораторная работа, письменные задания
3-й этап Владеть навыками	Владеть методикой использования основных законов естественнонаучных дисциплин и современных информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;	ОПК-3	Лабораторная работа, письменные задания

	Владеть практическими навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач.	ПК-23	Лабораторная работа, письменные задания
--	--	-------	---

#### 4.3. *Рейтинг-план дисциплины (при необходимости)*

Рейтинг–план дисциплины представлен в приложении 2.

#### **Примеры оценочных средств**

##### **I. Экзаменационные билеты**

Структура экзаменационного билета: экзаменационный билет состоит из 2 теоретических вопросов. Первый вопрос за 7 семестр, второй вопрос за 8 семестр.

#### **Примерный перечень вопросов для экзамена**

1. Математическая постановка линейной краевой задачи Дирихле для стационарного одномерного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами; физическая интерпретация постановки задач в теплофизических и других терминах. Вопросы корректности постановок задач.

2. Одношаговые методы решения задачи Коши. Явная разностная схема Эйлера. Порядок аппроксимации разностной схемы.

3. Математическая постановка задачи Коши для ОДУ. Разрешимость и единственность решения задачи Коши. Примеры.

4. Вариационные методы решения краевых задач для ОДУ. Метод Рунге построения минимизирующей последовательности для функционала энергии краевой задачи.

5. Основные понятия теории разностных схем. Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов. Разностные схемы для ОДУ и ее корректность.

6. Вариационные методы решения краевых задач для ОДУ. Теорема о функционале энергии.

7. Разностные формулы дифференцирования произведения, суммирования по частям, разностные формулы Грина.

8. Минимизирующая последовательность для функционала энергии, соответствующего операторному уравнению первого рода, и ее сходимость.

9. Метод сеток решения краевых задач для ОДУ. Погрешность аппроксимации разностных схем для ОДУ второго порядка с переменными коэффициентами.

10. Неявная симметричная разностная схема (метод трапеций) с итерациями численного решения задачи Коши.

11. ....

## Образец экзаменационного билета

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Дисциплина

Численные методы решения задач для ОДУ

Направление 09.03.03 – Прикладная информатика

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Одношаговые методы решения задачи Коши. Явная разностная схема Эйлера. Порядок аппроксимации разностной схемы.
2. Метод пристрелки (стрельбы) численного решения краевых задач.

Зав. Кафедрой ИТ и КМ \_\_\_\_\_ А.М. Болотнов

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

#### Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности.

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.

- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

## II. Примеры письменных заданий

Для очной формы обучения письменные задания используются как форма рубежного контроля.

### Письменные задания:

1. Справедливы ли равенства:

$$\text{а) } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\mathcal{G}(x+h) - 2\mathcal{G}(x) + \mathcal{G}(x-h)}{h^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{\mathcal{G}(x+2h) + \mathcal{G}(x)}{2} - 2\mathcal{G}(x) + \frac{\mathcal{G}(x) + \mathcal{G}(x-2h)}{2}}{h^2},$$

$$\text{б) } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\mathcal{G}(x+h) - \mathcal{G}(x-h)}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{\mathcal{G}(x+2h) + \mathcal{G}(x)}{2} - \frac{\mathcal{G}(x) + \mathcal{G}(x-2h)}{2}}{2h},$$

если  $\mathcal{G}(x) \in C^4$ . Обоснуйте ответ.

2. Постройте разностную аппроксимацию следующего дифференциального оператора

$$Lu = \frac{d^4 u}{dx^4} + e^x \frac{d^2 u}{dx^2} + u$$

второго порядка на равномерной сетке  $\bar{\omega}_h \subset [0, l]$  с шагом  $h > 0$ .

3. Рассмотрите нелинейную краевую задачу

$$\begin{cases} -a^2 \frac{d^2 u}{dx^2} = f(x, u), & 0 < x < l, \\ u(0) = \mu_1, \quad u(l) = \mu_2, & a = \text{const} > 0. \end{cases}$$

Постройте разностную аппроксимацию задачи со вторым порядком аппроксимации. Предложите итерационный процесс для решения нелинейной системы сеточных уравнений, аппроксимирующих исходную задачу.

