МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО - ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Утверждено: на заседании кафедры дифференциальных уравнений протокол № 9 от «15» июня 2018 г. зав. кафедрой _________ /*Юмагулов М.Г.*	Согласовано: Председатель УМК ФТИ ______________ / *Балапанов М.Х.*

Рабочая программа дисциплины (модуля)

дисциплина **Интегральные уравнения и вариационное исчисление**
(наименование дисциплины)

Базовая часть
(Цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору)

Программа бакалавриата

Направление подготовки (специальность)
03.03.02 ***Физика***

Направленность (профиль) подготовки
Физика Земли и планет

Квалификация
бакалавр

Разработчик (составитель) доцент, к.ф.-м.н. (должность, ученая степень, ученое звание)	________________ / Сагитова А.Р. (подпись, Фамилия И.О.)

Для приема: 2018

Уфа 2018 г.

Составитель: к.ф.м.н, доцент Сагитова А.Р.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры дифференциальных уравнений протокол от «15» июня 2018 г. № 9

Заведующий кафедрой _____________/ Юмагулов М.Г.

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы 5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся) 6
4. Фонд оценочных средств по дисциплине
   4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания 6
   4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций 6
   4.3. Рейтинг-план дисциплины 6
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
   5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 23
   5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины 23
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине 24

1. **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

(с ориентацией на карты компетенций)

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

ОПК-8 способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости направление своей деятельности.

Результаты об учения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечания
Знания	Знать: понятие интегрального уравнения, классификация; задача Абеля; существование и единственность решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра 2 го рода; понятие резольвенты; уравнение Фредгольма с вырожденным ядром; характеристические числа и собственные функции, их свойства; вполне непрерывные операторы; оператор Фредгольма; альтернатива Фредгольма; уравнения Фредгольма с симметричным ядром; теорема о конечно спектре; теорема Гильбарта- Шмидта; понятие линейного функционала; вариация функционала; понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; вариационной задачи с различного вида границами.	ОПК-2	
	Знать: принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий интегрального уравнения, ядра, резольвенты; характистичекого числа и собственных функций; вполне непрерывных операторов, понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; линейного функционала, вариационной задачи с различного вида границами.	ОПК-8	
Умения	Уметь: решать уравнения Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решать уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом последовательных приближений и методом итерированных ядер; решать уравнения Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решать уравнения Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма- Лиувилля; находить вариацию	ОПК-2	

	линейного функционала; исследовать на наличие сильного и слабого экстремума функционалы; решать вариационную задачу с различного вида границами.		
	Уметь: переосмысливать накопленный опыт решения уравнений Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решения уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом последовательных приближений и методом итерированных ядер; решения уравнений Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решения уравнений Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма- Лиувилля; нахождения вариации линейного функционала; исследования на наличие сильного и слабого экстремума функционалов; решения вариационной задачи с различного вида границами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.	ОПК-8	
Владения (навыки / опыт деятельности)	Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности.	ОПК-2	
	Владеть навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности.	ОПК-8	

2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы .

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» является базовой дисциплиной Б1 Дисциплины (модули). Она изучается на 3 курсе в 5 семестре.

Целями освоения дисциплины (модуля) «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» являются:

-сформировать у будущих специалистов современные теоретические знания в области теории линейных интегральных операторов и линейных функционалов, практические навыки в решении и исследовании основных типов уравнений и краевых задач, связанных с ними,

-ознакомить студентов с соответствующими приложениями этой теории в математической физике.

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» логически и содержательно-методически тесно связана с такими дисциплинами как «Уравнения в частных производных», «Дифференциальные уравнения», «Линейные и нелинейные уравнения математической физики».

Изучение дисциплины является одним из необходимых элементов подготовки специалистов по данному направлению.

3.Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы представлено в *Приложение № 1*.

4.Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

Код и формулировка компетенции **ОПК-2** способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
		«не зачтено»	«зачтено»
Первый этап	Знать: понятие интегрального уравнения, классификация; задача Абеля; существование и единственность решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра 2 го рода; понятие резольвенты; уравнение Фредгольма с вырожденным ядром; характеристические числа и собственные функции, их свойства; вполне непрерывные операторы; оператор Фредгольма; альтернатива Фредгольма; уравнения Фредгольма с симметричным ядром; теорема о конечно спектре; теорема Гильбарта- Шмидта; понятие линейного функционала; вариация функционала; понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; вариационной задачи с различного вида границами.	Не знает, имеет фрагментарное представление об основных понятиях и законах «Интегральных уравнении и вариационного исчисления»»	Знает об основных понятиях и законах «Интегральных уравнении и вариационного исчисления»», возможно допускает незначительные ошибки.
Второй этап	Уметь: решать уравнения Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решать уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом последовательных приближений и методом итерированных ядер; решать уравнения Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решать уравнения	Не показывает сформированные умения в решении задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»»	Показывает в целом успешное, использование методов решения задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление».

	Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма- Лиувилля; находить вариацию линейного функционала; исследовать на наличие сильного и слабого экстремума функционалы; решать вариационную задачу с различного вида границами.	Не умеет анализировать и применять физические законы для решения задач.	Применяет физические законы для решения задач.
Третий этап	Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности.	Не владеет или фрагментарно владеет навыкам и методами «Интегральных уравнении и вариационного исчисления».	Владеет в целом методами «Интегральных уравнении и вариационного исчисления».

Код и формулировка компетенции **ОПК** -8 – способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости направление своей деятельности.

Этап (уровень) освоения компетен ции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
		«не зачтено»	«зачтено»
Первый этап	Знать: принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий интегрального уравнения, ядра, резольвенты; характеристичекого числа и собственных функций; вполне непрерывных операторов, понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; линейного функционала, вариационной задачи с различного вида границами.	Не знает, имеет фрагментарное представление об основных понятиях и законах «Интегральных уравнении и вариационного исчисления»»	Знает об основных понятиях и законах «Интегральных уравнении и вариационного исчисления»», возможно допускает незначительные ошибки.
Второй этап	Уметь: переосмысливать накопленный опыт решения уравнений Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решения уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом последовательных приближений и методом итерированных ядер; решения уравнений Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решения уравнений Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма- Лиувилля; нахождения вариации линейного функционала; исследования на наличие сильного и слабого экстремума функционалов; решения вариационной задачи с различного вида границами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.	Не показывает сформированные умения в решении задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»» Не умеет анализировать и применять физические законы для решения задач.	Показывает в целом успешное, использование методов решения задач по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление». Применяет физические законы для решения задач.
Третий этап	Владеть навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности.	Не владеет или фрагментарно владеет навыкам и методами «Интегральных уравнении и вариационного	Владеет в целом методами «Интегральных уравнении и вариационного исчисления».

		исчисления».	

Показатели сформированности компетенции:

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для зачета:* текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1 этап Знания	<u>Знать:</u> понятие интегрального уравнения, классификация; задача Абеля; существование и единственность решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра 2 го рода; понятие резольвенты; уравнение Фредгольма с вырожденным ядром; характеристические числа и собственные функции, их свойства; вполне непрерывные операторы; оператор Фредгольма; альтернатива Фредгольма; уравнения Фредгольма с симметричным ядром; теорема о конечно спектре; теорема Гильбарта- Шмидта; понятие линейного функционала; вариация функционала; понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; вариационной задачи с различного вида границами.	ОПК-2	Контрольная №1. Домашняя контрольная работа №1.
	<u>Знать:</u> принципы и критерии интерпретации полученных результатов в соответствии с естественнонаучной сущностью понятий интегрального уравнения, ядра, резольвенты; характеристичекого числа и собственных функций; вполне непрерывных операторов, понятия близости кривых n – го порядка; сильного и слабого экстремума функционала; линейного функционала, вариационной задачи с различного вида границами.	ОПК-8	
2 этап	<u>Уметь:</u> решать уравнения Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решать уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом	ОПК-2	

Умения	последовательных приближений и методом итерированных ядер; решать уравнения Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решать уравнения Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма-Лиувилля; находить вариацию линейного функционала; исследовать на наличие сильного и слабого экстремума функционалы; решать вариационную задачу с различного вида границами.		Контрольная №2. Домашняя контрольная работа №2.
	Уметь: переосмысливать накопленный опыт решения уравнений Вольтерра 2 го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; решения уравнения Вольтерра и Фредгольма 2 –го рода методом последовательных приближений и методом итерированных ядер; решения уравнений Фредгольма с вырожденным ядром с помощью определителей Фредгольма; решения уравнений Фредгольма с симметричным ядром, используя задачу Штурма- Лиувилля; нахождения вариации линейного функционала; исследования на наличие сильного и слабого экстремума функционалов; решения вариационной задачи с различного вида границами; менять направление и методы исследования в зависимости от полученных результатов.	ОПК-8	
3 этап Владения навыками	Владеть: способностью соединять теоретические знания с практическими навыками при решении учебно-тренировочных задач с целью в последующем построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности.	ОПК-2	Тест
	Владеть навыками приобретать опыт решения профессиональных задач; навыками критического осмысления приобретенных знаний и умений для смены направления деятельности.	ОПК-8	

СПИСОК ВОПРОСОВ .

1. Интегральные уравнения, определение. Классификация. Линейные интегральные уравнения.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача Абеля. Задача о колебаниях струны.
3. Уравнения Вольтерра 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями. Метод последовательных приближений. Решение с помощью резольвенты методом итерированных ядер.
4. Метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнения Фредгольма 2-го рода.
5. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения. Определитель Фредгольма. Альтернатива Фредгольма.

6. Элементы функционального анализа. Вполне непрерывные операторы в гильбертовых пространствах. Уравнения Фредгольма 2-го рода с симметричным ядром. Свойства собственных функций и характеристических чисел. Теорема о конечном спектре. Теорема Гильберта-Шмидта. Разложение резольвенты по собственным функциям ядра. Разложение итерированных ядер в ряд по собственным функциям.
7. Линейный функционал. Вариация линейного функционала. Понятие близости кривых k-го порядка. Сильный и слабый экстремум функционала. Необходимое и достаточное условие. Уравнение Эйлера, экстремали.
8. Простейшая вариационная задача.

