

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Утверждено:  
на заседании кафедры  
протокол № 9 от 21.06.2017 г.

Зав. кафедрой  /Ишкин Х.К.

Согласовано:  
Председатель УМК  
факультета математики и  
информационных технологий

 /Ефимов А.М.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (РПД)

дисциплина Спектральная теория дифференциальных операторов

Цикл Б1.В Дисциплины (модули), вариативная часть  
(Цикл дисциплины и его часть)

Направление подготовки  
01.04.01 «Математика»

Профиль подготовки  
«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Квалификация  
Магистр

Разработчик (составитель) зав. кафедрой, д.ф.-м.н., доцент должность, уч. степень, уч. звание	 / Ишкин Х.К. (подпись, ФИО)
---	--

Для приема 2017

Уфа — 2017

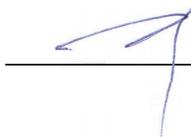
Составитель: Ишкин Х.К.

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа протокол № 9 от «21» июня 2017 года

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры кафедры математического анализа:

- обновлен список литературы,
- обновлены фонды оценочных средств,
- обновлен необходимый комплект лицензионного программного обеспечения,
- обновлен перечень современных профессиональных баз данных (в том числе международных реферативных баз данных научных изданий) и информационных справочных систем, протокол № 7 от «25» июня 2018 года.

Заведующий кафедрой

 / Ишкин Х.К.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Цели и место дисциплины в структуре ООП ВО</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Фонд оценочных средств</b>	<b>8</b>
4.1	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания . . . . .	8
4.2	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций . .	19
	1. Экзамен . . . . .	22
	2. Контрольные работы . . . . .	23
<b>5</b>	<b>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)</b>	<b>24</b>
5.1	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины . . . . .	24
5.2	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины . . . . .	26
	А. Ресурсы «Интернет» . . . . .	26
	В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины	26
<b>6</b>	<b>Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине</b>	<b>27</b>
	<b>Приложение № 1: Содержание рабочей программы</b>	<b>29</b>

# 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы (с ориентацией на карты компетенций)

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
1	2	3	4
Знания	1. Знать основные понятия, идеи, методы, связанные с изучаемой дисциплиной, методы математического моделирования, формулировки и доказательства утверждений, возможные их приложения в других областях математического знания	ОПК-1: способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	
	2. Знать историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики	ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	
	3. Знать существо поставленной научно-исследовательской проблемы перед коллективом, основные средства коммуникации для ведения научно-исследовательской работы в коллективе	ПК-2: способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом	

1	2	3	4
	4. Знать методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.	ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты	
Умения	1. Уметь находить проблему в области фундаментальной и прикладной математики, формулировать проблему в области фундаментальной и прикладной математики, решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1: способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	
	2. Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения, корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач	ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	
	3. Уметь создать научный коллектив, способный справиться с поставленной задачей, строить деловые отношения с работниками; организовать научно-исследовательские и научно-производственные работы	ПК-2: способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом	

1	2	3	4
	<p>4. Уметь обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати</p>	<p>ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты</p>	
<p>Владения (навыки/опыт деятельности)</p>	<p>1. Владеть способностью находить, формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики, решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики</p>	<p>ОПК-1: способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики</p>	
	<p>2. Владеть адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы</p>	<p>ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе</p>	
	<p>3. Владеть в полном объеме информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения и каждого члена научного коллектива</p>	<p>ПК-2: способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом</p>	

1	2 4. Владеть приемами публично представить собственные новые научные результаты, методами построения математических моделей реальных объектов и выработать на их основе практические рекомендации	3 ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты	4
---	--	---	---

## 2 Цели и место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Спектральная теория дифференциальных операторов» относится к вариативной части. Дисциплина изучается на I курсе в I и II семестрах.

Целями освоения дисциплины (модуля) «Спектральная теория дифференциальных операторов» являются:

- формирование у будущих специалистов по спектральной теории фундаментальной базы, основанной на единстве применения асимптотических методов и теории специальных функций;
- овладение асимптотическими методами в сочетании с теорией специальных функций в различных областях анализа дифференциальных уравнений и спектральной теории;
- формирование практических навыков решения задач, связанных с асимптотическими методами исследования дифференциальных уравнений.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, алгебра, геометрия.

Знания по спектральной теории дифференциальных операторов является важной составляющей общей математической культуры выпускника. Эти знания необходимы для освоения дисциплин: «функциональный анализ», «уравнения в частных производных», «теория вероятностей», «математическая статистика».

