

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 9 от 21.06.2017 г.

Зав. кафедрой  /Ишкин Х.К.

Согласовано:  
Председатель УМК  
факультета математики и  
информационных технологий

 /Ефимов А.М.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (РПД)

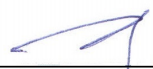
дисциплина Введение в спектральную теорию несамосопряженных операторов

Цикл Б1.В.ДВ.2 Дисциплины (модули), дисциплина по выбору  
(Цикл дисциплины и его часть)

Направление подготовки  
01.04.01 «Математика»

Профиль подготовки  
«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Квалификация  
Магистр

Разработчик (составитель)	 / Ишкин Х.К.
зав. кафедрой, д.ф.-м.н., доцент	(подпись, ФИО)
должность, уч. степень, уч. звание	

Для приема 2017

Уфа — 2017

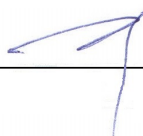
Составитель: Ишкин Х.К.

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа протокол № 9 от «21» июня 2017 года

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры кафедры математического анализа:

- обновлен список литературы,
- обновлены фонды оценочных средств,
- обновлен необходимый комплект лицензионного программного обеспечения,
- обновлен перечень современных профессиональных баз данных (в том числе международных реферативных баз данных научных изданий) и информационных справочных систем, протокол № 7 от «25» июня 2018 года.

Заведующий кафедрой

  
\_\_\_\_\_/ Ишкин Х.К.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Цели место дисциплины в структуре ООП ВО</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Фонд оценочных средств</b>	<b>7</b>
4.1	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания . . . . .	7
4.2	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций . .	10
	1. Зачет . . . . .	12
	2. Контрольные работы . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)</b>	<b>14</b>
5.1	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины . . . . .	14
5.2	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины . . . . .	16
	А. Ресурсы «Интернет» . . . . .	16
	В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины	16
<b>6</b>	<b>Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине</b>	<b>17</b>
	<b>Приложение № 1: Содержание рабочей программы</b>	<b>19</b>

# 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
1	2	3	4
Знания	1. Знать историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики	ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	
	2. Знать методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов — презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.	ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты	
Умения	1. Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения, корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач	ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	

1	2. Уметь обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	3 ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты	4
Владения (навыки/опыт деятельности)	1. Владеть навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач; владеть терминологическим аппаратом научного исследования, навыками критического анализа и оценки научных достижений, презентации своих результатов	ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	
	2. Владеть приемами публично представить собственные новые научные результаты, методами построения математических моделей реальных объектов и вырабатывать на их основе практические рекомендации	ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты	

## 2 Цели место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Введение в спектральную теорию несамосопряженных операторов» относится к вариативной части, изучается на II курсе, в III семестре.

Целями освоения дисциплины «Введение в спектральную теорию несамосопряженных операторов» является овладение современным аппаратом теоретических

знаний по спектральной теории несамосопряженных операторов для дальнейшего использования их в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, алгебра, геометрия.

Знания по спектральной теории несамосопряженных операторов является важной составляющей общей математической культуры выпускника. Эти знания необходимы для освоения дисциплин: «дополнительные главы математической физики», «математические вопросы квантовой механики» и др., а также для написания магистерской диссертации.

### **3 Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

Содержание рабочей программы — в Приложении № 1.

## 4 Фонд оценочных средств

### 4.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
		Не зачтено	Зачтено
Первый этап (уровень)	Знать историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики	Отсутствие знаний	Полные представления об истории вопроса, о современном состоянии исследуемой проблемы, основных методах решения классических задач математики
Второй этап (уровень)	Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения, корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач	Отсутствие умений	Четкое представление о путях развития теории, сформированное умение корректной постановки задач, успешное применение классических методов решения поставленных задач

Третий этап (уровень)	1. Владеть адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы	Отсутствие владения	Успешное владение адекватным математическим аппаратом для ведения НИР
	2. Иметь опыт применения математического аппарата для ведения научно-исследовательской работы	Отсутствие опыта	Успешный опыт систематического применения математического аппарата для ведения НИР



ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения	
		Не зачтено	Зачтено
Первый этап (уровень)	1. Знать методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.	Отсутствие знаний	Сформированные представления о формах представления новых научных результатов презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.

Второй этап (уровень)	Уметь обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	Отсутствие умений	Успешное и систематическое умение обработки полученных результатов, анализа и осмысления их с учетом имеющихся литературных данных, ведения систематической библиографической работы с привлечением современных информационных технологий, представления итогов проделанной работы в виде отчетов, рефератов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати
Третий этап (уровень)	Владеть приемами публично представить собственные новые научные результаты	Отсутствие владений	Успешное владение приемами публичного представления собственных результатов

**4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	<p>1. Знать методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.,</p> <p>Знать историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики</p>	ПК-1, ПК-3	КР № 1

<p>2-й этап Умения</p>	<p>Уметь обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати; Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения, корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач</p>	<p>ПК-1,ПК-3</p>	<p>КР № 2</p>
<p>3-й этап Владеть навыками</p>	<p>Владеть приемами публично представить собственные новые научные результаты, методами построения математических моделей реальных объектов и вырабатывать на их основе практические рекомендации; Владеть адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы</p>	<p>ПК-1, ПК-3</p>	<p>КР № 3</p>