УМЕТЬ ФОРМУЛИРОВАТЬ:

Определения: 1) Интегральное уравнение Фредгольма 2-го и 1-го рода.
2) Интегральные уравнения Вольтерра 2-го и 1-го рода.
3) Ядра симметричные, вырожденные, итерированные.
4) Характеристические числа и собственные функции.
5) Ортогональность функций в пространстве $C[a,b], L^2[a,b]$.
6) Нормированность функций в пространстве $C[a,b], L^2[a,b]$.
7) Метрика, норма, скалярное произведение, линейное пространство, Гильбертово и евклидово пространство, компактные множества, вполне непрерывные операторы, оператор Фредгольма, симметричные и самосопряженные операторы.
8) нелинейные интегральные уравнения, пример.

Утверждения: 1) Метод последовательных приближений.
2) Метод итерированных ядер.
3) Теорема Гильберта-Шмидта, применение к неоднородному уравнению Фредгольма 2-го рода.
4) 1-я, 2-я, 3-я теоремы Фредгольма, альтернатива Фредгольма.
5) Свойства характеристических чисел и собственных функций.
6) Разложение резольвенты симметричного ядра.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНО РЕШЕНИЯ

Интегральные уравнения.

Интегральные уравнения Вольтера II рода.

Решить, сведя задачу к дифференциальному уравнению:

а) $y(x) = x - \int_0^x e^{x-s} y(s)ds,$

б)$y(x) + \int_0^x (x-s)y(s)ds = 1,$

в) $y(x) = \int_0^x (1+x-s)y(s)ds + x^2.$

Построить резольвенту и решить методом итерированных ядер.

А) $y(x) = a^2 \int_0^x (x-s)y(s)ds + f(x),$

б) $y(x) + \int_0^x e^{x^2-s^2} y(s)ds = 1-2x.$

Решить методом последовательных приближений.

А) $y(x) + \int_0^x y(s)ds = x + \frac{x^2}{2},$

б) $y(x)+\int_0^x (x-s)y(s)ds=1.$

Неоднородное уравнение Фредгольма II-го рода

1. Построить резольвенту для уравнения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,s)y(s)ds+f(x)$ в случаях:

а) $K(x,s)=xe^s, a=0, b=1, |\lambda|<1,$

б)$K(x,s)=e^{-(x^2+s^2)}, a=0, b=\infty, |\lambda|<\sqrt{\frac{8}{\pi}},$

в)$K(x,s)=x+sins, a=-\pi, b=\pi, |\lambda|<\frac{1}{2\pi},$

г)$K(x,s)=cos^2(x-s), a=-\pi, b=\pi.$

Задача с вырожденным ядром

Построить резольвенту уравнений Фредгольма 2-го рода с симметрическим вырожденным ядром при значениях λ, не совпадающих ни с одним их характеристических чисел:

- через определители Фредгольма;

а) $y(x)=\lambda\int_0^1 xsy(s)ds+f(x);$

б) $y(x)=\lambda\int_{-1}^1 (x+s)y(s)ds+f(x);$

Однородное уравнение Фредгольма II-го рода

1. Определить собственные функции и собственные значения следующих интегральных уравнений.

1. $y(x)=\lambda\int_{-1}^1 (xs+x^2s^2)y(s)ds.$

2.$y(x)=\lambda\int_0^{2\pi} sin(x+s)y(s)ds.$

3.$y(x)=\lambda\int_0^{2\pi} (sinxcos\,sy(s)ds).$

4.$y(x)=\lambda\int_{-1}^1 (xchs-s\,shx)y(s)ds.$

5.$y(x)=\lambda\int_0^{2\pi} \sin(x-s)\,y(s)ds.$

Уравнения Фредгольма с симметричным ядром

6.Найти характеристические числа и собственные функции

$$K(x,t)=\begin{cases}(t-1)x, & 0\le x\le t,\\ t(x-1), & t\le x\le 1.\end{cases}$$

Вариационное исчисление.

1. Найти 1-ю и 2-ю вариации функционалов.

1.$V[y]=\int_a^b yy'dx.$

2.$V[y]=\int_a^b (x+y)dx.$

3.$V[y]=\int_a^b (y^2-y'^2)dx.$

4.$V[y]=y^2(0)+\int_0^1 (xy+y'^2)dx.$

5.$V[y]=\int_0^x y'sinydx.$

2. Найти экстремали вариационной задачи:

1. $V[y]=\int_0^3 (3x-y)ydx, y(0)=1, y(3)=\frac{9}{2}.$

2.$V[y]=\int_0^{2\pi} \left(y'^2-y^2\right)dx,\; y(0)=1, y(2\pi)=1.$

3.$V[y] = \int_{-1}^{0}\left(12xy - y'^2\right)dx$, $y(-1) = 1, y(0) = 0$.
4.$V[y] = \int_{1}^{2}\left(y'^2 + 2yy' + y^2\right)dx$, $y(1) = 1, y(2) = 0$.
5.$V[y] = \int_{0}^{1} yy'^2 dx$, $y(0) = 1, y(1) = \sqrt[3]{4}$.
6.$V[y] = \int_{0}^{\pi}(4y\cos x + y'^2 - y^2)dx$, $y(0) = 0, y(\pi) = 0$.
7.$V[y] = \int_{0}^{1}(y'^2 - y^2 - y)e^{2x}dx$, $y(0) = 0, y(1) = e^{-1}$.