## 3 Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)

Содержание рабочей программы — в Приложении № 1.

## 4 Фонд оценочных средств

### 4.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование компетенции

ОПК-1: способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Первый этап (уровень)	Знать формулировки актуальных и значимых проблем фундаментальной и прикладной математики, понятие проблемной ситуации, этапы разрешения проблемы, методы решения актуальных и значимых проблем фундаментальной и прикладной математики	Фрагментарные представления об основных понятиях и методах, связанных с дисциплинами фундаментальной математики	Неполные представления об основных понятиях и методах, связанных с дисциплинами фундаментальной математики	Знает доказательства утверждений, возможные их приложения в других областях математического знания.	Уверенно знает доказательства утверждений, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания.
--------------------------	--	---	--	---	--

<p>Второй этап (уровень)</p>	<p>Уметь находить проблему в области фундаментальной и прикладной математики, формулировать проблему в области фундаментальной и прикладной математики, решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики</p>	<p>Отсутствие умения</p>	<p>Фрагментарное умение ставить задачи по выбранной тематике, выбирать методы к решению научных задач.</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение корректно ставить задачи по выбранной тематике, применять выбранные методы к решению научных задач, оценивать значимость получаемых результатов.</p>	<p>Сформированное умение корректно ставить задачи по выбранной тематике, применять выбранные методы к решению научных задач, оценивать значимость получаемых результатов.</p>
----------------------------------	---	--------------------------	--	--	---

Третий этап (уровень)	Владеть способностью находить, формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики, решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	Не способен находить, формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	Недостаточно владеет навыками нахождения и формулировки актуальных задач фундаментальной и прикладной математики	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками нахождения и формулировки актуальных задач фундаментальной и прикладной математики	Успешное и систематическое владение навыками нахождения и формулировки актуальных задач фундаментальной и прикладной математики
-----------------------	--	--	--	--	---

ПК-1: способностью к интенсивной научно-исследовательской работе

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Первый этап (уровень)	Знать историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления об истории вопроса, о современном состоянии исследуемой проблемы, основных методах решения классических задач математики	Неполные представления об истории вопроса, о современном состоянии исследуемой проблемы, основных методах решения классических задач математики	Полные представления об истории вопроса, о современном состоянии исследуемой проблемы, основных методах решения классических задач математики
Второй этап (уровень)	Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения, корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач	Отсутствие умений	Частичное понимание путей дальнейшего развития теории, фрагментарное представление о постановке задачи под руководством и контролем преподавателя, неуверенное применение классических методов	В целом правильное, но содержащее отдельные пробелы представление о путях дальнейшего развития теории, умение корректной постановки задачи, применение классических методов	Четкое представление о путях развития теории, сформированное умение корректной постановки задач, успешное применение классических методов решения поставленных задач

Третий этап (уровень)	1. Владеть адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы	Отсутствие владения	Частичное владение адекватным математическим аппаратом	В целом уверенное, но содержащее отдельные пробелы владение адекватным математическим аппаратом для ведения НИР	Успешное владение адекватным математическим аппаратом для ведения НИР
	2. Иметь опыт применения математического аппарата для ведения научно-исследовательской работы	Отсутствие опыта	Отдельные случаи применения математического аппарата для ведения НИР	В целом успешный, но содержащий отдельные пробелы опыт применения математического аппарата для ведения НИР	Успешный опыт систематического применения математического аппарата для ведения НИР

ПК–2: способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом..

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Первый этап (уровень)	Знать существо поставленной научно-исследовательской проблемы перед коллективом, знать основные средства коммуникации для ведения научно-исследовательской работы в коллективе	Фрагментарные представления о постановке научно-исследовательской проблемы перед коллективом, об основных средствах коммуникации для ведения научно-исследовательской работы в коллективе	Неполные представления о постановке научно-исследовательской проблемы перед коллективом, об основных средствах коммуникации для ведения научно-исследовательской работы в коллективе	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о постановке научно-исследовательской проблемы перед коллективом, об основных средствах коммуникации для ведения научно-исследовательской работы в коллективе	Сформированные систематические представления о постановке научно-исследовательской проблемы перед коллективом, об основных средствах коммуникации для ведения научно-исследовательской работы в коллективе
Второй этап (уровень)	Уметь создавать научный коллектив, способный справиться с поставленной задачей, строить деловые отношения с работниками; организовывать научно-исследовательскую и научно-производственные работы	Не умеет создавать научный коллектив, способный справиться с поставленной задачей, строить деловые отношения с работниками; организовывать научно-исследовательские и научно-производственные работы	Может с трудом собрать коллектив и настроить на решение поставленной задачи, испытывает коммуникативные сложности с работниками	В целом успешно создает научный коллектив для решения поставленной задачи, легко строит деловые отношения с работниками и организовывает научно-исследовательскую и научно-производственную работу	Уверенно собирает коллектив для решения поставленной задачи, легко строит деловые отношения с работниками; успешно организовывает научно-исследовательские и научно-производственные работы