4. Приведите основные краевые условия, которые могут быть поставлены при математической формулировке краевых задач для следующего дифференциального уравнения

$$-\frac{d}{dx} \left( (x^3 + 1) \frac{du}{dx} \right) + e^x (1+x)u = \cos x + 1, \quad 0 < x < l.$$

Дайте возможную физическую интерпретацию получающихся при этом краевых задач в теплофизических терминах.

5. Укажите, является ли правильной постановка следующей задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = f(t, u), & t > 0, \\ \frac{du(0)}{dt} = u_0. \end{cases}$$

6. Существует ли решение задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{du(t)}{dt} = u^2 + \sin t, & t > 0, \\ u(0) = 2. \end{cases}$$

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах) для очной формы обучения (с учетом модульно-рейтинговой системы оценки успеваемости обучающихся)**

0 баллов выставляется студенту, если студент не решил ни одно письменное задание;

5 баллов выставляется студенту, если студент правильно решил одно письменное задание.

Примечание: максимально возможное количество баллов, которые студент может набрать за решение письменных заданий, определяется рейтингом-планом (Приложение 2).

### Ш. Примеры лабораторных работ

#### Лабораторная работа №1

1. Рассмотрите следующие краевые задачи для ОДУ с переменными коэффициентами:

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx}\left(k_\alpha(x)\frac{du}{dx}\right) + q_\alpha(x)u = f(x), & 0 < x < l, \\ u(0) = 0, & u(l) = 0, \end{cases}$$

$$k_\alpha(x) = 1 + \alpha x^2, \quad q_\alpha(x) = e^{\alpha x},$$

$$f_\alpha(x) = 10x(l-x)e^{\alpha x} + 20(1 + \alpha x^2) - 2\alpha x(10l - 20x),$$

$\alpha$  – номер по списку группы.

Возможные варианты задания (по указанию преподавателя):

- 1) Исследуйте корректность постановки задачи.
- 2) Постройте разностную схему 2-го порядка аппроксимации. Исследуйте корректность постановки разностной схемы.
- 3) Решите систему сеточных уравнений методом прогонки.
- 4) Решите систему линейных алгебраических уравнений метода сеток методом Гаусса-Зейделя.
- 5) Решите систему линейных алгебраических уравнений метода сеток методом релаксации.

#### Лабораторная работа №2

1. Рассмотрите задачу Коши

$$\begin{cases} \frac{du(t)}{dt} = f(t, u), & 0 < t \leq T, \\ u(0) = u_0, \end{cases}$$

где  $f(t, u)$  - заданная функция;  $u_0$  - заданная константа (входные данные даются преподавателем).

Возможные варианты задания (по указанию преподавателя):

- 1) Исследуйте корректность постановки задачи.
- 2) Постройте явную и неявную разностные схемы Эйлера. Исследуйте порядок аппроксимации и сходимость схем. На основе явной разностной схемы найдите численное решение задачи Коши.
- 3) Постройте симметричную неявную разностную схему второго порядка аппроксимации для решения задачи Коши. Для численной реализации нелинейной

разностной схемы постройте итерационный процесс и на его основе найдите численное решение задачи.

4) Постройте разностную схему Рунге-Кутты второго порядка аппроксимации типа «предиктор-корректор» и на его основе найдите численное решение обыкновенного дифференциального уравнения.

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки (в баллах) для очной формы обучения (с учетом модульно-рейтинговой системы оценки успеваемости обучающихся)**

- 11-15 баллов выставляется студенту, если нет замечаний;
- 6-10 баллов выставляется студенту, если имеются несущественные замечания;
- 1-5 баллов выставляется студенту, если в целом получены верные результаты, но имеются существенные замечания.
- 0 баллов выставляется студенту, если лабораторная работа не выполнена.

**IV. Примерные темы курсовых работ**

1. Решение задачи Коши для ОДУ 1 порядка комбинированным методом Рунге-Кутты 4 порядка и явным методом Адамса 3 порядка.
2. Решение задачи Коши для ОДУ 1 порядка усовершенствованным методом Эйлера-Коши.
3. Метод трапеций для решения задачи Коши для ОДУ 2 порядка с уточнением по Рунге.
4. Неявный метод Эйлера для решения задачи Коши для ОДУ 1 порядка с уточнением по Рунге.
5. Применение генетических алгоритмов для уточнения численных решений ОДУ, полученных методом Рунге-Кутты 4 порядка.
6. ....