Задача с подвижными границами

1. Найти кратчайшее расстояние от точки А(1,0) до эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$.
2. Найти кратчайшее расстояние от точки А(-1,5) до параболы $x = y^2$;
3. Найти кратчайшее расстояние между окружностью $x^2 + y^2 = 1$ и $x + y = 4$.

Контрольно-оценочные материалы.

Контрольная работа № 1. Интегральные уравнения

1.Решить интегральное уравнение, сведя его к дифференциальному

$$y(x) = e^x + \int_0^x (-2x + 2t + 3)\, y(t)\, dt$$

2.Методом последовательных приближений решить

$$y(x) = x - \int_0^x (x - t)\, y(t)\, dt \qquad y_0(x) = 0$$

3.Методом итерированных ядер построить резольвенту и выписать решение

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 e^{x+t} y(t)\, dt$$

4.Решить уравнение с вырожденным ядром для любых значений параметра

$$y(x) - \lambda \int_{-1}^{1} (x + t)\, y(t)\, dt = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}x$$

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 20 баллов.

Контрольная работа № 2. Вариационное исчисление

1. Найти вариацию функционала

$$V[y] = \int_a^b (x + y)dx;$$

2. Найти экстремали функционала

$V[y] = \int_{a}^{b}(y^2 - y'^2)dx$ с условиями $y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 10 баллов.

Домашняя контрольная №1

1. Дано интегральное уравнение Фредгольма II-го рода:

$$\phi(x) = \lambda \int_{-1}^{1} [(a_1x^2 + b_1x)y^2 + c_1y^2 + (d_1x + e_1)y]\phi(y)dy + f(x).$$

A) Решить уравнение в случае, если $f(x) = f_1x^2 + g_1x + r_1$;

B) Найти собственные функции и собственные значения ядра;

C) Найти резольвенту, дать решение уравнения для произвольной функции $f(x)$ через резольвенту.

2. Дано интегральное уравнение Вольтерра II-го рода:

$$\phi(x) = \lambda \int_{0}^{x} [a_2x + b_2y + c_2]\phi(x)dy + f(x)$$

A) Найти точное решение интегрального уравнения в случае $f(x) = d_2x^2 + c_2x + f_2$.

B) Построить 3 последовательных приближения для решения уравнения.

C) Найти выражение для резольвенты и написать решение для произвольной функции $f(x)$ через резольвенту.

3. Дано интегральное уравнение Фредгольма II-го рода с симметричным ядром:

$$\phi(x) = \lambda \int_{0}^{b_3} K(x, y)\phi(y)dy,$$

где

$$K(x, y) = \begin{cases} (a_3 + x)(b_3 - y), 0 \le x \le y \le b_3 \\ (a_3 + y)(b_3 - x), 0 \le y \le x \le b_3 \end{cases}$$

A) Найти собственные значения и собственные функции ядра

B) Найти собственные значения и собственные функции для n-й итерации ядра.

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 15 баллов.

Домашняя контрольная №2

Дан функционал:

$J[y(x)] = \int_0^2 [a_1\, y'^2 + a_2yy' - 9a_1y^2 + a_1c_1y(x^2 + d_1x)]dx.$ *(1)*

1. Проверить линейность функционала (1). Обосновать ответ.
2. Найти приращение функционала (1).
3. Найти вариацию функционала (1) по первому и второму определениям.
4. Решить вариационную задачу с закрепленными границами для функционала (1) при условиях $y(0) = b_1, y(2) = b_2$.
5. Решить вариационную задачу с одним закрепленным концом для функционала (1) при условиях $y(2) = b_1$, первый конец перемещается по прямой $x = 0$.

*значения констант $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, c_1, f_1, d_1$ приведены в таблице для расчетной работы №1.

*номер варианта сохраняется с расчетной работы №1.

Критерии оценки

Каждое задание по 5 баллов, всего 25 баллов.

Таблица выбора констант для расчетной работы №1

№ вар		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a1	1	10	15	5	-5	-10	7,5	-7,5	3	-3	-3	20	-20	25	-25	15	6	9	-9
b1	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c1	1	-10	-15	-5	5	10	-7,5	7,5	-3	3	3	-20	20	-25	25	-15	-6	-9	9
d1	2	-10	-14	-4	6	11	-7	9	-2	4	4	-19	21	-24	26	-14	-5	-8	10
e1	2	1	1	-2	2	0	1	0	2	0	1	0	-2	-1	0	1	2	-1	0
f1	**0**	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g1	0	0	2	1	3	4	2	1	-1	-3	-2	-1	0	-1	-2	1	2	3	4
r1	1	1	0	1	2	5	0	1	2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
a2	**1**	-9	4	1	-1	-4	9	2	4	1,5	2	1	-1	-9	4	1	-1	-4	9
b2	-1	9	-4	-1	1	4	-9	-2	-4	-1,5	-2	-1	1	9	-4	-1	1	4	-9
c2		0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
d2		2	-1	1	-1	-2	-3	2	3	1	5	-2	2	1	4	5	6	-4	0
e2		3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
f2		0	0	3	3	3	3	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
a3		-1	-2	-1	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	2
b3		2	3	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5
n		4	5	6	7	3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9

ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ

1. Уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_0^x(-2x+2t+3)y(t)dt+e^x$ является уравнением

   A) Фредгольма 2-го рода

   B) Вольтерра 1-го рода

   C) Фредгольма 1-го рода

   D) Вольтерра 2-го рода

2. Интегральным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестную под знаком

   A) Дифференциала

   B) Производной

   C) Интеграла

   D) Суммы

3. Характеристическими числами ядра $K(x,t)$ называются значения параметра λ при которых

   A) Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)y(t)dt+f(x)$ имеет только нулевые решения

   B) Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)y(t)dt+f(x)$ имеет ненулевые решения

   C) однородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)y(t)dt$ имеет ненулевые решения

   D) однородное уравнение $y(x)=\lambda\int\limits_a^b K(x,t)y(t)dt$ имеет только нулевые решения

4. Интегральное уравнение $y(x)=\int\limits_0^x e^{x-t}y(t)\,dt+e^x$ имеет решение

   A) $y(x)=e^{2x}$

   B) $y(x)=xe^{x^2/3}$

   C) $y(x)=e^{-x}\left(x^2/2\right)+1$

   D) $y(x)=e^x+1$

5. Уравнение $y(x)=\dfrac{1}{2\pi}\int\limits_0^{\pi} y(t)\,dt+\sin x$ является уравнением

   A) Фредгольма 2-го рода

   B) Вольтерра 1-го рода

   C) Фредгольма 1-го рода

   D) Вольтерра 2-го рода

6. Формулы $y_0=f(x)$, $y_n(x)=f(x)+\lambda\int\limits_0^x K(x,t)\,y_{n-1}(t)\,dt, n=\square$, $y(x)=\lim\limits_{x\to\infty} y_n(x)$ описывают метод

   A) Последовательных приближений для уравнения Фредгольма 2-го рода

   B) Последовательных приближений для уравнения Вольтерра 2-го рода

   C) Итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2-го рода

   D) Итерированных ядер для уравнений Вольтерра 2-го рода

7. Собственная функция $y(x)=(1+2x)$ является решением уравнения

   A) $y(x)-\lambda\int\limits_0^1 (1+2x)ty(t)\,dt=0$

   B) $y(x)-\lambda\int\limits_0^x (1+2x)ty(t)\,dt=\sin x$

   C) $y(x)-\lambda\int\limits_0^x (1+2x)ty(t)\,dt=0$

   D) $y(x)-\lambda\int\limits_0^{\pi} (1+2x)ty(t)\,dt=\sin x$

8. Ядро $K(x,t)=t\sin x+x^2t^3$

   A) Симметричное,

   B) Ортогональное,

   C) Вырожденное,

   D) Сингулярное.

9. Собственными функциями ядра $K(x,t)$ называются

A) Нулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$.

B) Ненулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$.

C) Нулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$.

D) Ненулевые решения $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$.

10. Неоднородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt+f(x)$, (где $K(x,t)$ - непрерывное, вырожденное, вещественное ядро) имеет бесконечно много решений или не имеет ни одного

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда сопряженное однородное уравнение $y(x)=\lambda\int_a^b K(t,x)\,y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

11. Ядро $K(x,t)=\begin{cases} t(x+1), 0\le x\le t\le 1,\\ (t+1)x, 0\le t\le x\le 1.\end{cases}$

A) Симметричное,

B) Ортогональное,

C) Вырожденное,

D) Сингулярное.

12. Уравнение $\int_0^1 e^{x-t}y(t)\,dt=e^x$ является интегральным уравнением

A) Неоднородным Фредгольма 1-го рода

B) Однородным Вольтерра 1-го рода

C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода

D) Неоднородным Вольтерра 1-го рода

13. Характеристические числа интегрального оператора Фредгольма с непрерывным, симметричным, вырожденным, неравным тождественно нулю ядром могут образовывать последовательность

A) $|\lambda_1|\le|\lambda_2|\le\ldots\le|\lambda_n|\le\ldots$, причем $\lim\limits_{x\to\infty}\lambda_n=\infty$;

B) $|\lambda_1| \le |\lambda_2| \le \ldots \le |\lambda_n|$;

C) $|\lambda_1| \ge |\lambda_2| \ge \ldots \ge |\lambda_n| \ge \ldots$;

D) $|\lambda_1| \ge |\lambda_2| \ge \ldots \ge |\lambda_n|$.