Третий этап (уровень)	Владеть в полном объеме информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения и каждого члена научного коллектива	Не в полном объеме владеет информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения и каждого члена научного коллектива	В целом владеет информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения и каждого члена научного коллектива	В целом успешно владеет информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения и каждого члена научного коллектива	Успешное и уверенно владеет информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения и каждого члена научного коллектива
-----------------------	--	---	--	--	--

ПК-3: способностью публично представить собственные новые научные результаты

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Первый этап (уровень)	1. Знать методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления	Неполные представления о формах представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.	Сформированные представления о формах представления новых научных результатов презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.
--------------------------	--	-------------------	-----------------------------	---	---

<p>Второй этап (уровень)</p>	<p>Уметь обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения обработки полученных результатов, анализа и осмысления их с учетом имеющихся литературных данных, эпизодическое умение на приемлемом уровне представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей</p>	<p>В целом успешное умение обработки полученных результатов, анализа и осмысления, ведения библиографической работы, представления итогов проделанной работы в виде отчетов, рефератов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати</p>	<p>Успешное и систематическое умение обработки полученных результатов, анализа и осмысления их с учетом имеющихся литературных данных, ведения систематической библиографической работы с привлечением современных информационных технологий, представления итогов проделанной работы в виде отчетов, рефератов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати</p>
----------------------------------	--	--------------------------	---	--	---

Третий этап (уровень)	Владеть приемами публично представить собственные новые научные результаты	Отсутствие владений	В целом успешное, но с серьезными пробелами представление собственных новых научных результатов	Владение приемами публичного представления собственных результатов	Успешное владение приемами публичного представления собственных результатов
--------------------------	--	---------------------	---	--	---

**4.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап	1. Знать формулировки актуальных и значимых проблем фундаментальной и прикладной математики, понятие проблемной ситуации, этапы разрешения проблемы, методы решения актуальных и значимых проблем фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1	КР № 1
Знания	2. Знать историческое значение исследуемой проблемы, современное состояние исследуемой проблемы, основные методы решения классических задач математики	ПК-1	КР № 1
	3. Знать существо поставленной научно-исследовательской проблемы перед коллективом, знать основные средства коммуникации для ведения научно-исследовательской работы в коллективе	ПК-2	КР № 1

	4. Знать методологические приемы представления научных знаний, формы представления новых научных результатов – презентации, статьи в периодической печати, монографии и т.д.	ПК-3	КР № 1
2-й этап	1. Уметь находить проблему в области фундаментальной и прикладной математики, формулировать проблему в области фундаментальной и прикладной математики, решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1	КР № 2
Умения	2. Уметь видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения, корректно ставить научные задачи, применять классические методы при решении поставленных задач	ПК-1	КР № 2
	3. Уметь создавать научный коллектив, способный справиться с поставленной задачей, строить деловые отношения с работниками; организовывать научно-исследовательские и научно-производственные работы	ПК-2	КР № 2

	4. Уметь обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	ПК-3	КР № 2
3-й этап	1. Владеть способностью находить, формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики, решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1	КР № 3
Владеть навыками	2. Владеть адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы	ПК-1	КР № 3
	3. Владеть в полном объеме информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения и каждого члена научного коллектива	ПК-2	КР № 3

	4. Владеть приемами публично представить собственные новые научные результаты, методами построения математических моделей реальных объектов и вырабатывать на их основе практические рекомендации	ПК-3	КР № 3
--	---	------	--------

## 1. Экзамен

Структура экзаменационного билета: билет состоит из 1 вопроса.