Описание методики оценивания:

**Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется, если курсовая работа полностью закончена, содержание работы соответствует выбранной теме, присутствует наличие элементов научной новизны, указана практическая ценность работы, использована новейшая литература, структура работы сбалансирована, указана актуальность темы, цель и постановка задачи.

- оценка «хорошо» выставляется, если курсовая работа полностью закончена, содержание работы соответствует выбранной теме, присутствует наличие элементов научной новизны, указана практическая ценность работы, указана актуальность темы, цель и постановка задачи.

- оценка «удовлетворительно» выставляется, если курсовая работа не закончена, но содержание работы соответствует выбранной теме, указана практическая ценность работы, указана актуальность темы.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если курсовая работа не закончена или не сдана, содержание работы не соответствует выбранной теме, нет элементов научной новизны, не указана практическая ценность работы, не использована новейшая литература, структура работы не сбалансирована, не указана актуальность темы, цель и постановка задачи

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

- 1) Галеева, Г.Я. Численные методы [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Г.Я. Галеева, Л.Е. Маликова, А.Р. Фазылов; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2013. — Режим доступа: [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Galeeva\\_Malikova\\_Chislenne\\_metod\\_uch.pos\\_RIC\\_BashGU\\_2013.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Galeeva_Malikova_Chislenne_metod_uch.pos_RIC_BashGU_2013.pdf).
- 2) Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 672 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2025>.

#### Дополнительная литература:

- 1) Коробчинская О. Г.; Файрузов М. Э.; Коробчинский А. В.; Манапова А. Р. Программирование в Delphi. Разработка приложений Windows [Электронный ресурс]: учеб. пособие / О.Г. Коробчинская [и др.]; Башкирский государственный университет. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2015. — Электрон. версия печ. публикации. — Режим доступа: [https://elib.bashedu.ru/dl/read/Korobchinskaja\\_i\\_dr\\_Programmirovanie\\_v\\_DELPHI\\_Win\\_up\\_2\\_izd\\_2015.pdf](https://elib.bashedu.ru/dl/read/Korobchinskaja_i_dr_Programmirovanie_v_DELPHI_Win_up_2_izd_2015.pdf).
- 2) Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65043>.

### 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

- 1) Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ» - <https://elib.bashedu.ru/>;
- 2) Электронный каталог Библиотеки БашГУ - <http://www.bashlib.ru/catalogi/>
- 3) Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» - <http://www.biblioclub.ru>;
- 4) Электронная библиотечная система издательства «Лань» - <https://e.lanbook.com/>
- 5) Электронная библиотека ЮРАЙТ [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru)
- 6) Библиотека ГОСТов [Электронный ресурс]/ URL: <http://vsegost.com/>
- 7) Библиотека БашГУ <http://www.bashlib.ru>
- 8) Система электронного обучения <http://sdo.bashedu.ru>;

#### Программное обеспечение:

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11. 2014 г. Лицензии



бессрочные.

3. Архиватор 7-Zip. (лицензия LGPL, свободное программное обеспечение).

4. Academic Edition Networked Volume Licenses RAD Studio XE3 Professional Concurrent App Wave English; Договор № 263 от 07.12. 2012 г. Лицензия бессрочная.