14. Для ядра $K(x,t) = xt$ уравнения $y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 xty(t)\,dt$ повторными будут ядра

A) $K_1(x,t) = x, K_2(x,t) = \frac{x}{3}, K_3(x,t) = \frac{x}{9}, \ldots K_n(x,t) = \frac{x}{3^{n-1}}$;

B) $K_1(x,t) = xt, K_2(x,t) = \frac{xt}{3}, K_3(x,t) = \frac{xt}{9}, \ldots K_n(x,t) = \frac{xt}{3^{n-1}}$;

C) $K_1(x,t) = xt, K_2(x,t) = \frac{xt}{2}, K_3(x,t) = \frac{xt}{4}, \ldots K_n(x,t) = \frac{xt}{2^{n-1}}$;

D) $K_1(x,t) = t, K_2(x,t) = \frac{t}{3}, K_3(x,t) = \frac{t}{9}, \ldots K_n(x,t) = \frac{t}{3^{n-1}}$.

15. Собственные функции оператора Фредгольма, соответствующие различным характеристическим числам

A) Пропорциональны;

B) Линейно зависимы;

C) Ортогональны;

D) Комплексно сопряженные.

16. Неоднородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt + f(x)$, (где $K(x,t)$ - непрерывное, вырожденное ядро) имеет единственное решение

A) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет только нулевое решение;

B) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет ненулевое решение;

C) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ не имеет решений;

D) Тогда и только тогда, когда однородное уравнение $y(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)\,dt$ имеет бесконечно много решений;

17. Уравнение $y(x) = \lambda \int_0^x (x+2t)y(t)\,dt$ является уравнением

A) Однородным Фредгольма 2-го рода

B) Однородным Вольтерра 1-го рода

C) Неоднородным Фредгольма 2-го рода

D) Однородным Вольтерра 2-го рода

18. Уравнение $y(x)=\lambda\int_0^x (x+2t)\,y(t)\,dt$ является

A) линейным уравнением Вольтерра;

B) нелинейным уравнением Фредгольма;

C) нелинейным уравнением Вольтерра;

D) линейным уравнением Фредгольма.

19. **Экстремалью** функционала называется кривая

A) интегральная для уравнения Эйлера

B) на которой достигается абсолютный экстремум функционала

C) на которой достигается относительный экстремум функционала

D) на которой вторая вариация функционала обращается в нуль

20. Установить соответствие. Если функционал $I(y)=\int_a^b f(x,y,y')dx$ достигает экстремума на кривой $y_0(x)$, то она удовлетворяет уравнению

A) $F'_y-\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$, B) $\begin{cases} F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}=0, \\ F_z-\frac{d}{dx}F_{z'}=0. \end{cases}$, C) $F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}+\frac{d^2}{dx^2}F_{y''}+\ldots+(-1)^n\frac{d^n}{dx^n}F_{y^{(n)}}=0$

D) $F'_y+\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$.

21. **Функционалом** называется отображение

A) – со значениями в R.

B) – определённое на пространстве функций со значениями в R.

C) – линейное.

D) – представимое в виде интеграла от переменной функции

22. Функция называется **допустимой** для функционала в вариационной задаче, если

A) – она входит в его естественную область определения.

B) – она входит в область его задания.

C) – её носитель компактен.

D) – она не является нулём функционала.

23. Вариацией функционала называется

A) линейная часть его приращения

B) нелинейная часть его приращения

C) квадрат его приращения

D) модуль его приращения

24. Функционал $F(y)$ достигает на кривой $y = y_0(x)$ сильного максимума, если значения функционала $F(y)$ не больше $F(y_0)$ на любой близкой к $y = y_0(x)$

A) в смысле близости 0-го порядка;
B) в смысле близости 1-го порядка;

C) в смысле близости 2-го порядка;

D) в смысле близости 3-го порядка.

25. Выбери правильное утверждение необходимого условия экстремума функционала

A) Дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$, если при $y = y_0(x)$ вариация $\delta F = 0$.

B) Дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$, тогда и только тогда при $y = y_0(x)$ вариация $\delta F = 0$.

C) Если дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$, то при $y = y_0(x)$ вариация $\delta F = 0$.

D) Когда вариация $\delta F = 0$ при $y = y_0(x)$, тогда дифференцируемый функционал $F(y)$ достигает экстремума при $y = y_0(x)$.

26. Простейшая задача вариационного исчисления ставится так

A) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a,b]$) и удовлетворяющих условиям $y(a) = A, y(b) = B$, найти ту, которая доставляет экстремум функционалу $F(y) = \int_a^b F(x, y, y')dx$.

B) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a,b]$) и удовлетворяющих условиям $y(a) = A$, найти ту, которая доставляет экстремум функционалу $F(y) = \int_a^b F(x, y, y', y'')dx$.

C) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a,b]$) и удовлетворяющих условиям $y(a) = A, y(b) = B$, найти ту, которая доставляет экстремум функционалу $F(y) = \int_a^b F(x, y, z, y', z')dx$.

D) среди всех функций $y(x)$, имеющих непрерывную производную ($y(x) \in C^1[a,b]$), найти ту, которая доставляет экстремум функционалу $F(y) = \int_a^b F(x, y, y')dx$.

27. Функционал $F(y)$ достигает на кривой $y = y_0(x)$ слабого минимума, если значения функционала $F(y)$ не меньше $F(y_0)$ на любой близкой к $y = y_0(x)$

A) в смысле близости 0-го порядка;

B) в смысле близости 1-го порядка;

C) в смысле близости 2-го порядка;

D) в смысле близости 3-го порядка.