### А. Вопросы к экзаменам

1. Свободный гамильтониан. Спектральные проекторы. Свободный пропагатор.
2. Теорема Като–Реллиха. Оператор Шредингера.
3. КЛМН-теорема.
4. Принцип неопределенности.
5. Гамильтонианы атомов. Двухчастичный гамильтониан (водородоподобный атом).
6. Положительная квадратичная форма и ассоциированный с ней оператор.
7. Гармонический осциллятор.
8. Ангармонический осциллятор.
9. Расширение по Фридрихсу. Операторы Шредингера с магнитным потенциалом.
10. Гамильтониан Дирака.
11. Лапласиан в ограниченной области.
12. Лапласиан в круге и в квадрате.
13. Спектр гамильтонианов. Существенный спектр. Абсолютно непрерывный спектр.

### Б. Образец экзаменационного билета

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА  
Экзаменационный билет № 1  
по курсу «Спектральная теория дифференциальных операторов »**

1. Теорема Като–Реллиха.

Зав. кафедрой Ишкин Х.К. /\_\_\_\_\_/

### **В. Критерии оценки**

- 5 баллов выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все вопросы билета, продемонстрировал знание терминологии, определений, основных утверждений, умение применять теоретические знания. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы.
- 4 балла выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допустил неточности в определении основных понятий, при ответе на дополнительные вопросы.
- 3 балла выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.
- 2 балла выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при решении задач. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

### **2. Контрольные работы**

Предусмотрено проведение 2 контрольных работ, которые охватывают весь пройденный материал на лекциях и семинарских занятиях.

#### **А. Примерные варианты контрольных работ**

##### **1. Контрольная работа №1**

- (а) Доказать, что оператор  $id/dx$  на  $C_0^\infty(0, \infty)$  имеет индексы дефекта  $n_+ = 0, n_- = 1$ . Доказать, что оператор  $id/dx$  на  $C_0^\infty(-\infty, 0)$  имеет индексы дефекта  $n_+ = 1, n_- = 0$ .

- (b) Доказать, что  $A = -d^2/dx^2 + V$  как форма ограничен снизу на  $C_0^\infty(0, \infty)$ , если  $V(x) \geq -1/4x^2$ , и не ограничен снизу, если  $V(x) \leq c/x^2$ , где  $c < -1/4$ .

## 2. Контрольная работа №2

Пусть  $T'_0 = -d^2/dx^2$  — оператор в  $L^2(0, \pi)$  с областью определения  $C_0^\infty(0, \pi)$ .

- (a) Найти замыкание  $T_0$  оператора  $T'_0$ ;  
(b) Описать все самосопряженные расширения  $T_0$ ;  
(c) Найти резольвенту и спектр одного из таких расширений  $T = -d^2/dx^2$ ,  $D(T) = \{y \in W_2^2(0, \pi) : y(0) = y(\pi) = 0\}$ .

## Б. Критерий оценивания

- 5 баллов, если все задачи решены полностью, в логических рассуждениях и обосновании решений нет пробелов и ошибок,
- 4 балла, если задачи решены, но в обосновании шагов решений имеются пробелы, есть недочеты в выкладках, рисунках, чертежах или графиках,
- 3 балла, если приведены обязательные для решений задач формулы, но допущены ошибки в их применении,
- 2 балла, если приведены некоторые формулы, которые могут (или не могут) быть использованы при решении задач, допущены существенные ошибки, показывающие отсутствие обязательных умений и навыков по данной теме.

## 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### 5.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература

- [1] Като, Т. Теория возмущений линейных операторов / Т. Като ; под ред. В.П. Маслова ; пер. с англ. А. Воропаевой, А.М. Стёпина, И.А. Шишмарёва. - Москва : Мир, 1972. - 739 с. ; То же [Электронный ресурс]. - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456620>
- [2] Наймарк, М.А. Линейные дифференциальные операторы / М.А. Наймарк ; ред. В.Э. Лянце, И.М. Овчинниковой. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Москва : Наука, 1969. - 527 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456626>

## Дополнительная литература

- [1d] Ахиезер, Н.И. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве / Н.И. Ахиезер, И.М. Глазман ; ред. Рофе-Бекетов. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Москва : Наука, 1966. - 544 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456612>
- [2d] Марченко, В.А. Спектральная теория операторов Штурма-Лиувилля и их приложения / В.А. Марченко ; Академия наук Украинской ССР, Физико-технический институт низких температур. - Киев : Наукова думка, 1977. - 330 с. ; То же [Электронный ресурс]. — <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456625>