5. Lazarus (лицензия GNUGPL, свободное программное обеспечение).

## 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p><b>1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:</b> аудитория № 501 (физмат корпус- учебное), аудитория № 531 (физмат корпус- учебное) аудитория № 528 (физмат корпус- учебное).</p> <p><b>2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа:</b> аудитория № 520а (физмат корпус- учебное), № 521 (физмат корпус- учебное), аудитория № 522 (физмат корпус- учебное), аудитория № 525 (физмат корпус- учебное).</p> <p><b>3. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ):</b> аудитория № 520а (физмат корпус- учебное), № 521 (физмат корпус- учебное), аудитория № 522 (физмат корпус- учебное), аудитория № 525 (физмат корпус- учебное).</p> <p><b>4. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций:</b> аудитория № 501 (физмат корпус- учебное), аудитория № 531 (физмат корпус- учебное), аудитория № 528 (физмат корпус- учебное).</p> <p><b>5. Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> аудитория № 501 (физмат корпус- учебное), аудитория № 531 (физмат корпус- учебное), аудитория № 528 (физмат корпус- учебное).</p>	<p style="text-align: center;"><b>Аудитория № 501</b></p> <p>Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Core i5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер Logitech Wireless Presenter R400 (210134000003592), проектор Sony VPL-DX270, экран ручной View Screen Lotus 244x183 WLO-4304.</p> <p style="text-align: center;"><b>Аудитория №531</b></p> <p>Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32.</p> <p style="text-align: center;"><b>Аудитория №528</b></p> <p>Учебная мебель, доска настенная меловая.</p> <p style="text-align: center;"><b>Аудитория №520а</b></p> <p>Учебная мебель, доска, монитор LG 19 L1942S SF 1280 x 1024,5ms,8000:1,black (3,4 кг, VGA, 19"(48,3см)5мс, мониторы LG 19" L1942SBF 1280x1024,5ms,8000:1,black 10 шт., системный блок HP Pavilion Slimline S3500 FAMD Athlon64 X2 5400+/2.8GHz,4Gb,500Gb 12шт.,доска аудитор. ДА36.</p> <p style="text-align: center;"><b>Аудитория № 521</b></p> <p>Учебная мебель, доска, коммутатор HPV1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональные компьютеры в комплекте DEPO Neos 460MDi5 2300/4GDDR1333/T500G/DVDW – 12 шт., проектор Optoma EX 542i. DLP3D. XGA(1024*768),2700 ANSILm.3000 1.Lamp5000+/-40 ver, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, экран на штативе Draper Diplomat (1:1) 84/84* 213*213 MW, доска аудитор. ДА36.</p> <p style="text-align: center;"><b>Аудитория №522</b></p> <p>Учебная мебель, доска, персональный компьютер Lenovo ThinkCentre A70z Intel Pentium E 5800,</p>	<p>1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11. 2014 г. Лицензии бессрочные.</p> <p>3. Архиватор 7-Zip. (лицензия LGPL, свободное программное обеспечение).</p> <p>4. Academic Edition Networked Volume Licenses RAD Studio XE3 Professional Concurrent App Wave English; Договор № 263 от 07.12. 2012 г. Лицензия бессрочная.</p> <p>5. Lazarus (лицензия GNUGPL, свободное программное обеспечение).</p>

<p><b>6. Помещения для самостоятельной работы:</b>  аудитория № 426 (физмат корпус- учебное), читальный зал №2 (физмат корпус- учебное).</p> <p><b>7. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования:</b> аудитория № 522 (физмат корпус- учебное).</p>	<p>320 Gb, 19" – 13 шт., кондиционер Lessar LS /LU-H24KB2.</p> <p><b>Аудитория № 525</b>  Учебная мебель, доска, персональные компьютеры в комплекте DEPONEOS 460MDi5 2300/4GDDR1333/T500G/DVDW/ - 13 шт., доска аудитор. ДА32.</p> <p><b>Аудитория №426</b>  Учебная мебель, доска, персональные компьютеры системный блок /Core 15-7400 (3.0) / VGb/HDD1Tb/ 450W/Win 10 Pro/ Клавиатура USB/ Мышь USB/ LCD Монитор 21,5" – 14 шт.</p> <p><b>Читальный зал №2</b>  Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p>	
--	--	--

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Численные методы решения задач для ОДУ на 7,8 семестр  
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	9/324
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	163,4
лекций	40
практических/ семинарских	
лабораторных	120
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) (ФКР)	3,4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	125,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34,8

Формы контроля:

экзамен 8 семестр

зачет 7 семестр

В том числе:

курсовая работа 7 семестр, часов на самостоятельную работу – 10.

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости и (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/ СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>7 семестр:</b>		<b>18</b>	<b>0</b>	<b>54</b>	<b>105,8</b>			
<b>Модуль 1. Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ. Разностный метод.</b>								
1	Математическое моделирование, численные методы и вычислительный эксперимент. Модели прогнозирования процессов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ). Краевые задачи для ОДУ и задача Коши. Линейные и нелинейные краевые задачи, линейные и нелинейные задачи. Корректность постановок краевых задач, дифференциальные свойства решений. (ОПК-3, ПК-23)	2		6	16	Основная литература: 1-2 Дополнительная литература: 1-2	Подготовка к выполнению лабораторной работы	Текущий контроль: Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам
2	Разностные методы решения краевых задач. Основные понятия теории разностных схем. Некоторые разностные формулы (аналоги соответствующих формул из дифференциального исчисления). Разностные принципы максимума, разностные аналоги теорем вложения. Разностный метод (метод сеток) решения задачи Дирихле для линейного одномерного	6		16	32	Основная литература: 1-2 Дополнительная литература: 1-2	Подготовка к выполнению лабораторной работы	Текущий контроль: Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам

	стационарного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами и его исследование (погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимость, численная реализация метода). Задача для ОДУ с разрывными коэффициентами. (ОПК-3, ПК-23)							
<b>Модуль 2. Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ. Вариационные методы.</b>								
3	Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ на основе метода сеток в сочетании с итерационными методами. (ОПК-3, ПК-23)  Вариационные методы решения краевых задач для ОДУ. Метод Рунге	4		16	24	Основная литература: 1-2 Дополнительная литература: 1-2	Подготовка к выполнению лабораторной работы	Текущий контроль: Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам
4	Метод Галеркина и конечных элементов решения краевых задач для ОДУ.  Метод стрельбы численного решения краевых задач. (ОПК-3, ПК-23)	6		16	23,8	Основная литература: 1-2 Дополнительная литература: 1-2	Подготовка к выполнению лабораторной работы	Текущий контроль: Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам
5	Курсовая работа				10	Основная литература: 1-2 Дополнительная литература: 1-2	Курсовая работа по выбранной тематике: указана актуальность темы, цель и постановка задачи, решение задачи выбранным методом.	
<b>8 семестр:</b>		<b>22</b>		<b>66</b>	<b>20</b>			
<b>Модуль 1. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге-Кутты</b>								

1	Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Постановка задач. Некоторые результаты из теории ОДУ: разрешимость задачи Коши, единственность решения. Устойчивость решения задачи Коши. Жесткие дифференциальные уравнения. Одношаговые методы решения задачи Коши. Разностные схемы Эйлера и их исследование. Двухпараметрическое семейство явных одношаговых разностных схем Рунге-Кутты второго порядка аппроксимации. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка аппроксимации решения задачи Коши для ОДУ.(ОПК-3, ПК-23)	6		18	8	Основная литература: 1-2 Дополнительная литература: 1-2	Подготовка к выполнению лабораторной работы	Текущий контроль: Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам
2	Неявная разностная схема Эйлера. Устойчивость схемы. Реализация схемы. Итерационные методы решения нелинейной разностной схемы. Модификации метода Эйлера; схема Эйлера-Коши (с итерациями). (ОПК-3, ПК-23)	4		16	4	Основная литература: 1-2 Дополнительная литература: 1-2	Подготовка к выполнению лабораторной работы	Текущий контроль: Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам
<b>Модуль 2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Многошаговые методы.</b>								
3	Многошаговые разностные методы решения задачи Коши. Явные и неявные разностные схемы Адамса. (ОПК-3, ПК-23)	6		16	4	Основная литература: 1-2 Дополнительная литература: 1-2	Подготовка к выполнению лабораторной работы	Текущий контроль: Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам
4	Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений второго порядка. Методы Штермера. Методы	6		16	4	Основная литература: 1-2 Дополнительная	Подготовка к выполнению лабораторной работы	Текущий контроль: Контроль

	решения жестких систем дифференциальных уравнений. (ОПК-3, ПК-23)					литература: 1-2		выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам
	<b>Всего часов:</b>	<b>40</b>	<b>0</b>	<b>120</b>	<b>125,8</b>			

## Рейтинг – план дисциплины

## Численные методы решения задач для ОДУ

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление/специальность 09.03.03 Прикладная информатикакурс 4, семестр 7

## Рейтинг-план №1 (зачет)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1 «Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ. Разностный метод»</b>			0	50
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2	0	30
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Письменные задания	5	4	0	20
<b>Модуль 2 «Численное решение нелинейных краевых задач для ОДУ. Вариационные методы»</b>			0	50
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2	0	30
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Письменные задания	5	4		20
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада			0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
1. Зачет (дифференцированный зачет)			0	0



## Рейтинг – план дисциплины

### Численные методы решения задач для ОДУ

*(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)*

направление/специальность 09.03.03 Прикладная информатика

курс 4, семестр 8

#### Рейтинг-план №2 (экзамен)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге-Кутты</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2		30
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>5</b>
1. Письменные задания	5	1	0	5
<b>Модуль 2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Многошаговые методы.</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>30</b>
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по лабораторным работам	15	2	0	30
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>5</b>
1. Письменные задания	5	1	0	5
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Студенческая олимпиада			0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
Экзамен			0	30