28. Установить соответствие. Если функционал $I(y)=\int_a^b f(x,y,z,y',z')dx$ достигает экстремума на кривой $y_0(x)$, то она удовлетворяет уравнению

A) $F'_y-\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$, B) $\begin{cases} F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}=0, \\ F_z-\frac{d}{dx}F_{z'}=0. \end{cases}$, C) $F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}+\frac{d^2}{dx^2}F_{y''}+\ldots+(-1)^n\frac{d^n}{dx^n}F_{y^{(n)}}=0$

D) $F'_y+\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$.

29. Уравнение $y(x)=\lambda\int_0^1\frac{y(t)+1}{y^2(t)}dt$ является

A) линейным уравнением Вольтерра;

B) нелинейным уравнением Фредгольма;

C) нелинейным уравнением Вольтерра;

D) линейным уравнением Фредгольма

30. Установить соответствие. Если функционал $I(y)=\int_a^b f\left(x,y,y',y'',\ldots,y^{(n)}\right)dx$ достигает экстремума на кривой $y_0(x)$, то она удовлетворяет уравнению

A) $F'_y-\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$, B) $\begin{cases} F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}=0, \\ F_z-\frac{d}{dx}F_{z'}=0. \end{cases}$, C) $F_y-\frac{d}{dx}F_{y'}+\frac{d^2}{dx^2}F_{y''}+\ldots+(-1)^n\frac{d^n}{dx^n}F_{y^{(n)}}=0$

D) $F'_y+\frac{d}{dx}F'_{y'}=0$.

Критерии оценки

За каждое задание - 1 балл, всего 30 баллов.

Критерии оценки итогового контроля

Устанавливается следующая градация перевода оценки из многобалльной в четырехбалльную:

Зачеты:

- зачтено – от 60 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено – от 0 до 59 баллов.

В случае, если студент сдает какое-либо из контрольных мероприятий позже установленного срока, преподаватель может снизить максимально возможное количество баллов за данный вид контроля на 5% за каждую неделю просрочки.

Посещение лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий оценивается в суммах до 6 и 10 баллов соответственно, однако эти баллы являются штрафными и вычитаются преподавателем из набранных студентами баллов в ходе текущего и рубежного контроля по следующей схеме:

– за пропуски лекционных занятий

за 25 % пропусков вычитается 1 балл

за 50 % пропусков вычитается 4 балла

за 75 % пропусков вычитается 6 баллов

за 100 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний

– за пропуски практических (семинарских, лабораторных) занятий

за 20 % пропусков вычитается 2 балла

за 40 % пропусков вычитается 5 баллов

за 50 % пропусков вычитается 7 баллов

за 75 % пропусков вычитается 10 баллов

более 75 % пропусков – студент не допускается до итоговых испытаний.

Студент, набравший по итогам текущего и рубежного контроля менее 60 возможных баллов или пропустивший более 75 % практических (семинарских, лабораторных) зачета не получает. В этом случае, он изучает неосвоенные им темы, выполняет соответствующие задания на платной основе в сроки, установленные деканатом для ликвидации задолженностей. Баллы, полученные таким образом, прибавляются к количеству баллов, набранных студентом в семестре.

4.3.Рейтинг–план дисциплины.

Рейтинг–план дисциплины представлен в *Приложение № 2*.

5.Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

В библиотеке Башкирского государственного университета имеются в наличии следующие издания:

Основная литература:

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения : учебное пособие / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2003. - 78 с. - ISBN 5-9221-0275-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68122
2. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. -

Москва : Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123
3. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений / И.Г. Петровский. - 3-е изд., испр. - Москва : Изд-во "Наука", 1965. - 126 с. - ISBN 978-5-4458-5092-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222214

Дополнительная литература:

4. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / В.С. Владимиров, А.А. Вашарин, Х.Х. Каримова и др. - 3-е изд., исправл. - Москва : Физматлит, 2001. - 287 с. - ISBN 5-9221-0072-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68127
5. Интегральные уравнения и вариационное исчисление [Электронный ресурс]: учеб. пособие / БашГУ; сост.: Э. А. Назирова, А. Н. Кучкарова. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:**https://elib.bashedu.ru/dl/read/NazirovaIntegr.Uravnen. i variant.Ischesl.UchPos.2012.pdf**>.
6. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. - б.м. : б.и., б.г.. - 425 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455165
7. Жибер, А. В. Дифференциальные уравнения математической физики и методы их решения [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. В. Жибер, Г. З. Мухаметова, Н. А. Сидельникова; БашГУ. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2010. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:https://elib.bashedu.ru/dl/read/ZhiberDifUravnMetemFiziki.pdf>.
8. Интегральные уравнения и вариационное исчисление [Электронный ресурс]: учеб. пособие / БашГУ; сост.: Э. А. Назирова, А. Н. Кучкарова. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2012. — Электрон. версия печ. публикации. — Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ. — <URL:**https://elib.bashedu.ru/dl/read/NazirovaIntegr.Uravnen. i variant.Ischesl.UchPos.2012.pdf**>.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»,необходимых для освоения дисциплины

1. «Электронный читальный зал» (http://www.bashlib.ru/echitzal/).
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» (http://www.biblioclub.ru/)/ .
3. Издательство «Лань» (http://e.lanbook.com/) .
4. http://yagola.professorjournal.ru/integral_equation - лекции по интегральным уравнениям и вариационному исчислению
5. www.gpntb.ru/— Государственная публичная научно-техническая библиотека.
6. www.nlr.ru/ — Российская национальная библиотека.
7. www.nns.ru/ — Национальная электронная библиотека.
8. www.rsl.ru/— Российская государственная библиотека.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения лекционных и практических занятий используется аудиторный фонд физико-технического института.