## 5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

### А. Ресурсы «Интернет»

1	Электронно-библиотечная система «ЭБ БашГУ»	Собственная электронная библиотека учебных и научных электронных изданий, которая включает издания преподавателей БашГУ	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация в Библиотеке БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="https://elib.bashedu.ru/">https://elib.bashedu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети Интернет	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>
3	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»	Полнотекстовая БД учебных и научных электронных изданий	Авторизованный доступ по паролю из любой точки сети Интернет	Регистрация из сети БашГУ, дальнейший доступ из любой точки сети	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>

### В. Программное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины

1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные.
2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

## 6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Оборудование	Программное обеспечение
1	2	3	4
Аудитория 501	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, персональный комп. и системный блок /Corei5-4460(3.2)/CIGABAYTEGV-N710D3-1GL/4Gb, Презентер LogitechWirelessPresenterR400 (210134000003592), проектор SonyVPL-DX270, экран ручной ViewScreenLotus 244x183 WLO-4304	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитория 503	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая	

1	2	3	4
Аудитории 517	Лекции, практические (семинарские) занятия	Учебная мебель, доска настенная меловая, коммутатор HP V1905-24 Switch 24*10/100+2*10/100/1000, персональный компьютер в комплекте HP AiO 20" CQ 100 eu – 27 шт., экран ScreeMediaGolgview 274*206 NW 4:3, универсальное потолочное крепление ScreeMedia для проектора, регулировка высоты, шкаф TLKTWP-065442-G-GY, патч-корд (1296), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
Аудитории 531	Лекции, лабораторное, практическое занятия, тестирование	Учебная мебель, доска настенная меловая, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, потолочное крепление для проектора (2101068302), доска аудитор. ДА32	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.
читальный зал №2 (физико-математический корпус)	Самостоятельная работа, выполнение курсовой работы	Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт, принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.	1. Windows 8 Russian. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор № 114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Спектральная теория дифференциальных операторов на I семестр  
очная  
*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3 /108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	37.7
лекций	12
практических / семинарских	0
лабораторных	24
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.7
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	35.5
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	34.8

Формы контроля:

экзамен

контрольная работа

№№	Тема и содержание	Форма изучения материалов				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания для самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ПЗ/Сем	ЛР	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Некоторые сведения из теории операторов в гильбертовом пространстве: линейные операторы (O), замкнутые O, сопряженный O, самосопряженность, спектр, различные компоненты спектра, компактные O	3	0	6	8	[1, 1d, 2, 2d]	[1]: Гл. 3, №1, 2, 6, 15-19	к/р, экз

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	Задание дифференциальных операторов (ДО), существенная самосопряженность КЛМН-теорема. Принцип неопределенности. Гамильтонианы атомов. Двухчастичный гамильтониан (водородоподобный атом).	3	0	6	9	[1, 1d, 2, 2d]	[1]:Гл. 2, №24-27 [2d]: §1.9, №1-5	То же
3	Положительная квадратичная форма и ассоциированный с ней оператор. Гармонический осциллятор. Ангармонический осциллятор.	3	0	6	8	[1, 1d, 2, 2d]	[1]:Гл. 6, №6-10 [2d]: §7.2, №1,2	То же
4	Расширение по Фридрихсу. Операторы Шредингера с магнитным потенциалом.	3	0	6	10.5	[1, 1d, 2, 2d]	[1]:Гл. 8, №2-5 [2d]: §7.6, №1,2	То же
	Всего часов	12	0	24	35.5			

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины Спектральная теория дифференциальных операторов на II семестр

очная

*форма обучения*

<b>Вид работы</b>	<b>Объем дисциплины</b>
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3 /108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	33.2
лекций	16
практических / семинарских	0
лабораторных	16
других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем)	1.2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	49
Учебных часов на подготовку к экзамену/зачету/дифференцированному зачету (Контроль)	25.8

Формы контроля:

экзамен

контрольная работа

№№	Тема и содержание	Форма изучения материалов				Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам	Задания для самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		Лк	ПЗ/Сем	IP	СР			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Гамильтониан Дирака.	5	0	5	16	[1, 1d, 2, 2d]	[1]:Гл. 8, №6-10 [2d]: §7.7, №1,2	То же
2	Лапласиан в ограниченной области. Лапласиан в круге и в квадрате.	5	0	5	16	[1, 1d, 2, 2d]	[1]:Гл. 8, №1, 11-18 [2d]: §1.9, №1-5	То же
3	Спектр гамильтонианов. Существенный спектр. Абсолютно непрерывный спектр.	6	0	6	17	[1, 1d, 2, 2d]	[1]:Гл. 10, №1 [2d]: §7.5, №1,2	То же
	Всего часов	16	0	16	49			