## 1. Зачет

### А. Вопросы к зачету

1. Инвариантные подпространства оператора. Резольвентное множество. Спектр. Корневое подпространство. Алгебраическая и геометрическая кратность.
2. Проектор Рисса.
3. Полярное представление замкнутого оператора.
4.  $s$ -числа компактных операторов. Принцип минимакса для положительных операторов.
5. Аппроксимационное свойство  $s$ -чисел.
6. Мажорантная теорема Вейля и следствия из нее.
7. Неравенства для  $s$ -чисел суммы и произведения компактных операторов.
8. Классы Неймана–Шэттена.
9. Операторы Гильберта–Шмидта. Ядерные операторы.
10. Теорема Лидского о равенстве матричного и спектрального следов.
11. Теорема Келдыша о спектральной устойчивости.
12. Спектральная неустойчивость. Меры неустойчивости: псевдоспектр и числа обусловленности. Формула Роха–Зильбермана.
13. Оператор Штурма Лиувилля на кривой.
14. Несамосопряженный ангармонический осциллятор.

## В. Критерии

Устанавливается следующий критерий зачета:

- зачтено – не более 25 процентов пропусков, не менее 7 баллов по 2 контрольным работам,
- не зачтено – если не выполнил хотя бы одно условие предыдущего пункта.

## 2. Контрольные работы

Для рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов предусмотрено проведение 2 контрольных работ, которые охватывают весь пройденный материал на лекциях и семинарских занятиях.

### А. Примерные варианты контрольных работ

#### Контрольная работа №1

Доказать, что спектр оператора  $H(\alpha, \theta)y = l(y) := -y'' + e^{i\theta}x^\alpha y$ ,  $D(H(\alpha, \theta)) = \{y \in L^2(0, +\infty) : y, y' \in AC[0, +\infty), l(y) \in L^2(0, +\infty)\}$

- 1) дискретен,
- 2) лежит в угле  $0 < \arg \lambda < 2\theta/(2 + \alpha)$ .

### Б. Критерий оценивания

- 5 баллов, если все задачи решены полностью, в логических рассуждениях и обосновании решений нет пробелов и ошибок,
- 4 балла, если задачи решены, но в обосновании шагов решений имеются пробелы, есть недочеты в выкладках, рисунках, чертежах или графиках,
- 3 балла, если приведены обязательные для решений задач формулы, но допущены ошибки в их применении,
- 2 балла, если приведены некоторые формулы, которые могут (или не могут) быть использованы при решении задач, допущены существенные ошибки, показывающие отсутствие обязательных умений и навыков по данной теме.

## 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### 5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература

- [1] Гохберг, И.Ц. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве / И.Ц. Гохберг, М.Г. Крейн ; ред. Ф.В. Широкова. - Москва : Наука, 1965. - 449 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456619>
- [2] Като, Т. Теория возмущений линейных операторов / Т. Като ; под ред. В.П. Маслова ; пер. с англ. А. Воропаевой, А.М. Стёпина, И.А. Шипмарёва. - Москва : Мир, 1972. - 739 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456620>

## Дополнительная литература

- [1d] Марченко, В.А. Спектральная теория операторов Штурма-Лиувилля и их приложения / В.А. Марченко ; Академия наук Украинской ССР, Физико-технический институт низких температур. - Киев : Наукова думка, 1977. - 330 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456625>

## 5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

### А. Ресурсы «Интернет»

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://elib.bashedu.ru/">https://elib.bashedu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>

### В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.



## 6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
1	2	3	4
Аудитория 501	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитория 503	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая	

1	2	3	4
Аудитории 517	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитории 531	Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
читальный зал №2 (физико-математический корпус)	Самостоятельная работа, выполнение курсовой работы	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Введение в спектральную теорию несамоспряженных операторов на III семестр

очная

*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3 /108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	36.2
лекций	12
практических / семинарских	0
лабораторных	24
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	0.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	71.8
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	

Форма(ы) контроля:  
экзамен III семестр

№№	Тема и содержание	Форма изучения материалов				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания для самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ПЗ/Сем	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Инвариантные подпространства оператора. Резольвентное множество. Спектр. Алгебраическая и геометрическая кратность. Проектор Рисса. Полярное представление замкнутого оператора. $s$ -числа компактных операторов. Аналитическая теорема Фредгольма.	2	0	4	12	[1,2]	[1]	к/р, экз

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	Принцип минимакса для положительных операторов. Аппроксимационное свойство $s$ -чисел. Мажорантная теорема Вейля и следствия из нее. Неравенства для $s$ -чисел суммы и произведения компактных операторов.	2	0	4	12	[1,1d]	[1]	То же
3	Классы Неймана–Шэттена. Операторы Гильберта–Шмидта. Ядерные операторы. Теорема Лидского.	2	0	4	12	[1,2]	[1]	То же
4	Теорема Келдыша о спектральной устойчивости. Спектральная неустойчивость. Меры неустойчивости: псевдоспектр и числа обусловленности. Формула Роха–Зильбермана.	2	0	4	12	[1,2]	[1]	То же
5	Оператор Штурма Лиувилля на кривой.	2	0	4	12	[1,2]	[1]	То же
6	Несамосопряженный ангармонический осциллятор.	2	0	4	11.8	[1,2]	[1]	То же
	Всего часов	12	0	24	71.8			