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
1	**2**	**3**
Большая физическая аудитория 02	Лекции	Доска, компьютер, мультимедийный проектор, экран Программное обеспечение: 1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Лицензия OLP NL Academic Edition, бессрочная. Договор № 104 от 17.06.2013 г. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Лицензия OLP NL Academic Edition, бессрочная. Договор № 114 от 12.11.2014 г.
учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: аудитории № 322 или № 324 или № 318 (физмат корпус)	Практические занятия	Доска, мел, сборники задач, калькулятор
Читальный зал №1 (главный корпус, 1 этаж)	Самостоятельная работа	Научный и учебный фонд, научная периодика, ПК (моноблок) - 3 шт, Wi-Fi доступ для мобильных устройств, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 76.
Читальный зал №2 (корпус физмата, 2 этаж)	Самостоятельная работа	Научный и учебный фонд, научная периодика, Wi-Fi доступ для мобильных устройств, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 50.
Читальный зал №4 (корпус биофака, 4 этаж)	Самостоятельная работа	Научный и учебный фонд, научная периодика, неограниченный доступ к ЭБС и БД; количество посадочных мест – 60.

Приложение № 1

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплины ***Интегральные уравнения и вариационное исчисление*** на 5 семестр

Очная

форма обучения

Вид работы	**Объем дисциплины**
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	2/72
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	36,2
лекций	18
практических/ семинарских	18
лабораторных	
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)(ФКР)	0,2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35,8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

№ п.п.	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов (СРС)	Форма текущего контроля успеваемости
		ЛК	ПР/СЕМ	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Модуль 1. Интегральные уравнения.								
1	Линейные операторы и их приложения в математической физике. Понятие интегрального уравнения. Линейные интегральные уравнения. Классификация. Задача Абеля. Уравнение Фредгольма как пример некорректно поставленной задачи. Метод регуляризации А.Н. Тихонова	2	2		4	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №1.	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях,
2	Уравнения Вольтера 2-го рода. Связь с дифференциальными уравнениями. Метод последовательных приближений, метод итерированных ядер для уравнений Вольтерра и Фредгольма 2- го рода. Уравнения Фредгольма с вырожденным ядром. Метод определителей Фредгольма. Резольвента.	4	4		8	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №1.	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, Контр №1
3	Вполне непрерывные операторы. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричными ядрами. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Альтернатива Фредгольма. Теорема Гильберта-Шмидта. Функция Грина. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению.	4	4		8	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №1.	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях,

	Теорема о конечном спектре. Применение преобразований Лаплпаса и Фурье для решения уравнений							
Модуль 2. Вариационное исчисление.								
4	Элементы вариационного исчисления. Введение. Примеры, приводящие к постановке вариационных задач. Понятие функционала. Расстояние между кривыми. Приращение функционала. Вариация функционала.	4	4		8	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №2	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, домашняя контрольная работа №2.
5	Наибольшее значение функционала. Необходимые и достаточные условия наличия экстремума. Типы вариационных задач. Вывод уравнения Эйлера для простейшей вариационной задачи с закрепленными границами. Уравнение Остроградского	4	4		7,8	Осн.1-2, доп. 5-8	Решение домашней контрольной №2	Выполнение аудиторных и домашних заданий, опросы на занятиях, Контрольная работа 2,
	Всего часов:	**18**	**18**		**35,8**			

Примечание 1. В таблицу не включено 0.2 часа ФКР (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности во время семестра, подразумевающие контактную работу обучающихся с преподавателем).

Приложение № 2

Рейтинг-план дисциплины

Интегральные уравнения и вариационное исчисление

(название дисциплины согласно рабочему учебному плану)

направление_подготовки ***[03.03.02] Физика***

курс ___3__, семестр____5___

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Интегральные уравнения.				
Текущий контроль			**0**	**15**
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней контрольной работе №1.	0-5	3	0	15
Рубежный контроль			**0**	**20**
1. Контрольная работа №1	0-5	4	0	20
Модуль 2. Вариационное исчисление.				
Текущий контроль			**0**	**35**
1. Контроль выполнения и проверка отчетности по домашней расчетной работе №2	0-5	5	0	25
1. Контрольная работа №2	0-5	2	0	10
Рубежный контроль			**0**	**30**
2. Тест	0-1	30	0	30
Посещаемость				
1. Посещение лекционных занятий			-6	0
2. Посещение практических занятий			-10	0
Поощрительные баллы				
1. Своевременное выполнение заданий и активная работа у доски.			0	**10**
Итоговый контроль				
1. Зачет			60	**110**